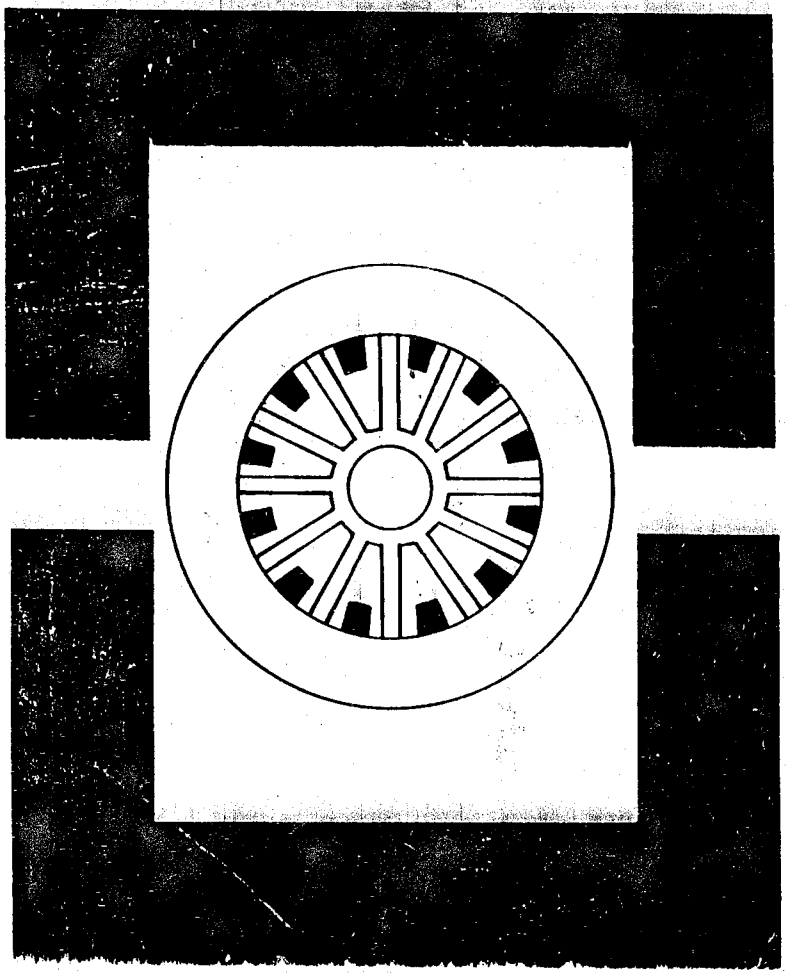
maquinas elétricas

A.E. FITZGERALD · CHARLES KINGSLEY JR. · ALEXANDER KUSKO



TRADUÇÃO DE JOSAFÁ NEVES

EDITORA McGRAW-HILL DO BRASIL, LTDA.

A. E. FITZGERALD
Northeastern University

CHARLES KINGSLEY JR.
Massachusetts Institute of Technology

ALEXANDER KUSKO
Massachusetts Institute of Technology

MÁQUINAS ELÉTRICAS

Conversão Eletromecânica da Energia
Processos, Dispositivos e Sistemas

Tradutor

JOSAFÁ A. NEVES
Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Revisor Técnico

GIORGIO GAMBIRASIO
Escola Politécnica da USP

EDITORA McGRAW-HILL DO BRASIL LTDA.

SÃO PAULO
RIO DE JANEIRO
BELO HORIZONTE
PORTO ALEGRE

Bogotá
Dusseldorf
Johannesburg
Kuala Lumpur
London
México
Montreal
New Delhi
New York
Panamá
St. Louis
San Francisco
Singapore
Sydney
Toronto

Do original "Electric Machinery"
Copyright © 1961, 1971 by McGraw-Hill, Inc

Copyright © 1975 da Editora McGraw-Hill do Brasil, Ltda.

Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida, guardada pelo sistema "retrieval" ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, seja este eletrônico, mecânico, de fotocópia, de gravação, ou outros, sem prévia autorização por escrito da Editora.

1975

Todos os direitos para a língua portuguesa reservados pela

EDITORA McGRAW-HILL DO BRASIL, LTDA.

Rua Tabapuã, 1105 — Av. Rio Branco, 156 s/2614
SÃO PAULO — RIO DE JANEIRO
ESTADO DE SÃO PAULO — GUANABARA

Av. Afonso Pena, 748 s/1012 — Av. Alberto Bins, 325 s/29
BELO HORIZONTE — PÔRTO ALEGRE
MINAS GERAIS — RIO GRANDE DO SUL

Impresso no Brasil
Printed in Brazil

SUMÁRIO

Prefácio VII

CAPÍTULO 1
Circuitos Magnéticos e Transformadores 1
1-1 Circuitos Magnéticos 2
1-2 Funcionamento sob C.A. 8
1-3 Propriedades de Materiais 12
1-4 Circuitos Acoplados Magneticamente 21
1-5 Comportamento com Secundário Aberto 25
1-6 Efeito de Corrente no Secundário. Transformador Ideal 29
1-7 Reatâncias e Circuitos Equivalentes de Transformadores 32
1-8 Aspectos Tecnológicos da Análise de Transformadores 38
1-9 Transformadores em Circuitos Trifásicos 50
1-10 O Sistema por Unidade 55
1-11 Autotransformadores. Transformadores de Múltiplos Enrolamentos 60
1-12 Resumo 68
Problemas 72

CAPÍTULO 2.
Princípios da Conversão Eletromecânica de Energia 80
2-1 Balanço de Energia 81
2-2 Energia em Sistemas Magnéticos a Excitação Única 84
2-3 Força Mecânica e Energia 89
2-4 Funções de Estado, Variáveis, Co-energia 91
2-5 Sistemas de Campo Elétrico a Excitação Única 91
2-6 Sistemas de Campo Magnético a Excitação Múltipla 104
2-7 Equações Dinâmicas 107
2-8 Técnicas Analíticas 112
2-9 Resumo 118
Problemas 120

CAPÍTULO 3.
Máquinas Rotativas: Conceitos Básicos 131
3-1 Conceitos Elementares 131
3-2 Tensão Gerada 146
3-3 FMM de Enrolamentos Distribuídos 151
3-4 Campos Magnéticos Girantes 160
3-5 Conjugado em Máquinas de Rotor Cilíndrico 165

3-6 Resumo 176
Problemas 178

CAPÍTULO 4.
Máquinas Rotativas: Considerações Tecnológicas 184
4-1 Introdução a Máquinas Síncronas Polifásicas 185
4-2 Introdução a Máquinas de Indução Polifásicas 187
4-3 Funcionamento do Comutador 192
4-4 Introdução a Máquinas de C.C. 194
4-5 A Natureza dos Problemas de Maquinaria 203
4-6 Saturação Magnética 206
4-7 Fontes de Excitação 210
4-8 Perdas 213
4-9 Desempenho Nominal e Aquecimento 217
4-10 Meios para Refrigeração de Máquinas Elétricas 222
4-11 Resumo 224
Problemas 228

CAPÍTULO 5.
Máquinas de C.C. 232
5-1 Efeito da FMM de Armadura 232
5-2 Comutação e Interpolos 236
5-3 Enrolamentos Compensadores 239
5-4 Fundamentos Analíticos: Aspectos de Circuito Elétrico 242
5-5 Fundamentos Analíticos: Aspectos de Circuito Magnético 245
5-6 Análise de Desempenho em Regime Permanente 249
5-7 Controle de Velocidade de Motores 260
5-8 Resumo. Aplicações de Máquinas de C.C. 265
Problemas 268

CAPÍTULO 6.
Máquinas Síncronas, Regime Permanente 284
6-1 Ondas de Fluxo e FMM em Máquinas Síncronas 284
6-2 A Máquina Síncrona como uma Impedância 291
6-3 Características de Circuito Aberto e de Curto-Circuito 293
6-4 Características de Funcionamento em Regime Permanente 301
6-5 Características de Ângulo de Carga em Regime Permanente 308
6-6 Efeitos de Pólos Salientes. Introdução à Teoria das Duas Reatâncias 313
6-7 Características de Ângulo de Carga de Máquinas de Pólos Salientes 320
6-8 Geradores Síncronos Interligados 327
6-9 Resumo 330
Problemas 331

CAPÍTULO 7.
Motores de Indução, Regime Permanente 337
7-1 Ondas de Fluxo e FMM em Máquinas de Indução 338
7-2 O Circuito Equivalente 343
7-3 Análise do Circuito Equivalente 345

7-4 Conjugado e Potência pelo Uso do Teorema de Thévenin 349
7-5 Curvas Normalizadas de Conjugado-Escorregamento 355
7-6 Efeitos da Resistência do Rotor. Rotores de Gaiola Dupla 360
7-7 Controle de Velocidade de Motores de Indução 370
7-8 Resumo 375
Problemas 377

CAPÍTULO 8.
Controle de Motores a Estado Sólido 384
8-1 Aplicação de Controles a Estado Sólido 384
8-2 Introdução a Circuitos Retificadores 391
8-3 Sistemas de Alimentação para Motores de C.C. 401
8-4 Introdução a Inversores 417
8-5 Sistemas de Alimentação para Motores de C.A., com Frequência Ajustável 428
8-6 Resumo 432
Problemas 433

CAPÍTULO 9.
Dinâmica da Máquina de C.C. 436
9-1 A Máquina de C.C Ideal 436
9-2 Equações Dinâmicas 438
9-3 Funções de Transferência e Diagramas de Blocos de Máquinas de C.C. 439
9-4 Um Regulador Elementar de Velocidade de Motores 453
9-5 Metadinamos e Amplidinamos 460
9-6 Efeitos de Saturação. Geradores Auto-excitados 463
9-7 Resumo 468
Problemas 469

CAPÍTULO 10.
Máquinas de C.A., Transitórios e Dinâmica 478
10-1 Transitórios em Máquinas Síncronas: Ponto de Vista de Circuitos Acoplados 479
10-2 Transitórios em Máquinas Síncronas: Quadro Físico Aproximado 482
10-3 Reatâncias e Constantes de Tempo de Máquinas Síncronas 484
10-4 Circuito Equivalente para Condições Transitórias 491
10-5 Aplicação a Transitóruos em Sistemas 496
10-6 Transitórios Elétricos em Máquinas de Indução 501
10-7 Dinâmica da Máquina Síncrona 505
10-8 Dinâmica da Máquina de Indução 513
10-9 Resumo 517
Problemas 518

CAPÍTULO 11.
Motores de C.A. de Pequena Potência 527
11-1 Motores de Indução Monofásicos — Exame Qualitativo 528
11-2 Desempenho de Partida e de Funcionamento Normal de Motores Monofásicos de Indução e Síncronos 534
11-3 Motores Série. Motores Universais 543

11-4 Teoria de Campos Girantes para Motores de Indução Monofásicos 541
11-5 Operação Desbalanceada de Máquinas Difásicas Simétricas. O Conceito de Componentes Simétricas 554
11-6 Motores de Controle Difásicos 561
11-7 Motores de Passos 568
11-8 Tacômetros de C.A. 573
11-9 Sincros e Transformadores de Controle 575
11-10 Resumo 579
Problemas 580

APÊNDICE A.
Circuitos Trifásicos 586
A-1 Geração de Tensões Trifásicas 587
A-2 Tensões, Correntes e Potência Trifásicas 590
A-3 Circuitos Y e em 594
A-4 Análise de Circuitos Trifásicos Balanceados; Diagramas Unifilares 601
A-5 Outros Sistemas Polifásicos 603

APÊNDICE B.
Tensões e Campos Magnéticos em Enrolamentos de C.A. Distribuídos 605
B-1 Tensões Geradas 605
B-2 Ondas de FMM de Armadura 612

APÊNDICE C.
Tabela de Constantes e Fatores de Conversão para Unidades do Sistema MKS Racionalizado 616

Índice 618

PREFÁCIO

A obra "Electric Machinery", de Fitzgerald e Kingsley, lançada pela McGraw-Hill Book Company, em sua primeira edição, em 1952, constituiu um marco no estudo das máquinas elétricas, pela maneira como foi desenvolvido o texto, dando ênfase muito especial aos conceitos físicos de produção de tensão e conjugado ou força. Acreditamos nos seus autores quando afirmam que estes conceitos fundamentam a engenharia criativa e se tornam a parte mais valiosa e permanente da formação do estudante. Também neste sentido merece destaque especial a atenção que foi dada às características de desempenho, limitações e potencialidades, e à máquina como um elemento de um sistema sofisticado.

Acreditando na importância do estudo das máquinas elétricas dentro dos conceitos realçados pelos autores, adotamos partes do mesmo em nosso curso a partir de 1959, e, a partir de 1967, como livro-texto das disciplinas de Conversão Eletromecânica da Energia do Curso de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da UFMG.

A 3.ª edição da obra, enriquecida com a colaboração de mais um autor, Professor A. Kusko, e que inclui um novo capítulo referente à aplicação dos dispositivos semicondutores às máquinas elétricas, tem

a sua tradução apresentada em boa hora pela Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda., vindo preencher uma lacuna existente na literatura técnica sobre máquinas elétricas em língua portuguesa. Consideramos este trabalho de grande importância, não só para os alunos dos cursos de graduação em engenharia elétrica, mas também para todos os engenheiros que se interessam pelo assunto ou que desejem uma base sólida para os cursos de pós-graduação. Pela maneira como a matéria está apresentada, o professor pode escolher, de acordo com o tempo disponível e com as características do curso que deseja ministrar, as partes de maior interesse, sem prejuízo para a sua continuidade. A obra apresenta ainda a vantagem de utilizar o Sistema Internacional de Medidas, legalmente adotado no Brasil, o que facilita o seu uso nas nossas escolas de engenharia.

A matéria está racionalmente dividida em onze capítulos e três apêndices, iniciando com uma introdução aos circuitos magnéticos, seguindo-se, numa seqüência lógica, a apresentação do transformador estático de núcleo de ferro (base para o estudo dos dispositivos de conversão de energia), os princípios básicos da conversão eletromecânica da energia, o estudo básico das máquinas rotativas, as considerações tecnológicas das máquinas rotativas, indo até o capítulo 8, com o estudo do funcionamento em estado permanente das máquinas de corrente contínua, das máquinas síncronas, das máquinas assíncronas e do controle dos motores com uso dos dispositivos de estado sólido.

Nos capítulos 9 e 10 são estudados, de maneira clara e objetiva, a dinâmica e o estado transitório das máquinas rotativas e no capítulo 11 é feito o estudo dos motores monofásicos de pequena potência, dos motores de controle, dos tacômetros, dos síncros e dos transformadores de controle. Nos apêndices, são complementados os conceitos sobre circuitos trifásicos e sobre tensões e campos magnéticos em enrolamentos de CA distribuídos, e finalmente é apresentada uma tabela de constantes e fatores de conversão para unidades do Sistema Internacional.

Outra característica importante da obra é a criteriosa escolha dos exemplos, que se seguem a cada assunto e que permitem, de maneira clara e completa, a visualização prática da teoria anteriormente estudada. Além disso, no final de cada capítulo, é apresentada uma coleção de problemas cujas respostas são acessíveis em fascículo publicado pela McGraw-Hill Book Company.

Finalmente desejamos salientar a ótima qualidade da tradução, feita pelo Prof. Josafá Neves, do Instituto Tecnológico de Aeronáutica,

que veio valorizar a edição brasileira desta importante obra que é Máquinas Elétricas "CONVERSÃO ELETROMECÂNICA DA ENERGIA — Processos, Dispositivos e Sistemas".

Hugo Luiz Sepúlveda
Professor de "Conversão Eletromecânica da Energia" da Escola de Engenharia da UFMG, do Instituto Politécnico da UFMG, do Curso de Engenharia da Escola Técnica Federal de Minas Gerais e Diretor da Escola de Engenharia da UFMG.

MÁQUINAS ELÉTRICAS

Conversão Eletromecânica da Energia
Processos, Dispositivos e Sistemas

1

Circuitos Magnéticos e Transformadores

O objetivo deste livro é estudar os dispositivos utilizados na interconversão de energia elétrica e mecânica. É dada ênfase às máquinas eletromagnéticas rotativas, muito comuns e muito importantes – os motores e geradores que produzem a potência da qual as sociedades industrializadas dependem. Também é dedicada atenção a aspectos mais amplos da conversão eletromecânica de energia, não apenas devido à importância de outros mecanismos além da máquina rotativa, mas também para que se ganhe perspectiva apropriada.

Atenção é dada do mesmo modo ao transformador, que, embora não seja propriamente um dispositivo de conversão eletromecânica de energia, é um dispositivo auxiliar importante no problema global de conversão de energia. Além disto, em muitos aspectos a sua análise está intimamente relacionada à dos motores e geradores. Os conceitos relativos ao comportamento de transformadores têm, portanto, a característica adicional de servir como auxiliar ao estudo de máquinas.

Praticamente todos os transformadores e maquinaria elétrica utilizam material magnético para estabelecer a configuração dos campos

magnéticos que atuam como meio para transferência e conversão de energia. As relações entre as grandezas dos campos magnéticos e dos circuitos elétricos, com os quais eles interagem, constituem uma parte importante na descrição do funcionamento de vários tipos de equipamentos incluídos neste livro. O material magnético determina as dimensões do equipamento, a sua capacidade, e introduz limitações no desempenho, devido a saturação e perdas. Neste capítulo, trataremos desde as leis físicas que governam os campos magnéticos até estruturas relativamente simples, descreveremos os materiais magnéticos, e então trataremos de transformadores com alguns pormenores. Nos capítulos seguintes, utilizaremos continuamente o material básico sobre circuitos magnéticos coberto neste capítulo.

1-1 CIRCUITOS MAGNÉTICOS

O comportamento completo do campo magnético é descrito pelas equações de Maxwell, complementadas por relações constituintes que introduzem os parâmetros dos vários materiais ocupados pelo campo. No caso de máquinas elétricas e transformadores tratados neste livro, as freqüências e as dimensões são tais que os termos de corrente de deslocamento das equações de Maxwell podem ser desprezados, o que permite utilizar a forma *quase-estática* das equações. Com esta afirmação queremos dizer que os campos magnéticos sob condições variáveis no tempo são os mesmos que sob condições estáticas, nos mesmos níveis elétricos. De um ponto de vista prático, isto significa podermos resolver todos os nossos problemas de circuitos magnéticos sob condições estáticas, e depois introduzir a variação no tempo. De outro modo, a solução de problemas de circuitos magnéticos para as configurações das máquinas reais seria uma tarefa extremamente difícil.

A lei básica que determina a relação entre corrente elétrica e campo magnético é a lei de Ampère

$$\int_a J \cdot da = \oint \mathscr{H} \cdot dl \tag{1-1}$$

onde J é densidade de corrente e $\mathscr{H}$ é intensidade de campo magnético. Em unidades mks, J é dado em ampère por metro quadrado (A/m²) e $\mathscr{H}$ em ampère-espira por metro (A/m). A Eq. 1-1 afirma que a integral de linha de $\mathscr{H}$ ao longo do contorno de uma superfície aberta, através da qual passa a densidade de corrente J, é igual à corrente total envolvida. Quando a Eq. 1-1 é aplicada ao núcleo simples da Fig. 1-1, o primeiro

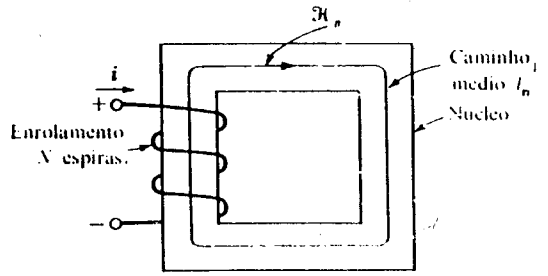


Fig 1-1 Circuito magnético simples

membro se torna simplesmente o produto Ni das espiras e da corrente; o segundo membro é igual ao produto $\mathscr{H}_n l_n$ da intensidade de campo magnético e do comprimento médio do núcleo. Mostraremos adiante por que podemos supor que $\mathscr{H}_n$ é constante ao longo do percurso medido por l_n. A relação torna-se

$$Ni = \mathscr{H}_n l_n \tag{1-2}$$

Os ampère-espiras Ni podem ser produzidos por um ou mais enrolamentos, onde o total de todos os enrolamentos é Ni. A direção de $\mathscr{H}_n$ com respeito a Ni é dada matematicamente na Eq. 1-1, mas praticamente pela regra da mão direita.

A intensidade de campo magnético $\mathscr{H}$ produz uma indução magnética $\mathscr{B}$ em toda a região onde ela existe, de valor

$$\mathscr{B} = \mu \mathscr{H} \tag{1-3}$$

A unidade de $\mathscr{B}$ é weber por metro quadrado, onde 1 weber = 10^8 linhas de campo magnético. O termo μ é a permeabilidade e é uma propriedade do material. Em unidades mks a permeabilidade do vácuo é $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ weber/(A · m). A permeabilidade de materiais ferromagnéticos é expressa usualmente pela permeabilidade μ_r, relativa ao valor para o vácuo, ou $\mu = \mu_r \mu_0$. Valores típicos de μ_r estão na faixa de 2000 a 6000, para materiais usados em máquinas. A Eq. 1-1 precisa ser satisfeita para todo caminho no espaço, concatenando com o enrolamento na Fig. 1-1. Os valores de $\mathscr{H}$ ao longo dos caminhos são independentes de eles atravessarem o material ou não. Entretanto, a indução magnética $\mathscr{B}$ produzida por $\mathscr{H}$ é desprezível em todos os pontos, exceto no núcleo de ferro. Quando os circuitos magnéticos são analisados para determinar o fluxo e a indução magnética nos principais caminhos magnéticos através do núcleo, o campo magnético fora do núcleo e seus entreferros é usualmente desprezado. Entretanto, quando dois ou mais enrolamentos estão colocados sobre um circuito

magnético, como em um transformador ou uma máquina rotativa, os campos fora do núcleo, chamados campos de dispersão, são extremamente importantes na determinação do acoplamento entre os enrolamentos.

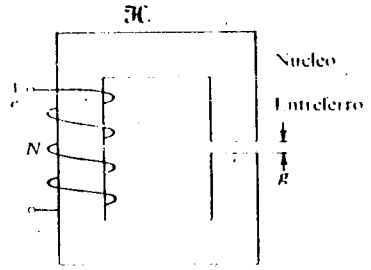


Fig. 1-2 Circuito magnético com entreferro

Os transformadores são enrolados sobre núcleos fechados como pode-se ver na Fig. 1-1. Os dispositivos de conversão de energia que incorporam um elemento móvel exigem entreferros nos núcleos. Um circuito magnético com um entreferro é mostrado na Fig. 1-2. A Eq. 1-1 aplicada ao circuito resulta em

$$Ni = \mathcal{H}_n l_n + \mathcal{H}_g g \tag{1-4}$$

onde $\mathcal{H}_g$ é a intensidade no entreferro. Ao longo do circuito magnético o fluxo magnético ϕ é contínuo. O fluxo é definido

como

$$\phi = \int_s \mathcal{B} \cdot da \tag{1-5}$$

Dentro do núcleo, a indução magnética pode ser considerada uniforme através da área A_n de uma seção transversal, de modo que o fluxo é

$$\phi = \mathcal{B}_n A_n \tag{1-6}$$

A Eq. 1-4 pode ser escrita primeiramente em termos das induções magnéticas no núcleo e no entreferro, e depois em termos do fluxo total.

$$Ni = \frac{\mathcal{B}_n}{\mu_n} l_n + \frac{\mathcal{B}_g}{\mu_0} g \tag{1-7}$$

$$Ni = \frac{\phi l_n}{A_n \mu_n} + \frac{\phi}{A_g \mu_0} g \tag{1-8}$$

O termo Ni é indicado por $\mathcal{F}$ e é chamado força magnetomotriz ou *fmm*. Os coeficientes dos termos no segundo membro são chamados *permeância* $\mathcal{P}$ ou *relutância* $\mathcal{R}$, e são definidos por

$$\mathcal{R}_n = \frac{1}{\mathcal{P}_n} = \frac{l_n}{\mu_n A_n} \tag{1-9}$$

A Eq. 1-8 torna-se

$$\mathcal{F} = \phi(\mathcal{R}_n + \mathcal{R}_g) \tag{1-10}$$

A dificuldade na solução da Eq. 1-10 em relação a ϕ, dadas $\mathcal{F}$ e a geometria, consiste em que a permeabilidade μ_n não é constante, mas depende de $\mathcal{B}_n$. A equação pode ser escrita como

$$\phi = \frac{\mathcal{F}/\mathcal{R}_g}{1 + \mathcal{R}_n/\mathcal{R}_g} = \frac{\mathcal{F}/\mathcal{R}_g}{1 + (\mu_0/\mu_n)(l_n/g)(A_g/A_n)} \tag{1-11}$$

Em circuitos magnéticos típicos, o termo $(\mu_0 l_n A_g/\mu_n g A_n)$ é muito menor do que a unidade, de modo que o comportamento do circuito é determinado apenas pela relutância do entreferro. Esta relutância, como depende de μ_0, é independente da indução magnética.

EXEMPLO 1-1

Um circuito magnético como é mostrado na Fig. 1-2, tem dimensões $A_n = 9\,\text{cm}^2$; $A_g = 9\,\text{cm}^2$; $g = 0{,}050\,\text{cm}$; $l_n = 30\,\text{cm}$; $N = 500$ espiras. Supor o valor $\mu_r = 5.000$ para o ferro. Calcular: (*a*) A corrente i para $\mathcal{B}_n = 1\ \text{weber/m}^2$. (*b*) O fluxo ϕ e o fluxo concatenado $\lambda = N\phi$.

Solução

a. Da Eq. 1-4, a força magnetomotriz para o circuito é

$$Ni = \frac{\mathcal{B}_n l_n}{\mu_r \mu_0} + \frac{\mathcal{B}_g g}{\mu_0}$$

Como $\phi = \mathcal{B}_n A_n = \mathcal{B}_g A_g$, a corrente é dada por

$$i = \frac{\mathcal{B}_n}{\mu_0 N}\left(\frac{l_n}{\mu_r} + g\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi \times 10^{-7} \times 500}(0{,}6 + 5{,}0)10^{-4}$$

$$= ,89\ \text{A}$$

Note que a relutância do caminho de 30 cm no ferro é apenas 0,6/5,0 = 0,12 da relutância do entreferro de 0,050 cm.

b. A Eq. 1-6 fornece

$$\phi = \mathscr{B}_n A_n = 1 \times 9 \times 10^{-4} = 9 \times 10^{-4} \text{ weber}$$

$$\lambda = N\phi = 500 \times 9 \times 10^{-4} = 0{,}45 \text{ weber-espira}$$

Em cálculos detalhados de circuitos magnéticos, a tendência de as linhas de campo magnético se abrirem ao atravessar o entreferro, reduzindo assim a indução magnética $\mathscr{B}_g$ em relação a $\mathscr{B}_n$ no núcleo, é levada em conta por meio de uma correção por espraiamento. A correção usual é acrescentar a dimensão g do entreferro a cada dimensão do mesmo. Por exemplo, se as dimensões do núcleo são 3 por 3 cm, a área corrigida do entreferro será $A_g \doteq (3 + 0{,}05)(3 + 0{,}05) = 9{,}3 \text{ cm}^2$, o que torna a relutância do entreferro cerca de 3 por cento menor do que para o entreferro não corrigido.

EXEMPLO 1-2

O circuito magnético da Fig. 1-3 tem dois caminhos paralelos que se concatenam com o enrolamento. Calcular o fluxo e a indução magnética em cada uma das pernas do circuito magnético. Desprezar o espraiamento nos entreferros e os campos de dispersão. Supor que a permeabilidade relativa do ferro é tão alta que a fmm do enrolamento é totalmente consumida nos entreferros.

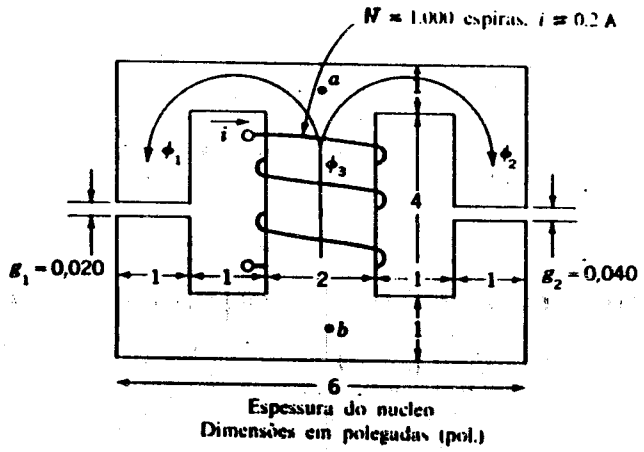


Fig. 1-3. Circuito magnético de caminhos paralelos.

Solução

O circuito elétrico análogo ao circuito magnético é mostrado na Fig. 1-4. A tensão da bateria representa a fmm do enrolamento;

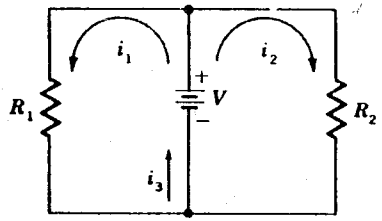


Fig. 1-4. Circuito elétrico análogo ao circuito magnético da Fig. 1-3.

as resistências R_1 e R_2 representam as relutâncias $\mathscr{R}_1$ e $\mathscr{R}_2$ dos entreferros; as correntes i_1 e i_2 representam os fluxos ϕ_1 e ϕ_2.

A área dos entreferros é

$$A_{g1} = A_{g2} = 1 \text{ pol.}^2 \times \frac{1 \text{ m}^2}{(39{,}4 \text{ pol.})^2} = 6{,}45 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Os comprimentos dos entreferros são

$$g_1 = 0{,}020 \text{ pol.} \times \frac{1 \text{ m}}{39{,}4 \text{ pol.}} = 5{,}08 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$g_2 = 0{,}040 \text{ pol.} \times \frac{1 \text{ m}}{39{,}4 \text{ pol.}} = 10{,}2 \times 10^{-4} \text{ m}$$

As relutâncias dos entreferros são dadas pela Eq. 1-9:

$$\mathscr{R}_1 = \frac{g_1}{\mu_0 A_{g1}} = \frac{5{,}08 \times 10^{-4}}{(4\pi \times 10^{-7})(6{,}45 \times 10^{-4})} = 6{,}26 \times 10^5 \text{ A/Wb}$$

$$\mathscr{R}_2 = \frac{10{,}2 \times 10^{-4}}{(4\pi \times 10^{-7})(6{,}45 \times 10^{-4})} = 12{,}5 \times 10^5 \text{ A/Wb}$$

Os fluxos nas pernas são determinados pela Eq. 1-10:

$$\phi_1 = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_1} = \frac{1000 \times 0{,}2}{6{,}26 \times 10^5} = 3{,}2 \times 10^{-4} \text{ weber}$$

$$\phi_2 = \frac{1000 \times 0{,}2}{12{,}5 \times 10^5} = 1{,}6 \times 10^{-4} \text{ weber}$$

$$\phi_3 = \phi_1 + \phi_2 = 4{,}8 \times 10^{-4} \text{ weber}$$

As áreas dos entreferros são as mesmas das pernas,

$$A_{n1} = A_{n2} = 6{,}45 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Obtêm-se as induções magnéticas por meio da Eq. 1-6:

$$\mathcal{B}_1 = \frac{\phi_1}{A_{n1}} = \frac{3{,}2 \times 10^{-4}}{6{,}45 \times 10^{-4}} = 0{,}495 \text{ weber/m}^2$$

$$\mathcal{B}_2 = \frac{\phi_2}{A_{n2}} = \frac{1{,}6 \times 10^{-4}}{6{,}45 \times 10^{-4}} = 0{,}248 \text{ weber/m}^2$$

$$\mathcal{B}_3 = \frac{\phi_3}{A_{n3}} = \frac{4{,}8 \times 10^{-4}}{12{,}9 \times 10^{-4}} = 0{,}372 \text{ weber/m}^2$$

1-2 FUNCIONAMENTO EM C.A.

Se o campo magnético varia com o tempo, produz-se um campo elétrico $\mathcal{E}$ no espaço, de acordo com a lei de Faraday

$$\oint \mathcal{E} \cdot dl = -\frac{d}{dt} \int_s \mathcal{B} \cdot da \qquad (1\text{-}12)$$

onde a integral de linha é calculada ao longo do contorno da superfície aberta atravessada por $\mathcal{B}$. A unidade de $\mathcal{E}$ é Volt por metro (V/m). Em estruturas magnéticas com enrolamentos, como na Fig. 1-2, o campo magnético variável no núcleo produz uma fem e nos terminais, de valor

$$e = N\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\lambda}{dt} \qquad (1\text{-}13)$$

onde $\lambda = N\varphi$, chamado *fluxo concatenado*, em unidade Weber-espira (Wb). O símbolo φ é utilizado para indicar o valor instantâneo de um fluxo que varia no tempo.

Para um circuito magnético no qual existe uma relação linear entre $\mathcal{B}$ e $\mathcal{H}$, devido à permeabilidade constante do material ou à predominância do entreferro, podemos definir a relação λ-i por meio da *indutância* L:

$$L = \frac{\lambda}{i} \qquad (1\text{-}14)$$

A indutância pode ser expressa também em grandezas de campo:

$$L = \frac{N^2 \mathcal{B} A}{\mathcal{H} l} = N^2 \mu \frac{A}{l} = N^2 \mathcal{P} \qquad (1\text{-}15)$$

que mostra a forma geométrica. A indutância é medida em henry (H) ou weber-espira por ampère (Wb/A). Introduzindo a Eq. 1-14 na Eq. 1-13 obtém-se

$$e = \frac{d}{dt}(Li) \qquad (1\text{-}16)$$

Para circuitos magnéticos estáticos, a indutância é fixa e a equação se reduz à forma bem conhecida para circuitos: $L\,di/dt$. Entretanto, nas máquinas, a indutância pode ser variável no tempo e a equação precisa ser expressa como

$$e = L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dt} \qquad (1\text{-}17)$$

A potência nos terminais de um enrolamento de um circuito magnético é uma medida da *taxa de fluxo de energia*, que entra no circuito através deste particular enrolamento. A potência nos terminais na Fig. 1-1 é

$$p = ie = i\frac{d\lambda}{dt} \qquad (1\text{-}18)$$

cuja unidade é watt (W), ou joule por segundo. A variação da energia no circuito magnético no intervalo de tempo de t_1 a t_2 é dada por

$$W_{cmp} = \int_{t_1}^{t_2} p\,dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i\,d\lambda \qquad (1\text{-}19)$$

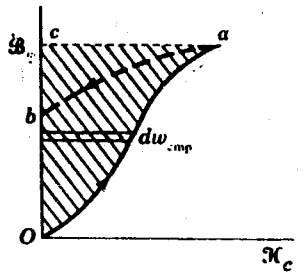


Fig 1-5. Característica $\mathcal{H}_n = \mathcal{H}_n$ e energia no campo magnético.

A Eq. 1-19 em termos de campo é

$$W_{cmp} = \int_{\mathcal{B}_1}^{\mathcal{B}_2} \left(\frac{\mathcal{H}_n l_n}{N}\right) (A_n N) d\mathcal{B}_n = A_n l_n \int_{\mathcal{B}_1}^{\mathcal{B}} \mathcal{H}_n d\mathcal{B}_n \qquad (1\text{-}20)$$

O termo $A_n l_n$ é identificado como sendo o volume do núcleo; então, $\mathcal{H}_n d\mathcal{B}_n$ é a densidade de energia magnética no núcleo. Se o circuito magnético contiver material ferromagnético, a relação será mais ou menos não-linear, como na curva ascendente *Oa* da Fig. 1-5, e as integrações na Eq. 1-20 devem ser feitas graficamente. Devido à histerese e correntes de Foucault, a relação entre $\mathcal{H}_n$ e $\mathcal{B}_n$ não é biunívoca.

A curva descendente é indicada pela linha tracejada *ab* na Fig. 1-5. Quando $\mathcal{H}_n$ é reduzida a zero, somente uma parte da energia que foi absorvida pelo campo durante o processo ascendente é devolvida, sendo seu valor dado pela área *abc*. Alguma energia permanece armazenada como energia cinética associada aos elétrons e produz o fluxo residual, e alguma energia foi dissipada como perda no núcleo, causada pela histerese e pelas correntes de Foucault. A energia líquida absorvida durante o processo ascendente e descendente *Oab* é a área *OabO* na Fig. 1-5. Se a taxa de variação no tempo for suficientemente lenta, de modo que os efeitos das correntes de Foucault possam ser desprezados, as características de fluxo-fmm *Oa* e *ab* tornam-se as curvas de magnetização ascendente e descendente. Em condições cíclicas, a perda por histerese pode ser determinada a partir da área de um ciclo de histerese, como mostrado na Fig. 1-6.

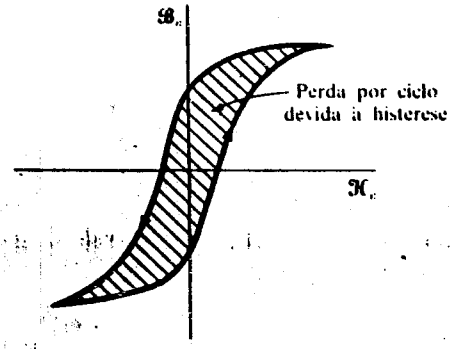


Fig. 1-6. Ciclo de histerese simétrico.

EXEMPLO 1-3

Para o circuito magnético do Exemplo 1-1 e Fig. 1-2, calcular: (*a*) a fem *e* para $\mathcal{B}_n = 1 \operatorname{sen} 377t$ webers/m^2. (*b*) As relutâncias $\mathcal{R}_n$ e $\mathcal{R}_g$. (*c*) A indutância *L*. (*d*) A energia para $\mathcal{B}_n = 1$ weber/m^2.

Solução

a. O valor de λ foi determinado anteriormente, igual a 0,45 weber-espira para $\mathcal{B}_n = 1$ weber/m^2. Então, para a variação senoidal de $\mathcal{B}_n$, o fluxo concatenado é

$$\lambda = 0{,}45 \operatorname{sen} 377t \text{ Wb}$$

A fem é dada pela Eq. 1-13 como

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = 170 \cos 377t \text{ V}$$

b. As relutâncias podem ser determinadas pela Eq. 1-9:

$$\mathcal{R}_n = \frac{l_n}{\mu_r \mu_0 A_n} = \frac{0{,}3}{5000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 9 \times 10^{-4}} = 5{,}3 \times 10^4 \text{ A/Wb}$$

$$\mathcal{R}_g = \frac{g}{\mu_0 A_g} = \frac{5 \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-7} \times 9 \times 10^{-4}} = 44{,}2 \times 10^4 \text{ A/Wb}$$

c. Da Eq. 1-14, a indutância é

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{0{,}45}{0{,}89} = 0{,}51 \text{ H}$$

e pode ser determinada pela Eq. 1-15 como segue:

$$L = N^2\mathcal{P} = N^2\frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{N^2}{\mathcal{R}_n + \mathcal{R}_g}$$

$$= \frac{(500)^2}{(3{,}3 + 44{,}2)10^4} = 0{,}51\ \text{H}$$

d. Pela Eq. 1-19, a energia é

$$W_{cmp} = \int_0^{\lambda} i\,d\lambda = \int_0^{\lambda} \frac{\lambda}{L}\,d\lambda = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L}$$

$$= \frac{(0{,}45)^2}{2 \times 0{,}51} = 0{,}20\ \text{joule}$$

1-3
PROPRIEDADES DOS MATERIAIS MAGNÉTICOS

As máquinas e os transformadores utilizam materiais magnéticos em vários tamanhos e formas, desde folhas finas estampadas de aço-silício até peças sólidas de ferro para rotores de alternadores síncronos e peças polares de máquinas de C.C.. Todo material ferromagnético utilizado para máquinas é caracterizado por uma alta permeabilidade relativa e também por uma relação não-linear e multivalente entre $\mathcal{B}$ e $\mathcal{H}$. As características do material não podem ser descritas por umas poucas constantes numéricas, mas precisam ser descritas por conjuntos de curvas relacionando as variáveis de interesse com outras variáveis, como espessura e freqüência, como parâmetros.

A informação básica das propriedades magnéticas é dada pelo ciclo $\mathcal{B}$-$\mathcal{H}$, ou de histerese. Esta curva mostra a relação instantânea entre a indução magnética $\mathcal{B}$ e a intensidade de campo magnético $\mathcal{H}$ num ciclo completo de funcionamento. Para cada valor de indução magnética máxima, nas extremidades do ciclo, o material tem um ciclo $\mathcal{B}$-$\mathcal{H}$ diferente. Um ciclo de histerese típico para um aço utilizado em equipamento, M-19, processado completamente, é mostrado na Fig. 1-7 para induções magnéticas máximas de 1,0 e 1,5 Wb/m^2. O ciclo mostra que a relação entre $\mathcal{B}$ e $\mathcal{H}$ é não-linear e multivalente. ciclo $\mathcal{B}$-$\mathcal{H}$ demonstra o mecanismo da relação, mas é de pouca utilidade em engenharia. A informação útil dada pelo ciclo é a relação entre os valores máximos de $\mathcal{B}$ e $\mathcal{H}$ na extremidade do ciclo. Esta informação é apresentada como uma *curva normal de magnetização*, que passa pelas extremidades de uma sucessão de ciclos $\mathcal{B}$-$\mathcal{H}$ cobrindo a faixa de indução magnética. A curva normal de magnetização para aço M-19, bitola

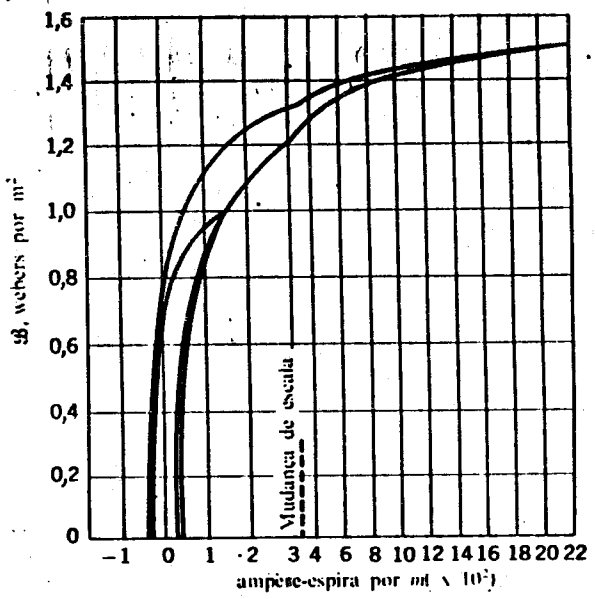


Fig. 1-7. Ciclos de histerese para aço M-19 completamente processado, bitola 29, para $\mathcal{B}_{máx}$ = 1,0 webers/m^2 e 1,5 webers/m^2.

29 (0,014 pol.), processado completamente, é mostrada na Fig. 1-8. A apresentação de dados de magnetização em c.a. será discutida em parágrafo posterior. A curva normal de magnetização pode ser utilizada para cálculos mais exatos de circuitos magnéticos do que mostrado nos Exemplos 1-1 e 1-2.

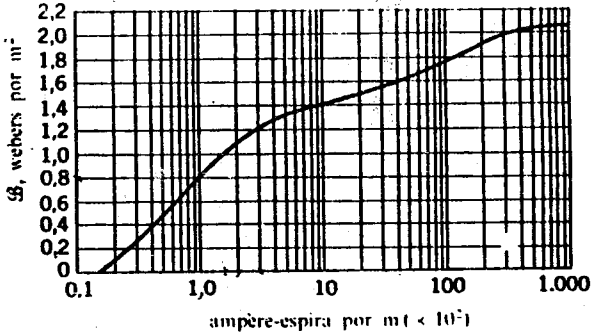


Fig. 1-8. Curva normal de magnetização para aço M-19 processado completamente, bitola 29.

EXEMPLO 1-4

Suponha-se que o material na Fig. 1-2 tem a curva normal de magnetização da Fig. 1-8. Calcular a corrente i para $\mathscr{B}_n = 1$ weber/m^2.

Solução

O valor de $\mathscr{H}_n$ para $\mathscr{B}_n = 1$ weber/m^2 é lido da Fig. 1-8 como

$$\mathscr{H}_n = 1{,}6 \times 10^2 \text{ A/m}$$

A fmm para o percurso no núcleo é

$$\mathscr{F}_n = \mathscr{H}_n l_n = 1{,}6 \times 10^2 \times 0{,}3 = 48 \text{ A}$$

A fmm para o entreferro é

$$\mathscr{F}_g = \mathscr{H}_g g = \frac{\mathscr{B}_g g}{\mu_0} = \frac{5 \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-7}} = 396 \text{ A}$$

A corrente resulta

$$i = \frac{\mathscr{F}_n + \mathscr{F}_g}{N} = \frac{444}{500} = 0{,}89 \text{ A}$$

Note-se que a permeabilidade relativa coincide com o valor adotado no Exemplo 1-1,

$$\mu = \frac{\mathscr{B}_n}{\mu_0 \mathscr{H}_n} = \frac{1}{4\pi \times 10^{-7} \times 1{,}6 \times 10^2} = 5.000$$

EXEMPLO 1-5

O problema do circuito magnético do Exemplo 1-2 foi resolvido, supondo que as fmms dos percursos magnéticos no ferro poderiam ser desprezadas. Suponha-se agora que o material do núcleo tem a característica da Fig. 1-8. Calcular as induções magnéticas nas três pernas do circuito.

Solução

O problema pode ser resolvido graficamente ou por aproximações sucessivas, pois a curva normal de magnetização não é descrita por uma função analítica. Utilizaremos aproximações sucessivas, partindo da solução do Exemplo 1-2 como a primeira aproximação.

Os três comprimentos de caminhos magnéticos entre os pontos a e b são

$$l_1 = 10 \text{ pol.} = 0{,}254 \text{ m}$$

$$l_2 = 10 \text{ pol.} = 0{,}254 \text{ m}$$

$$l_3 = 5 \text{ pol.} = 0{,}127 \text{ m}$$

Os valores de $\mathscr{H}_n$ tomados da Fig. 1-8 para a primeira aproximação são

para $\mathscr{B}_1 = 0{,}495$ weber/m^2 $\quad \mathscr{H}_1 = 0{,}53 \times 10^2$ A/m

$\mathscr{B}_2 = 0{,}248 \quad \mathscr{H}_2 = 0{,}30 \times 10^2$

$\mathscr{B}_3 = 0{,}372 \quad \mathscr{H}_3 = 0{,}40 \times 10^2$

As fmms para os três percursos são

$$\mathscr{F}_1 = \mathscr{H}_1 l_1 = 0{,}254 \times 0{,}53 \times 10^2 = 13{,}5 \text{ A}$$

$$\mathscr{F}_2 = \mathscr{H}_2 l_2 = 0{,}254 \times 0{,}30 \times 10^2 = 7{,}6$$

$$\mathscr{F}_3 = \mathscr{H}_3 l_3 = 0{,}127 \times 0{,}40 \times 10^2 = 5{,}1$$

Para a segunda aproximação das induções magnéticas, subtrairemos da fmm do enrolamento as fmms do núcleo calculadas acima, e aplicaremos o resultado aos entreferros:

$$\mathscr{B}_1 = \frac{\mu_0}{g_1}(Ni - \mathscr{F}_1 - \mathscr{F}_3)$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7}}{5{,}08 \times 10^{-4}}(200 - 18{,}6) = 0{,}45 \text{ weber/m}^2$$

$$\mathscr{B}_2 = \frac{\mu_0}{g_2}(Ni - \mathscr{F}_2 - \mathscr{F}_3)$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7}}{10{,}2 \times 10^{-4}}(200 - 12{,}7) = 0{,}233 \text{ weber/m}^2$$

O fluxo ϕ_3 na perna central é dado por

$$\phi_3 = \mathscr{B}_1 A_1 + \mathscr{B}_2 A_2$$

e $$\mathscr{B}_3 = \frac{\phi_3}{A_3} = \frac{\mathscr{B}_1 A_1 + \mathscr{B}_2 A_2}{A_3} = \frac{\mathscr{B}_1 + \mathscr{B}_2}{\lambda_2} = 0{,}342 \text{ weber/m}^2$$

Os novos valores de $\mathscr{H}$ são lidos da Fig. 1-8 como

$$\mathscr{H}_1 = 0{,}48 \times 10^2 \text{ A/m}$$
$$\mathscr{H}_2 = 0{,}30 \times 10^2$$
$$\mathscr{H}_3 = 0{,}38 \times 10^2$$

Quando este segundo conjunto de valores de $\mathscr{H}$ é utilizado para calcular a terceira aproximação dos valores de $\mathscr{B}$, os resultados são

$$\mathscr{B}_1 = 0{,}45\,\frac{200 - 17{,}0}{200 - 18{,}6} = 0{,}454 \text{ weber/m}^2$$

$$\mathscr{B}_2 = 0{,}233\,\frac{200 - 12{,}4}{200 - 12{,}7} = 0{,}234 \text{ weber/m}^2$$

$$\mathscr{B}_3 = \frac{\mathscr{B}_1 + \mathscr{B}_2}{2} = 0{,}344 \text{ weber/m}^2$$

Os valores de $\mathscr{B}$ convergem rapidamente para os valores finais. Mesmo assim, os valores acima estão dentro de 10 por cento dos valores calculados no Exemplo 1-2, em que se desprezou a fmm no material do núcleo.

Como foi mostrado no Item 1-2, nos materiais magnéticos ocorre uma perda de energia cada vez que o material é submetido a um ciclo do seu ciclo de histerese. A perda é separada em perda por correntes de Foucault e perda por histerese; a primeira componente é provocada pela perda I^2R de correntes que circulam no material, tendendo a se opor à variação da indução magnética; a segunda componente corresponde à energia despendida em orientar os domínios magnéticos do material na direção do campo. As perdas dependem da metalurgia do material, particularmente da percentagem de silício, da freqüência, da espessura do material em um plano normal ao campo, e da indução magnética máxima. Em equipamento elétrico, a perda no núcleo deve ser dissipada como calor, e também contribui para as perdas totais do próprio equipamento. Os dados sobre as perdas no núcleo podem ser apresentados como mostra a Fig. 1-9, em watt por unidade de massa, em função da indução magnética, a uma freqüência determinada. Esta informação é complementada por curvas de perdas no núcleo em função da freqüência, com a indução magnética como parâmetro.

As características de materiais magnéticos sob excitação de *c.a.* são usualmente apresentadas em termos de *potência aparente por unidade de massa* de material, P_a, como função da indução magnética,

em lugar da curva de magnetização relacionando $\mathscr{B}$ e $\mathscr{H}$. Particularmente em transformadores e reatores com entreferro, e em menor freqüência em máquinas rotativas, o material magnético funciona à mesma indução magnética na estrutura inteira; a potência aparente de excitação para o material é então encontrada como o produto de P_a pela massa. A justificativa é a seguinte. Aplicando-se uma tensão ao enrolamento do circuito magnético da Fig. 1-1,

$$v = \sqrt{2}\,V \operatorname{sen} 2\pi f t, \tag{1-21}$$

onde V é a tensão eficaz, a indução magnética no núcleo é calculada pela Eq. 1-13

$$\mathscr{B}_n = \frac{1}{NA_n}\int v\,dt$$

$$\mathscr{B}_n = \frac{-\sqrt{2}\,V}{NA_n 2\pi f}\cos 2\pi f t$$

$$\mathscr{B}_n = -\mathscr{B}_{max}\cos 2\pi f t \tag{1-22}$$

onde
$$\mathscr{B}_{max} = \frac{\sqrt{2}\,V}{NA_n 2\pi f} = \frac{V}{4{,}44NA_n f} \tag{1-23}$$

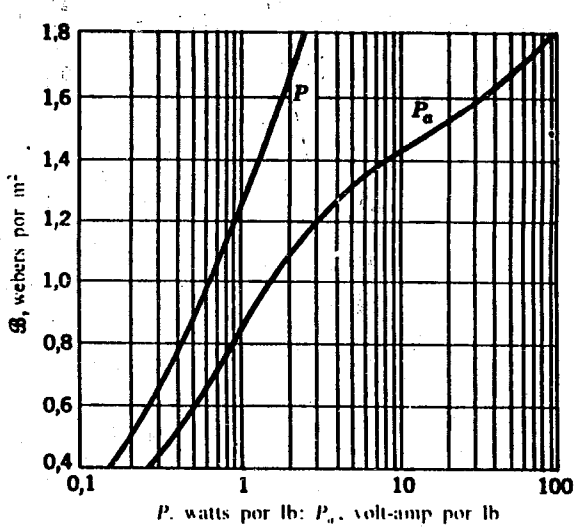


Fig. 1-9. Curvas de perda no núcleo e potência aparente de excitação para aço M-19 processado completamente, bitola 29, a 60 Hz

A tensão eficaz V é então relacionada à indução magnética de pico $\mathscr{B}_{max}$ pela expressão

$$V = 4{,}44\mathscr{B}_{max} A_n N f \tag{1-24}$$

Como veremos adiante neste capítulo, a forma de onda de $\mathscr{H}_n$ é fortemente não-senoidal, quando $\mathscr{B}_n$ é senoidal. Podemos definir um valor eficaz $\mathscr{H}_{ef}$ de $\mathscr{H}_n$ e um valor eficaz de corrente I tais que

$$I = \frac{\mathscr{H}_{ef} l_n}{N} \tag{1-25}$$

O produto VI é a potência aparente de entrada no enrolamento da Fig. 1-1 para prover a excitação do material magnético, na indução magnética de pico $\mathscr{B}_{max}$

$$VI = 4{,}44 f(\mathscr{B}_{max}\mathscr{H}_{ef})(A_n l_n) \tag{1-26}$$

Para um material magnético de densidade ρ_n, a massa é $A_n l_n \rho_n$, e a potência aparente por unidade de massa é dada por

$$P_a = \frac{VI}{A_n l_n \rho_n} = \frac{4{,}44 f}{\rho_n}(\mathscr{B}_{max}\mathscr{H}_{ef}) \tag{1-27}$$

A característica de P_a a uma dada freqüência f depende somente de $\mathscr{B}_{max}$, pois $\mathscr{H}_{ef}$ é uma função de $\mathscr{B}_{max}$, e é independente do número de espiras e da geometria. A característica para material M-19 é mostrada na Fig. 1-9.

Quase todos os transformadores e certas partes de máquinas elétricas utilizam material de aço laminado que tem direções de magnetização altamente favoráveis, ao longo das quais a perda no núcleo é baixa e a permeabilidade alta. Este material é chamado *aço de grãos orientados*. A razão para esta propriedade está na estrutura atômica do cristal simples da liga de ferro-silício, que é um cubo centrado; cada cubo tem um átomo em cada vértice, bem como um no seu centro. No cubo, a direção de magnetização mais fácil é segundo uma aresta; uma diagonal de uma face do cubo representa uma direção de magnetização mais difícil, e finalmente a magnetização mais difícil de todas é segundo a diagonal através do cubo. Por processo adequado de fabricação, a maioria das arestas dos cubos é alinhada na direção de laminação, para tornar esta a direção favorável à magnetização. O comportamento nessa direção é superior àquele dos aços não orientados, do ponto de vista das perdas no núcleo e $\mathscr{H}$ exigida, de modo que os aços orientados podem funcionar com induções magnéticas maiores do que os aços não orientados. As curvas de magnetização da Fig. 1-10 mostram o efeito notável da variação do ângulo em relação à direção de laminação.

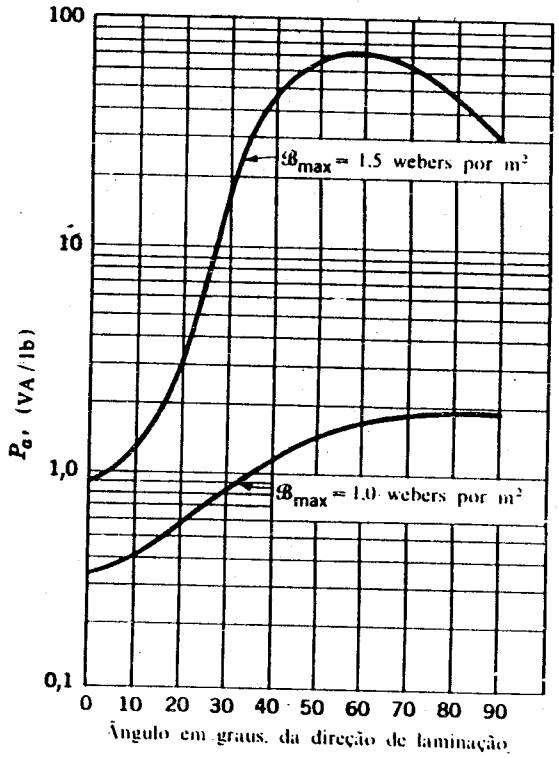


Fig. 1-10. Curvas de potência aparente e excitação para aço de grãos orientados M-0,014 pol, a 60 Hz, em função do ângulo em relação à direção de laminação. $\mathscr{B}_{max}$ = 1,0 e 1,5 weber/m²

EXEMPLO 1-6

O núcleo magnético na Fig. 1-11 é feito de chapas de aço-silício M-19, bitola 29. O enrolamento é excitado com uma tensão adequada para produzir uma indução magnética $\mathscr{B} = 1{,}5 \operatorname{sen} 377t$ webers/m² no núcleo. O material ocupa 0,94 do volume total do núcleo. A densidade do aço é 7,65 g/cm³. Determinar: (*a*) a tensão aplicada; (*b*) a corrente de pico; (*c*) a corrente eficaz; (*d*) a perda no núcleo; (*e*) a corrente eficaz se o material for substituído por material M-6, 0,014 pol (bitola 29), orientado na direção favorável ao campo.

Solução

a. Da Eq. 1-13, a tensão é

$$e = N\frac{d\varphi}{dt} = NA_n\frac{d\mathscr{B}}{dt} = 200 \times 4\ \text{pol.}^2 \times 0{,}94 \times \frac{1\ \text{m}^2}{(39{,}4)^2\ \text{pol.}^2}$$
$$\times 1{,}5 \times 377 \cos 377t = 275 \cos 377t \text{ volts}$$

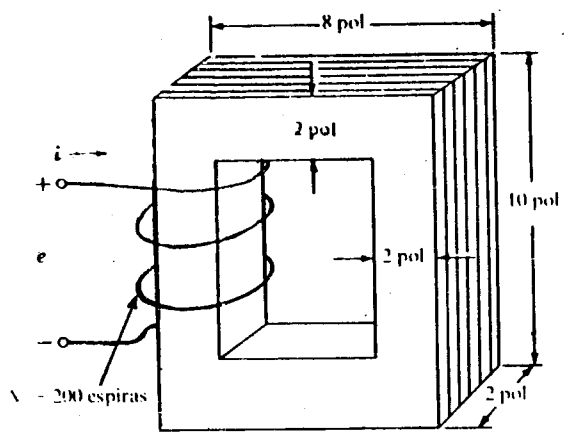


Fig. 1-11. Reator com núcleo de aço laminado.

b. A intensidade de campo magnético correspondente a $\mathscr{B}_{max} = 1{,}5$ webers/m^2 é dada na Fig. 1-8 como $\mathscr{H} = 22 \times 10^2$ A/m

$$l_n = (6 + 6 + 8 + 8)\text{ pol.} \times \frac{1\text{ m}}{39{,}4\text{ pol.}} = 0{,}71\text{ m.}$$

A corrente de pico é

$$I = \frac{22 \times 10^2 \times 0{,}71}{200} = 7{,}8\text{ A}$$

c. A corrente eficaz é obtida a partir do valor de P_a da Fig. 1-9 para $\mathscr{B}_{max} = 1{,}5$ webers/in^2

$$P_a = 18\text{ VA/lb}$$

O volume e peso do núcleo são

$$V_n = 4\text{ pol.}^2 \times 0{,}94 \times 28\text{ pol.} = 105{,}5\text{ pol.}^3$$

$$W_n = 105{,}5\text{ pol.}^3 \times \frac{7{,}65\text{ g}}{1\text{ cm}^3} \times \frac{(2{,}54)^3\text{ cm}^3}{1\text{ pol.}^3} \times \frac{2{,}2\text{ lb}}{1.000\text{ g}} = 29{,}1\text{ lb}$$

A potência aparente e corrente totais são

$$P_a = 18\,\frac{\text{VA}}{\text{lb}} \times 29{,}1\text{ lb} = 525\text{ VA}$$

$$I = \frac{P_a}{V} = \frac{525}{275 \times 0{,}707} = 2{,}7\text{ A}$$

d. A densidade de perda no núcleo é obtida da Fig. 1-9 como $P = 1{,}6$ watt/lb. A perda total no núcleo é

$$P = 1{,}6 \times 29{,}1\text{ lb} = 46{,}5\text{ watt}$$

e. Para o material M-6, grão orientado, a potência aparente por libra a 0°, 1,5 weber/m^2, é dada pela Fig. 1-10 como

$$P_a = 0{,}86\text{ VA/lb}$$

A corrente eficaz é

$$I = \frac{0{,}86 \times 29{,}1\text{ lb}}{275 \times 0{,}707} = 0{,}128\text{ A}$$

O material M-6 poderia ser utilizado acima de 1,8 Wb/m^2, para atingir a mesma corrente de excitação de 2,7 ampères obtida com o material M-19 a 1,5 Wb/m^2, o que representa um aumento de 20 por cento.

1-4 CIRCUITOS ACOPLADOS MAGNETICAMENTE

Antes de empreender o estudo das máquinas elétricas, é desejável discutir certos aspectos da teoria de circuitos acoplados magneticamente, dando ênfase ao funcionamento do transformador. Embora o transformador estático não seja propriamente um dispositivo de conversão de energia, ele é um componente indispensável em muitos sistemas de conversão de energia. Ele é uma das principais razões que permitem a utilização tão difundida de sistemas de energia a c.a., pois torna possível tanto a geração de energia elétrica na tensão mais econômica, como a transmissão de energia na tensão de transmissão mais econômica, e finalmente a utilização da energia na tensão mais apropriada ao dispositivo de utilização. O transformador é também amplamente utilizado, em circuitos eletrônicos e de controle de baixa potência e baixa corrente, para desempenhar funções como casamento de impedância de uma fonte à carga para máxima transferência de potência, isolamento entre circuitos, ou isolamento para corrente contínua mantendo continuidade para c.a., entre dois circuitos.

Além disto, o transformador é um dos dispositivos mais simples que incluem dois ou mais circuitos elétricos acoplados por um circuito magnético comum, e sua análise envolve muitos dos princípios essenciais ao estudo das máquinas elétricas.

Essencialmente, um transformador é constituído por dois ou mais enrolamentos concatenados por um campo magnético mútuo. Se um destes enrolamentos, o *primário*, for ligado a um gerador de tensão alternada, será produzido um fluxo alternado, cuja amplitude dependerá da tensão e número de espiras do primário. O fluxo mútuo concatenar-se-á com o outro enrolamento, o *secundário*, e induzirá uma tensão cujo valor dependerá do número de espiras do secundário. Dimensionando convenientemente os números de espiras do primário e secundário, pode-se obter teoricamente qualquer relação de tensões, ou *relação de transformação*, que se queira.

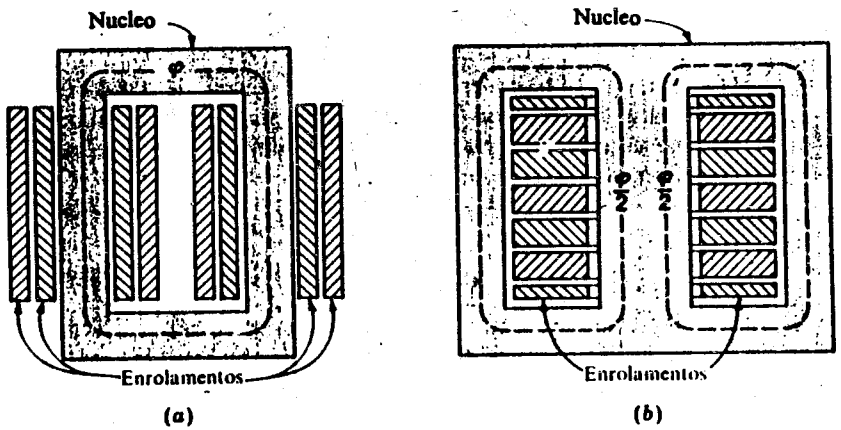


Fig. 1-12. (*a*) Transformador tipo núcleo envolvido e (*b*) tipo núcleo envolvente

O funcionamento do transformador evidentemente exige apenas a existência de fluxo mútuo alternado concatenando com os dois enrolamentos, e é simplesmente uma utilização do conceito de indutância mútua. Tal ação será obtida também se for utilizado um núcleo de ar, mas será obtida muito mais eficientemente com um núcleo de ferro, ou algum outro material ferromagnético, porque a maior parte do fluxo estará confinada a um caminho definido, concatenando com

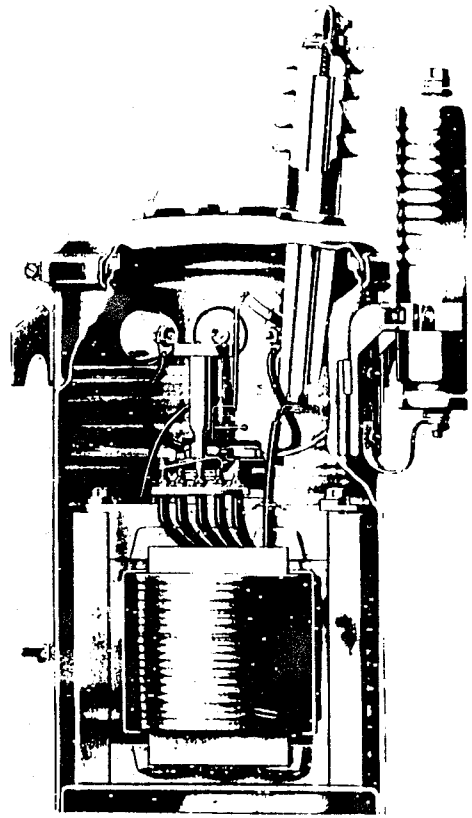


Fig 1-13 Vista em corte de um transformador autoprotegido, tipico para potências de 2 a 25 KVA, 7.200:240/120 volts. Somente são necessários um isolador de alta tensão e um pára-raios, porque um lado da linha de 7.200 volts e um lado do primário são aterrados. (*General Electric Company.*)

ambos os enrolamentos, e tendo uma permeabilidade muito mais alta do que a do ar. Tal transformador é comumente chamado *transformador de núcleo de ferro*. A maioria dos transformadores é deste tipo. A discussão seguinte diz respeito quase que inteiramente aos transformadores com núcleo de ferro.

Com objetivo de reduzir as perdas causadas por correntes de Foucault no núcleo, o circuito magnético usualmente consiste de um pacote de chapas finas. Na Fig. 1-12 são mostrados dois tipos comuns de construção. No *tipo núcleo envolvido*, ou *nuclear*, (Fig. 1-12*a*) os enrolamentos estão enrolados em torno de duas pernas de um núcleo magnético retangular, enquanto no *tipo núcleo envolvente*, ou *encouraçado*, (Fig. 1-12*b*) os enrolamentos estão enrolados em torno

da perna central de um núcleo com três pernas. Utilizam-se geralmente chapas de aço-silício, de espessura 0,014 pol (0,35 mm), para transformadores operando a freqüência até algumas centenas de hertz. O aço-silício tem as propriedades desejáveis de baixo custo, baixa perda, e alta permeabilidade a altas induções magnéticas (1 a 1,5 Wb/m^2). Os núcleos de pequenos transformadores utilizados em circuitos de comunicações a altas freqüências e baixos níveis de energia são algumas vezes feitos de ligas ferromagnéticas pulverizadas e comprimidas, tais como o permalloy.

A maior parte do fluxo é confinada ao núcleo e portanto se concatena com ambos os enrolamentos. Embora o fluxo disperso que se concatena com um enrolamento só, sem concatenar-se com o outro,

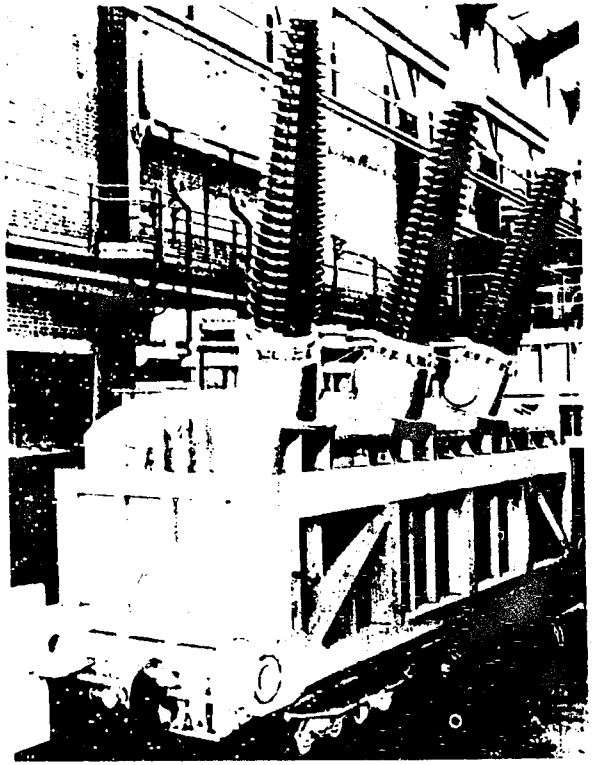


Fig. 1-14. Transformador para 660 MVA trifásico 50 Hz usado para levar a tensão de gerador de 20 KV a tensão de transmissão de 450 KV (*CEM Le Havre associada francesa de Brown Boven Corporation.*)

seja uma pequena fração do fluxo total, ele tem um importante efeito no comportamento do transformador. A dispersão é reduzida com a subdivisão dos enrolamentos em seções, colocadas tão próximas umas às outras quanto possível. Na construção tipo núcleo envolvido, cada enrolamento consiste de duas seções, colocando-se uma seção sobre cada uma das duas pernas do núcleo, e sendo os enrolamentos tanto do primário como do secundário bobinas concêntricas. Na construção tipo núcleo envolvente, podem ser utilizadas variações da disposição com enrolamentos concêntricos, ou os enrolamentos podem consistir de empilhamento de bobinas finas, primárias e secundárias, montadas alternadamente.

A Fig. 1-13 ilustra a construção interna de um *transformador de distribuição* tal como é utilizado em sistemas de distribuição para prover a tensão apropriada ao consumidor. Um grande transformador de potência é mostrado na Fig. 1-14.

1-5 COMPORTAMENTO COM SECUNDÁRIO ABERTO

Considere-se o transformador mostrado na Fig. 1-15, com o circuito de secundário aberto e uma tensão alternada v_1 aplicada aos terminais do primário. Uma pequena corrente de regime i_e, chamada *corrente de excitação*, circula no primário e estabelece um fluxo alternado no circuito magnético. Este fluxo induz uma fem no primário igual a

$$e_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \tag{1-28}$$

onde λ_1 é o fluxo concatenado com o primário, φ o fluxo (aqui considerado todo confinado ao núcleo), e N_1 o número de espiras do enrolamento primário. A tensão e_1 é em volt quando φ é em weber. A lei de Lenz mostra que e_1 é uma força contra-eletromotriz (fcem) tendo a polaridade relativa a v_1 mostrada pelos sinais + e − na Fig. 1-15. Esta

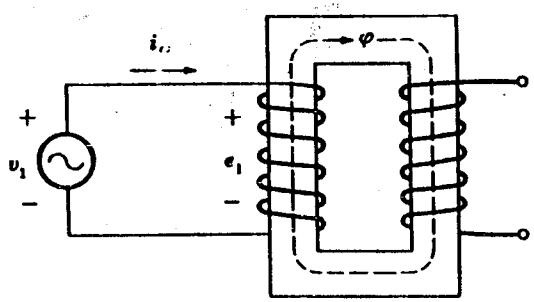


Fig. 1-15. Transformador com secundário aberto.

fcem, junto com a queda de tensão na resistência de primário r_1, deve contrabalançar a tensão aplicada v_1; assim

$$v_1 = r_1 i_\varphi + e_1 \tag{1-29}$$

Na maioria dos dispositivos de potência, a queda de tensão resistiva, em funcionamento sem carga, é muito pequena, e a fem induzida e_1 quase iguala a tensão aplicada v_1. Além disto, as formas de onda de tensão e fluxo são senoidais, com boa aproximação. A análise pode então ser muito simplificada. Assim, se o fluxo instantâneo for

$$\varphi = \phi_{max} \operatorname{sen} \omega t \tag{1-30}$$

a tensão induzida será

$$e_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} = \omega N_1 \phi_{max} \cos \omega t \tag{1-31}$$

onde ϕ_{max} é o valor máximo de fluxo e $\omega = 2\pi f$, e a freqüência vale f *Hz*. Para as direções positivas mostradas na Fig. 1-15, a fem induzida está adiantada de 90° em relação ao fluxo. O valor eficaz da fem induzida será

$$E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_1 \phi_{max} = 4{,}44 f N_1 \phi_{max} \tag{1-32}$$

Se a queda de tensão na resistência for desprezível, a fcem será igual à tensão aplicada. Nestas condições, se uma tensão senoidal for aplicada a um enrolamento, deverá estabelecer-se um fluxo no núcleo, variando senoidalmente, e cujo valor máximo ϕ_{max} satisfaça à exigência de que E_1 na Eq. 1-32 iguale o valor eficaz v_1 da tensão aplicada, isto é,

$$\phi_{max} = \frac{v_1}{4{,}44 f N_1} \tag{1-33}$$

O fluxo é determinado somente pela tensão aplicada, pela freqüência e pelo número de espiras no enrolamento. Esta importante relação aplica-se não somente a transformadores mas também a qualquer dispositivo funcionando com tensão alternada senoidal aplicada, desde que a queda de tensão na resistência do enrolamento seja desprezível. As propriedades magnéticas do núcleo determinam a corrente de excitação. Ela deve ajustar-se de modo a produzir a fmm exigida para criar o fluxo requerido pela Eq. 1-33.

Devido às propriedades magnéticas não lineares do ferro, a forma de onda da corrente de excitação difere da forma de onda de fluxo. A curva de corrente de excitação em função do tempo pode ser determinada graficamente a partir das características magnéticas do núcleo,

na forma ilustrada na Fig. 1-16. As ondas de tensão e^1 e fluxo φ são senoidais, de acordo com as Eqs. 1-30 a 1-33, e são mostradas na Fig. 1-16*a*. O ciclo fluxo-fmm no núcleo é mostrado na Fig. 1-16*b*. Os valores da fmm correspondentes aos vários valores do fluxo podem ser determinados deste ciclo de histerese. Por exemplo, no instante t' o fluxo instantâneo é φ', e está aumentando; o valor correspondente da fmm é $\mathscr{F}'$, lido na parte relativa a fluxo crescente no ciclo de histerese. O valor correspondente i'_φ da corrente de excitação é marcado em correspondência ao instante t' na Fig. 1-16*a*. No instante t'' o fluxo também tem o valor instantâneo φ', mas está diminuindo, e os valores correspondentes de fmm e corrente são $\mathscr{F}''$ e i''_φ. Deste modo é possível desenhar a curva completa de corrente de excitação i_φ mostrada na Fig. 1-16*a*.

Se a corrente de excitação for analisada por série de Fourier, verifica-se que ela se compõe de uma fundamental e uma família de harmônicas ímpares. A fundamental pode, por sua vez, ser separada em duas componentes, uma em fase com a fcem e outra atrasada em 90° em relação à fcem. A componente fundamental em fase corresponde à potência absorvida pela histerese e perdas por correntes de Foucault no núcleo. é chamada a *componente de perdas no núcleo*, da corrente de excitação. Quando a componente de perdas no núcleo é subtraída da corrente de excitação total, a diferença é chamada *corrente de magnetização*. Esta compreende uma componente fundamental atrasada em 90° em relação à fcem, e mais todas as harmônicas. A principal harmônica é a terceira. Para transformadores de potência típicos, a terceira harmônica usualmente é cerca de 40 por cento da corrente de excitação.

Excetuando os problemas referentes diretamente aos efeitos das harmônicas, as peculiaridades da forma de onda da corrente de excitação

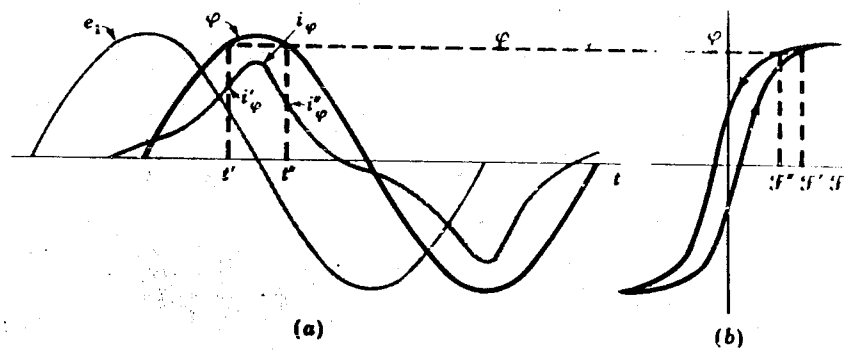


Fig. 1-16. Fenômenos de excitação. (*a*) Formas de onda de tensão, fluxo, e corrente de excitação e (*b*) ciclo fluxo-fmm correspondente.

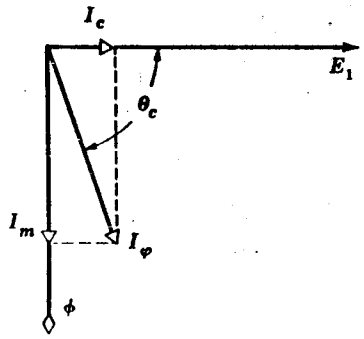


Fig. 1-17. Diagrama fasorial em vazio

usualmente não precisam ser consideradas, pois a corrente de excitação em si mesma é pequena. Por exemplo, a corrente de excitação em um transformador de potência típico é cerca de 5 por cento da corrente de plena carga. Conseqüentemente os efeitos das harmônicas usualmente são sobrepujados pelas correntes senoidais de outros elementos lineares no circuito. A corrente de excitação pode então ser representada pela sua *onda senoidal equivalente*, que tem o mesmo valor eficaz e mesma freqüência, e produz a mesma potência média, que a onda real. Tal representação é essencial para a construção de um diagrama fasorial. Na Fig. 1-17, os fasores E_1 e ϕ, respectivamente, representam a fem induzida e o fluxo. O fasor I_φ representa a corrente de excitação senoidal equivalente. Ela está atrasada em relação à fem E_1 de um ângulo de fase θ_n tal que

$$P_n = E_1 I_\varphi \cos\theta_n \tag{1-34}$$

onde P_n é a perda no núcleo. A componente I_n em fase com E_1 representa a corrente de perdas no núcleo. A componente I_m em fase com o fluxo representa uma onda senoidal equivalente tendo o mesmo valor eficaz que a corrente de magnetização. As Figs. 1-9 e 1-10 mostram características típicas de perdas no núcleo e potência aparente de excitação de dois tipos de aço-silício de alta qualidade utilizados em chapas para transformadores de potência e distribuição.

EXEMPLO 1-7

No Exemplo 1-6 a perda no núcleo e a potência aparente de excitação determinadas para o núcleo da Fig. 1-11 para $\mathscr{B}_{max} = 1{,}5$ weber/m^2 e 60 Hz, foram

$$P_n = 46{,}5 \text{ watts} \qquad (VI)_{ef} = 525 \text{ VA}$$

e a tensão induzida foi $275/\sqrt{2} = 194$ volt, valor eficaz, com o enrolamento de 200 espiras.

Determinar o fator de potência, a corrente de perdas no núcleo I_n, e a corrente de magnetização I_m.

Solução

$$\text{Fator de potência } \cos\theta_n = \frac{46{,}5}{525} = 0{,}089$$

$$\theta_n = 84{,}9° \qquad \operatorname{sen}\theta_n = 0{,}996$$

$$\text{Corrente de excitação } I_\varphi = \frac{525}{194} = 2{,}71 \text{ A}$$

$$\text{Componente de perda no núcleo } I_n = \frac{46{,}5}{194} = 0{,}24 \text{ A}$$

Componente de magnetização $I_m = I_\varphi \operatorname{sen}\theta_n = 2{,}71$ A. Como θ_n é quase 90°, a diferença entre os valores eficazes da corrente de excitação e sua componente de magnetização I_m é insignificante.

1-6 EFEITO DE CORRENTE NO SECUNDÁRIO. TRANSFORMADOR IDEAL

Como primeira aproximação a uma teoria quantitativa, considere-se um transformador com um enrolamento primário de N_1 espiras e um enrolamento secundário de N_2 espiras, como mostrado esquematicamente na Fig. 1-18. Suponha-se que as propriedades deste transformador são idealizadas no sentido de que as resistências de enrolamentos são desprezíveis, todo o fluxo está confinado ao núcleo e se concatena com ambos enrolamentos, as perdas no núcleo são desprezíveis, e a permeabilidade do núcleo é tão alta que apenas

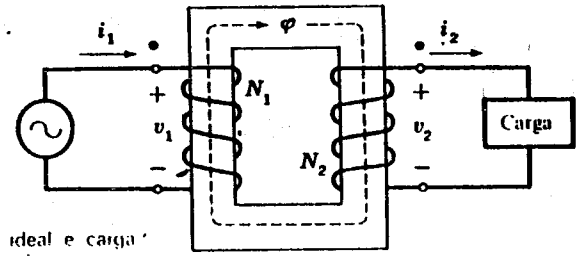


Fig. 1-18 Transformador ideal e carga

uma corrente de excitação desprezível é necessária para estabelecer o fluxo. Estas propriedades são aproximadas mas nunca realmente atingidas nos transformadores reais. Um transformador hipotético tendo estas propriedades é frequentemente chamado de *transformador ideal.*

Quando uma tensão variável com o tempo v_1 é aplicada aos terminais do primário, um fluxo φ deve ser estabelecido no núcleo, tal que a fcem e_1 iguale a tensão imposta, quando a resistência do enrolamento é desprezível. Assim

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} \tag{1-35}$$

O fluxo no núcleo também se concatena com o secundário e produz aí uma fem induzida e_2, igual à tensão nos terminais do secundário v_2, dada por

$$v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\varphi}{dt} \tag{1-36}$$

Da relação entre as Eqs. 1-35 e 1-36, resulta

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} \tag{1-37}$$

Assim um transformador ideal transforma as tensões na relação direta do número de espiras dos respectivos enrolamentos.

Agora, considere-se que há uma carga ligada ao secundário. Então, uma corrente i_2 e uma fmm $N_2 i_2$ estão presentes no secundário. A menos que esta fmm do secundário seja contrabalançada no primário, o fluxo no núcleo será radicalmente mudado e o equilíbrio entre tensão aplicada e fcem no primário será perturbado. Portanto, devem estar presentes no primário uma fmm e uma corrente i_1 compensadoras, tais que

$$N_1 i_1 = N_2 i_2 \tag{1-38}$$

Este é o modo pelo qual o primário toma conhecimento da presença de corrente no secundário. Observe-se que para as direções de referência mostradas na Fig. 1-18 as fmms de i_1 e i_2 estão em direções opostas e portanto se compensam. A fmm líquida agindo no núcleo é, portanto, nula, de acordo com a suposição de que a corrente de excitação de um transformador ideal é nula. Da Eq. 1-38

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} \tag{1-39}$$

Assim um transformador ideal transforma as correntes na razão inversa do número de espiras nos respectivos enrolamentos. Note-se também das Eqs. 1-37 e 1-39 que

$$v_1 i_1 = v_2 i_2 \tag{1-40}$$

isto é, a potência instantânea de entrada iguala a potência instantânea de saída, uma condição decorrente de ter desprezado todas as causas de perdas de potência ativa e reativa no transformador.

Para prosseguir no estudo, considere-se o caso de tensão senoidal e uma impedância como carga. O simbolismo de fasores pode então ser utilizado. O circuito é mostrado em forma simplificada na Fig. 1-19*a*, na qual os terminais do transformador marcados com pontos correspondem aos terminais similarmente marcados na Fig. 1-18. Os pontos indicam terminais de polaridade correspondente, i.e., se seguirmos ao longo dos enrolamentos de primário e secundário da Fig. 1-18 começando nos seus terminais marcados, encontraremos que ambos enrolamentos envolvem o núcleo na mesma direção com respeito ao fluxo. Portanto, se compararmos as tensões nos dois enrolamentos, as tensões de um terminal marcado para um terminal não marcado serão da mesma polaridade instantânea para primário e secundário. Em outras palavras, as tensões V_1 e V_2 na Fig. 1-19*a* estão em fase. Também as

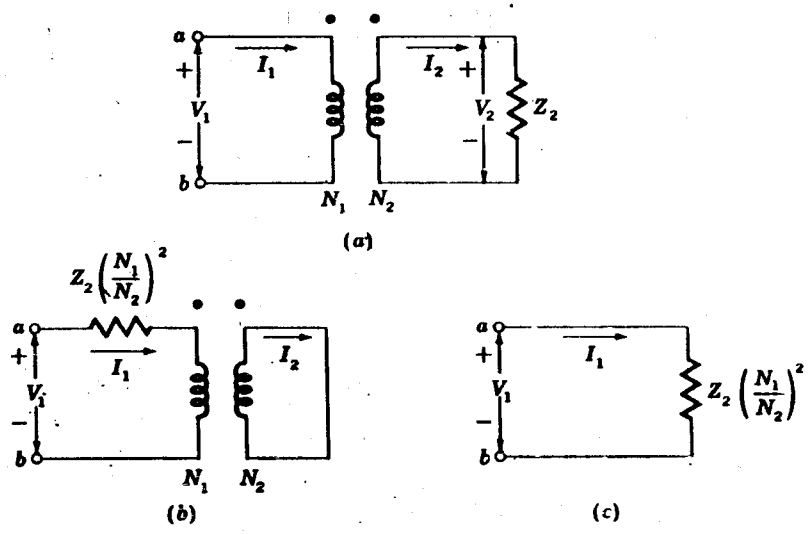


Fig. 1-19. Três circuitos que são idênticos aos terminais *ab* quando o transformador é ideal.

correntes I_1 e I_2 estão em fase. O fato de que suas fmms devem se contrabalançar é levado em conta por estarem em direções opostas ao longo dos enrolamentos.

Em forma fasorial, as Eqs. 1-37 e 1-39 podem ser expressas como

$$V_1 = \frac{N_1}{N_2} V_2 \quad \text{e} \quad V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1 \tag{1-41}$$

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1 \tag{1-42}$$

Destas equações,

$$\frac{V_1}{I_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{V_2}{I_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \tag{1-43}$$

onde Z_2 é a impedância complexa da carga. Conseqüentemente, no que se refere ao seu efeito, uma impedância Z_2 no circuito de secundário pode ser substituída por uma impedância equivalente Z_1 no circuito de primário, observando que

$$Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \tag{1-44}$$

Assim, os três circuitos da Fig. 1-19 são indistinguíveis desde que seu desempenho seja observado dos terminais *ab*. A transferência de uma impedância de um lado de um transformador para o outro deste modo é chamada *referir a impedância* ao outro lado. De modo similar, tensões e correntes podem ser *referidas* a um lado ou ao outro utilizando as Eqs. 1-41 e 1-42 para determinar a tensão e a corrente equivalentes neste lado.

Resumindo, *em um transformador ideal as tensões são transformadas na razão direta do número de espiras, as correntes na razão inversa, e impedâncias na razão inversa ao quadrado; as potências ativa e aparente permanecem as mesmas.*

1-7 REATÂNCIAS E CIRCUITOS EQUIVALENTES DE UM TRANSFORMADOR

Num transformador real, devem ser consideradas, em grau maior ou menor, na maioria das análises de desempenho de transformadores, as divergências das propriedades ideais mencionadas no Item 1-6. Uma teoria mais completa deve levar em conta os efeitos das resistências

dos enrolamentos, da dispersão magnética, e da corrente de excitação. Às vezes, as capacitâncias dos enrolamentos também têm efeitos importantes, principalmente em problemas que se referem a comportamento de transformadores a freqüências acima da faixa de áudio, ou durante condições transitórias com variações rápidas, tais como encontradas em transformadores para pulsos, e em transformadores de sistemas de potência como resultado de sobretensões causadas por descargas atmosféricas ou transitórios de manobra. Entretanto, a análise destes problemas de alta freqüência está além dos objetivos do presente tratamento, e conseqüentemente as capacitâncias dos enrolamentos são desprezadas nas análises seguintes.

Os dois métodos de análise, pelos quais os afastamentos do caso ideal podem ser levados em conta, são (1) uma técnica de circuito equivalente baseada em raciocínio físico, e (2) um ataque matemático baseado na teoria clássica de circuitos acoplados magneticamente. Ambos os métodos são usados e ambos têm tratamentos paralelos próximos nas teorias de máquinas rotativas. Como a técnica de circuito equivalente oferece um excelente exemplo do processo de raciocínio que constroi uma teoria quantitativa a partir de conceitos físicos, foi ela escolhida para ser apresentada aqui.

O fluxo total concatenando com o enrolamento primário pode ser dividido em duas componentes: o fluxo mútuo resultante, confinado essencialmente ao núcleo de ferro e produzido pelo efeito combinado das correntes de primário e secundário; e o fluxo disperso do primário, que se concatena apenas com este enrolamento. Estas componentes são identificadas no transformador elementar mostrado na Fig. 1-20, onde, para

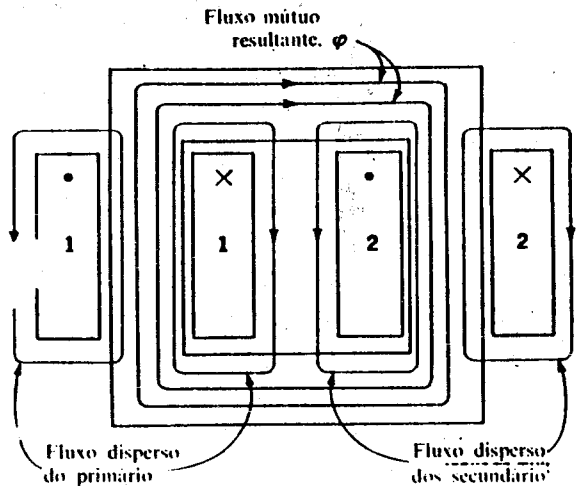


Fig. 1-20. Fluxos componentes.

simplificação, os enrolamentos primário e secundário estão mostrados em pernas opostas do núcleo. Num transformador real com enrolamentos intercalados, os detalhes do mapeamento do fluxo são mais complicados, mas as características essenciais permanecem as mesmas. Como a maior parte do fluxo disperso está no ar, o fluxo disperso, e a tensão por ele induzida, variam linearmente com a corrente no primário I_1. Seu efeito no circuito primário é o mesmo de fluxos concatenados em qualquer trecho do circuito anterior ao primário do transformador, e pode ser simulado associando ao primário uma *indutância de dispersão* (igual ao fluxo disperso concatenando com o primário por unidade de corrente de primário) ou *reatância de dispersão* x_1 (igual a $2\pi f$ vezes a indutância de dispersão). Além disto, há a queda de tensão na resistência efetiva do primário r_1.

À tensão aplicada V_1 opõem-se, portanto, três tensões fasoriais: a queda $I_1 r_1$ na resistência do primário, a queda $I_1 x_{l1}$ originada pelo fluxo disperso no primário, e a fcem E_1 induzida no primário pelo fluxo mútuo resultante. Todas estas tensões estão apropriadamente incluídas no circuito equivalente da Fig. 1-21*a*.

O fluxo mútuo resultante é concatenado com ambos os enrolamentos, primário e secundário, e é criado pelas fmms combinadas. É conveniente tratar estas fmms pela consideração de que a corrente de primário deve satisfazer duas exigências do circuito magnético: deve não somente (1) contrabalançar o efeito desmagnetizante da corrente de secundário, mas também (2) produzir fmm suficiente para criar o fluxo mútuo resultante. De acordo com este quadro físico, é conveniente separar a corrente de primário em duas componentes, uma componente de carga e uma componente de excitação. A *componente de carga* I'_2 é definida como a componente de corrente no primário que irá contrabalançar exatamente a fmm da corrente de secundário I_2. Assim, para correntes em oposição,

$$I'_2 = \frac{N_2}{N_1} I_2 \tag{1-45}$$

Esta componente iguala a corrente de secundário referida ao primário, como em um transformador ideal. A *componente de excitação* i_φ é definida como a corrente de primário adicional necessária para produzir o fluxo mútuo resultante. É uma corrente não senoidal cuja natureza foi descrita no Item 1-5.

A corrente de excitação pode ser tratada como uma corrente senoidal equivalente I_φ, na maneira descrita no Item 1-5, e pode ser separada em uma componente de perdas no núcleo I_n em fase com a fcem E_1, e uma componente de magnetização I_m atrasada em 90° em relação a E_1. No circuito equivalente (Fig. 1-21*b*) a corrente de excitação senoidal equivalente é levada em conta por um ramo paralelo ligado a E_1, compreendendo uma resistência não indutiva, de condutância g_n, em paralelo com uma indutância sem perdas, cuja susceptância é b_m. Alternativamente, pode ser ligada a E_1 uma combinação em série de resistência e reatância. Na combinação em paralelo (Fig. 1-21*b*) a potência $E_1^2 g_n$ corresponde às perdas no núcleo devidas ao fluxo mútuo resultante. Quando g_n é considerado constante, então a perda no núcleo varia com E_1^2, ou (para ondas senoidais) como $\phi_{max}^2 f^2$, onde ϕ_{max} é o valor máximo do fluxo mútuo resultante. A susceptância de magnetização b_m depende da saturação do ferro. Quando a indutância correspondente a b_m é admitida constante, a corrente de magnetização é então considerada independente

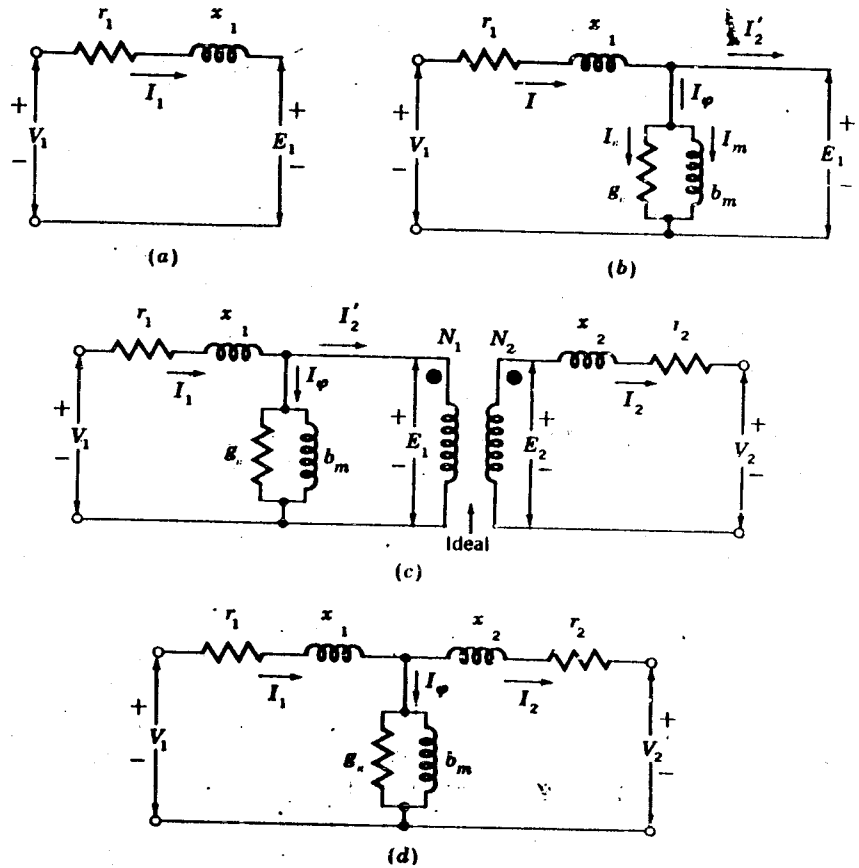


Fig. 1-21. Desenvolvimento do circuito equivalente do transformador.

O transformador ideal pode ser desenhado explicitamente, como mostrado em linha tracejada na Fig. 1-22, ou pode ser omitido no diagrama e lembrado mentalmente, tomando por terminais os pontos *a* e *b*.

1-8 ASPECTOS PRÁTICOS NA ANÁLISE DE TRANSFORMADORES

Na prática, quando se analisa um sistema envolvendo transformadores como elementos de circuito, é usual adotar uma entre as várias formas aproximadas do circuito equivalente da Fig. 1-21, em lugar do circuito completo. As aproximações escolhidas em um caso particular dependem fortemente de raciocínio físico baseado em ordens de grandeza das quantidades desprezadas. As aproximações mais comuns são apresentadas neste artigo. Além disto, são dados métodos de teste para determinação das constantes de transformadores.

a. Circuitos Equivalentes Aproximados — Transformadores de Potência

Os circuitos equivalentes aproximados comumente utilizados para análise de transformadores de potência a freqüência constante, são apresentados para efeito de comparação na Fig. 1-23. Todas as quantidades

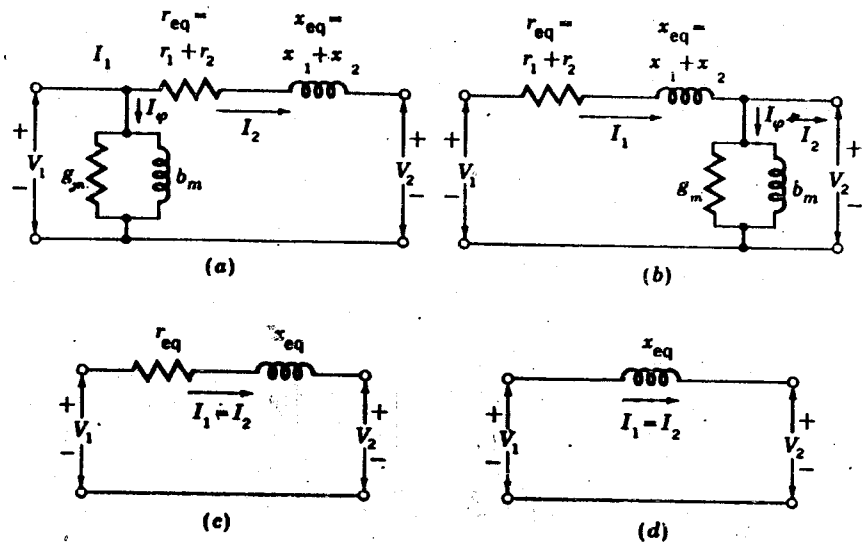


Fig. 1-23. Circuitos equivalentes aproximados.

nestes circuitos são referidas seja ao primário ou ao secundário, e o transformador ideal não é mostrado.

O trabalho de cálculo freqüentemente pode ser reduzido bastante, movendo-se o ramo paralelo, representativo da corrente de excitação, para um dos lados do circuito em *T*, seja para os terminais do primário ou do secundário, como na Fig. 1-23*a* e *b*. Estes são os *circuitos em L*. O ramo série é constituído pelas resistência e reatância de dispersão combinadas, referidas ao mesmo lado. Esta impedância é às vezes chamada de *impedância equivalente*, e suas componentes a *resistência equivalente* r_{eq} e *reatância equivalente* x_{eq}, como mostrado na Fig. 1-23*a* e *b*. Desprezando-se a queda de tensão na impedância de dispersão do primário ou do secundário devida à corrente de excitação, introduz-se um erro, mas este erro é insignificante na maioria dos problemas envolvendo transformadores de potência.

Ainda maior simplificação resulta ao se desprezar inteiramente a corrente de excitação, como na Fig. 1-23*c*, na qual o transformador é representado como uma impedância série equivalente. Se o transformador é grande (várias centenas de kVA ou mais), a resistência equivalente r_{eq} é pequena comparada com a reatância equivalente x_{eq} e pode freqüentemente ser desprezada, dando a Fig. 1-23*d*. Os circuitos da Fig. 1-23*c* e *d* são suficientemente precisos para a maioria dos problemas usuais de sistemas de potência. Finalmente, em situações onde as correntes e tensões são determinadas quase inteiramente pelos circuitos externos ao transformador, ou quando um maior grau de precisão não é necessário, toda impedância do transformador pode ser desprezada e o transformador pode ser considerado ideal como no Item 1-6.

Os circuitos da Fig. 1-23 têm a vantagem adicional de que a resistência equivalente r_{eq} e a reatância x_{eq} totais podem ser determinadas por um ensaio muito simples, enquanto a medição dos valores das reatâncias de dispersão individuais x_{l1} e x_{l2} é uma difícil tarefa experimental.

EXEMPLO 1-9

O transformador para 50 kVA, 2.400-240 volts, cujas constantes são dadas no Exemplo 1-8 é utilizado para reduzir a tensão no lado da carga de um alimentador cuja impedância é 0,30 + + *j*1,60 ohm. A tensão V_g no lado do gerador do alimentador é 2.400 volts.

Determinar a tensão nos terminais do secundário do transformador, quando a carga ligada ao seu secundário recebe corrente nominal do transformador e o fator de potência da carga é 0,80 indutivo. Desprezar as quedas de tensão, no transformador e alimentador, produzidas pela corrente de excitação.

da freqüência e diretamente proporcional ao fluxo mútuo resultante. Tanto g_n como b_m são usualmente determinados para tensão e freqüência nominais; supõe-se, então, que permanecem constantes para pequenos afastamentos dos valores nominais associados ao funcionamento normal.

O fluxo mútuo resultante φ induz uma fem E_2 no secundário, e desde que este fluxo é concatenado com ambos os enrolamentos, a relação entre tensões induzidas é

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \tag{1-46}$$

como em um transformador ideal. Esta transformação de tensão e a transformação de corrente da Eq. 1-45 podem ser levadas em conta pela introdução de um transformador ideal no circuito equivalente, como na Fig. 1-21*c*. A fem E_2 não é igual à tensão nos terminais do secundário, por causa da resistência de secundário, e do *fluxo disperso de secundário* criado pela corrente de secundário I_2 (ver Fig. 1-20). A tensão nos terminais do secundário V_2 difere da tensão induzida E_2 pelas quedas de tensão devidas à resistência do secundário r_2 e à *reatância de dispersão do secundário* x_2, como na parte do circuito equivalente (Fig. 1-21*c*) à direita de E_2.

O transformador real portanto é equivalente a um transformador ideal mais impedâncias externas. Referindo todas as quantidades ao primário ou ao secundário, o transformador ideal na Fig. 1-21*c* pode ser deslocado à direita ou à esquerda, respectivamente, para fora do circuito equivalente. Isto é feito quase invariavelmente, e o circuito equivalente é usualmente desenhado como na Fig. 1-21*d*, sem mostrar o transformador ideal e com todas as tensões, correntes e impedâncias referidas ao mesmo lado. Com objetivo de evitar uma notação complicada, os mesmos símbolos foram utilizados para valores *referidos* na Fig. 1-21*d* como foram utilizados para os valores *reais* na Fig. 1-21*c*. No que segue trataremos quase sempre com os valores referidos. Deve-se simplesmente manter em mente o lado do transformador ao qual todas as quantidades foram referidas. O circuito da Fig. 1-21*d* é freqüentemente chamado o *circuito T* para um transformador.

EXEMPLO 1-8

Um transformador de distribuição de 50 kVA, 2.400 : 240 volts, 60 Hz, tem uma impedância de dispersão de $0{,}72 + j0{,}92$ ohm no enrolamento de alta tensão e $0{,}0070 + j0{,}0090$ ohm no enrolamento de baixa tensão. À tensão e à freqüência nominais, a admitância Y_φ do ramo paralelo responsável pela corrente de excitação é $(0{,}324 - j2{,}24) \times 10^{-2}$ mho, quando visto do lado de baixa tensão.

Desenhar o circuito equivalente (*a*) referido ao lado de alta tensão e (*b*) referido ao lado de baixa tensão, e indicar as impedâncias numericamente.

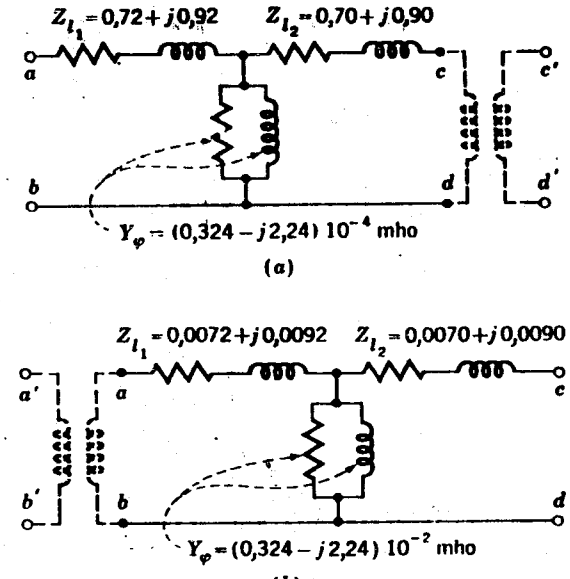


Fig. 1-22. Circuitos equivalentes para o transformador do Exemplo 1-8.

Solução

Os circuitos são dados na Fig. 1-22*a* e *b*, respectivamente, com o lado de alta tensão numerado 1 e o lado de baixa tensão numerado 2. As tensões dadas na placa de identificação de um transformador para sistemas de potência estão baseadas na relação de espiras, e desprezam as pequenas quedas de tensão na impedância de dispersão sob carga. Como este é um transformador de relação 10 para 1, impedâncias são referidas por multiplicação ou divisão por 100. O valor de uma impedância referido ao lado de alta tensão é maior do que seu valor referido ao lado de baixa tensão. Desde que admitância é o recíproco de impedância, uma admitância é referida de um lado a outro pelo uso do recíproco do fator correspondente para impedância. O valor de uma admitância referida ao lado de alta tensão é menor do que seu valor referido ao lado de baixa tensão.

Solução

O circuito com todas as quantidades referidas ao lado de alta tensão (primário) do transformador é mostrado na Fig. 1-24*a*, onde o transformador é representado pela sua impedância equivalente, como na Fig. 1-23*c*. Da Fig. 1-22*a*, o valor da impedância equivalente é $Z_{eq} = 1{,}42 + j1{,}82$ ohm, e a impedância associada do alimentador e transformador em série é $Z = 1{,}72 + j3{,}42$ ohm. Das características nominais do transformador, a corrente de carga referida ao lado de alta tensão é $I = 50.000/2.400 = 20{,}8$ A.

O diagrama fasorial referido ao lado de alta tensão é mostrado na Fig. 1-24*b*, do qual

$$Ob = \sqrt{V_g^2 - (bc)^2}$$

e

$$V_2 = Ob - ab$$

Note-se que

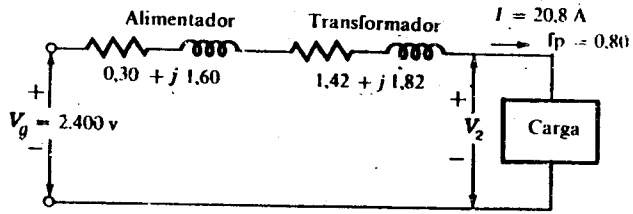
$$bc = IX\cos\phi - IR\,\text{sen}\,\phi$$

$$ab = IR\cos\phi + IX\,\text{sen}\,\phi$$

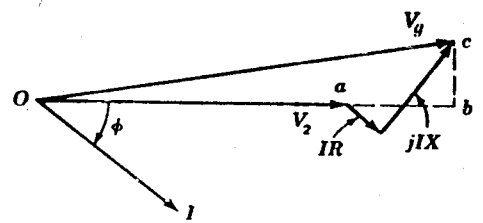
onde R e X são a resistência e reatância combinadas, respectivamente. Assim

$$bc = (20{,}8)(3{,}42)(0{,}80) - (20{,}8)(1{,}72)(0{,}60) = 35{,}5 \text{ volts}$$

$$ab = (20{,}8)(1{,}72)(0{,}80) + (20{,}8)(3{,}42)(0{,}60) = 71{,}4 \text{ volts}$$



(*a*)



(*b*)

Fig. 1-24. Circuito equivalente e diagrama fasorial, Exemplo 1-9

A substituição dos valores numéricos mostra que Ob quase iguala V_g, 2.400 volts. Então $V_2 = 2.329$ volts referida ao lado de alta tensão. A tensão real nos terminais do secundário é 2.329/10, ou

$$V_2 = 233 \text{ volts}$$

b. Circuitos Equivalentes Aproximados — Transformadores de Frequência Variável

É freqüente a utilização de pequenos transformadores de núcleo de ferro, operando na faixa de freqüência de áudio (daí chamados *transformadores de áudio frequência*), como dispositivos de acoplamento em circuitos eletrônicos para comunicações, medições, e controle. Suas principais funções consistem seja em elevar tensão, assim contribuindo para o ganho total de tensão em amplificadores, seja em atuar como dispositivos de transformação de impedâncias, levando à relação ótima entre a impedância aparente da carga e a impedância de um gerador. Eles podem também servir para outras funções auxiliares, tais como prover um caminho para corrente contínua através do primário mantendo-a isolada do circuito do secundário.

A utilização de transformadores para casamento de impedâncias faz uso direto da propriedade de transformação de impedâncias mostrada na Eq. 1-44. Os osciladores e os amplificadores, por exemplo, dão desempenho ótimo quando a impedância de carga tem uma ordem de grandeza bem definida, e o acoplamento por transformador pode ser utilizado para mudar a impedância aparente da carga real a este valor ótimo. Um transformador assim utilizado é chamado de *transformador de saída.*

Quando a freqüência varia sobre uma faixa larga, é importante que a tensão de saída seja, tanto quanto possível, instantaneamente proporcional à tensão de entrada. Idealmente, isto significa que todas as tensões seriam amplificadas igualmente, e o deslocamento de fase seria nulo para todas as freqüências. A *característica frequência-amplitude* (usualmente abreviada para *característica de frequência*) é uma curva que exprime a relação entre a tensão na carga no lado do secundário e a tensão do gerador interno no lado do primário, traçada em função da freqüência; a característica plana é a mais desejável. A *característica de fase* é uma curva do ângulo de fase da tensão na carga relativamente à tensão do gerador, traçada como função da freqüência; o ângulo de fase pequeno é o mais desejável. Estas características dependem não somente do transformador mas também das constantes dos circuitos completos de primário e secundário.

Como um exemplo do uso de aproximações práticas, considere-se um amplificador acoplado à sua carga através de um transformador de saída. O amplificador é considerado como equivalente a uma fonte de tensão E_G em série com uma resistência interna r_G, e a carga é consi-

derada como uma resistência r_C, como mostrado na Fig. 1-25*a*, onde o transformador é representado pelo circuito equivalente da Fig. 1-21*c*, com perdas no núcleo desprezadas. As vezes as capacitâncias distribuídas dos enrolamentos devem ser levadas em conta em altas freqüências de áudio, especialmente quando a impedância da fonte é maior que algumas centenas de ohms.

Para uma análise adequada do circuito, consideram-se três faixas de freqüências:

1. Em freqüências médias (em torno de 500 Hz) nenhuma das indutâncias é importante, e o circuito equivalente se reduz a um circuito de resistências, como mostrado na Fig. 1-25*b*, onde todas as quantidades foram referidas ao primário, indicado pelos símbolos com linha. A análise deste circuito mostra que a relação entre a tensão na carga V_C e a tensão no gerador E_G é

$$\frac{V_C}{E_G} = \frac{N_2}{N_1}\frac{r'_C}{R'_{se}} \tag{1-47}$$

onde

$$R'_{se} = r_G + r_1 + r'_2 + r'_C \tag{1-48}$$

Nesta faixa média (que usualmente se estende por várias oitavas) a relação entre tensões é bem aproximadamente constante; i.e., a característica de amplitude é plana e o deslocamento de fase é zero.

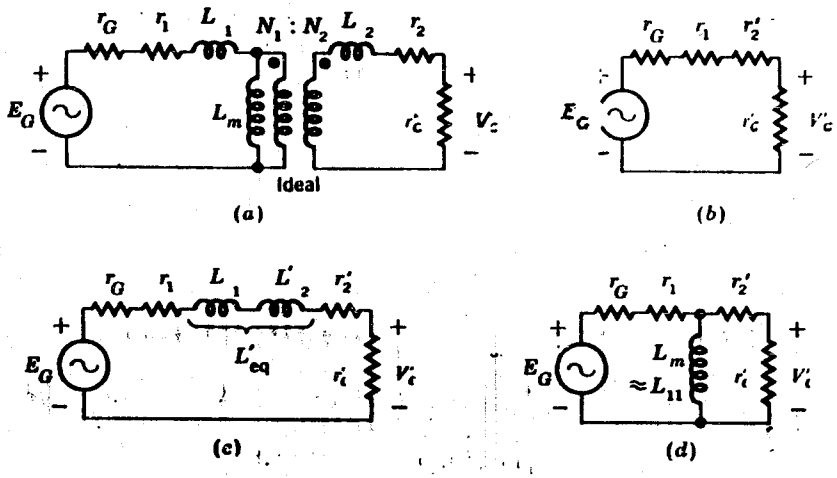


Fig. 1-25. Circuitos equivalentes de um transformador de saída. (*a*) Circuito equivalente completo, (*b*) equivalente aproximado para a faixa média de audiofreqüências, (*c*) equivalente para altas frequências, (*d*) equivalente para baixas frequências.

2. Conforme a freqüência é aumentada, entretanto, as reatâncias de dispersão do transformador tornam-se cada vez mais importantes. O circuito equivalente na faixa média de áudio é mostrado na Fig. 1-25*c*. A análise deste circuito mostra que em freqüências altas

$$\frac{V_C}{E_G} = \frac{N_2}{N_1}\frac{r'_C}{R'_{se}}\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega L'_{eq}/R'_{se})^2}} \tag{1-49}$$

onde L'_{eq} é a indutância de dispersão equivalente. A relação entre tensões, comparada a seu valor na faixa média, é

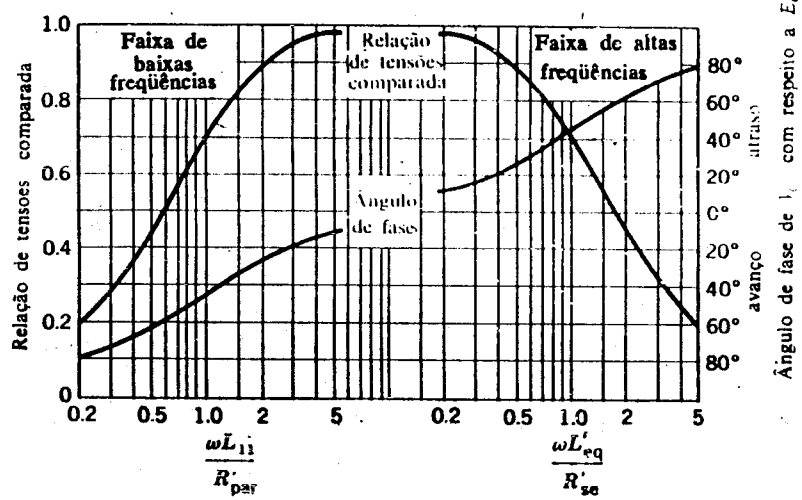
$$\text{Relação de tensões comparada} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega L'_{eq}/R'_{se})^2}} \tag{1-50}$$

O ângulo de fase, do qual a tensão na carga está atrasada em relação à tensão do gerador, é dado por

$$\phi = \tan^{-1}\frac{\omega L'_{eq}}{R'_{se}} \tag{1-51}$$

As curvas da relação de tensões comparada e do ângulo de fase, como funções da relação reatância-para-resistência $\omega L'_{eq}/R'_{se}$, são mostradas na metade à direita da Fig. 1-26.

3. Em baixas freqüências, as reatâncias de dispersão são desprezíveis, mas o efeito do ramo de magnetização em paralelo torna-se cada vez mais importante, conforme sua reatância decresce. A indu-



1-26. Características de frequência normalizadas de transformadores de saída

tância do ramo de magnetização quase iguala a auto-indutância L_{11} do primário. O circuito equivalente em freqüências baixas é mostrado na Fig. 1-25*d*, do qual se obtém:

$$\frac{V_C}{E_G} = \frac{N_2}{N_1}\frac{r'_C}{R'_{se}}\frac{1}{\sqrt{1 + R'_{par}/\omega L_{11})^2}} \tag{1-52}$$

onde
$$R'_{par} = \frac{(r_G + r_1)(r'_2 + r'_C)}{r_G + r_1 + r'_2 + r'_C} \tag{153}$$

A relação entre tensões comparada ao seu valor na faixa média é

$$\text{Relação de tensões comparadas} = \frac{1}{\sqrt{1 + (R'_{par}/\omega L_{11})^2}} \tag{1-54}$$

e o ângulo de fase, do qual a tensão na carga está adiantada em relação à tensão no gerador, é

$$\phi = \tan^{-1}\frac{R'_{par}}{\omega L_{11}} \tag{1-55}$$

As curvas da relação entre tensões comparada e ângulo de fase, como funções da relação reatância-para-resistência $\omega L_{11}/R'_{par}$, são mostradas na metade à esquerda da Fig. 1-26.

Os pontos nos quais a relação de tensões comparada vale °,707 são chamados *pontos de meia potência.* Da Eq. 1-5°, o ponto de meia potência superior ocorre a uma freqüência f_a para a qual a reatância de dispersão equivalente $\omega_a L'_{eq}$ iguala a resistência série R'_{se}, ou

$$f_a = \frac{R'_{se}}{2\pi L'_{eq}} \tag{1-56}$$

e da Eq. 1-54, o ponto de meia potência inferior ocorre a uma freqüência f_b para a qual a auto-reatância ωL_{11} iguala a resistência paralela R'_{par}, ou

$$f_b = \frac{R'_{par}}{2\pi L_{11}} \tag{1-57}$$

A banda passante pode ser expressa pela relação

$$\frac{f_a}{f_b} = \frac{R'_{se}}{R'_{par}}\frac{L_{11}}{L'_{eq}} \tag{1-58}$$

Uma banda passante larga requer uma alta relação entre a auto-indutância e a indutância de dispersão, ou um coeficiente de acoplamento tão próximo quanto possível da unidade.

As capacitâncias distribuídas dos enrolamentos podem ter um efeito significante na característica de freqüência em altas freqüências de áudio. Este efeito tende a produzir um pico na relação de tensões na faixa de altas freqüências, em correspondência à freqüência em que as capacitâncias estão em ressonância com as indutâncias de dispersão. A altura do pico depende das impedâncias do circuito bem como das indutâncias e capacitâncias distribuídas do transformador. Estas capacitâncias são difíceis de serem calculadas com exatidão. As características de resposta em freqüência de um circuito específico são usualmente mais bem determinadas por ensaios. A análise anterior deverá ser considerada mais como uma explicação dos efeitos das indutâncias do transformador do que uma análise precisa.

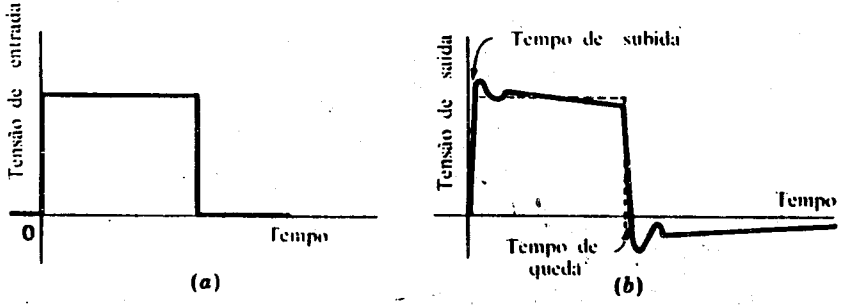


Fig. 1-27. Tensão de entrada em onda quadrada a um transformador de pulsos (*a*) e a forma de onda de tensão de saída correspondente (*b*).

c. Transformadores de Pulsos – Explanação Qualitativa[1]

Muitos dos circuitos encontrados em aplicações tais como radar, televisão, e computadores digitais, são chamados circuitos de *pulsos* ou *digitais*, porque as formas de onda de tensões e correntes são pulsos. Os transformadores utilizados em tais circuitos são *transformadores de pulsos.* Eles são inseridos pelas mesmas razões gerais pelas quais eles aparecem em outros circuitos: mudar a amplitude de um pulso de tensão, acoplar estágios sucessivos de amplificadores de pulsos, mudar níveis de impedância, ou isolar corrente contínua de um elemento de circuito.

Para satisfazer estas exigências, é importante que o transformador reproduza o pulso de entrada, tão fielmente quanto possível, em seus terminais de secundário. A Fig. 1-27*a* mostra um pulso de entrada, na forma de uma onda quadrada. A largura do pulso estará usualmente na faixa de uma fração de micros segundos até cerca de 20 micros

[1] Para uma análise quantitativa, ver Reuben Lee, "Electronic Transformers and Circuits", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1947.

segundos, e um tempo relativamente longo decorrerá antes que o pulso se repita. Para determinar a forma de onda de saída requer-se uma análise de transitórios, em lugar de uma análise de regime permanente. Um resultado típico é mostrado na Fig. 1-27*b*.

A resposta à borda de ataque do pulso é determinada pelo circuito equivalente para altas freqüências, incluindo a capacitância distribuída. Devido à presença da indutância de dispersão, é necessário um tempo apreciável para a tensão de saída crescer até o valor desejado. Isto é chamado o *tempo de subida*. Devido à capacitância distribuída, usualmente haverá oscilações amortecidas. A indutância de dispersão é mantida ao mínimo para minimizar o tempo de subida.

A resposta no trecho plano do pulso de entrada é determinada pelo circuito equivalente para baixas freqüências da Fig. 1-25*d*. A tensão de saída não pode permanecer plana, pois seria equivalente a transmissão de corrente contínua através do transformador. Em lugar disto, a forma de onda da tensão mostra uma inclinação para baixo (ver Fig. 1-27*b*). Com o tempo, naturalmente, a tensão tornar-se-ia nula, mas a duração do pulso é curta, comparada com este tempo. A inclinação da parte alta do pulso é mantida entre limites permissíveis desde que se tenha alta indutância de magnetização, isto é, construindo o núcleo com material de alta permeabilidade.

Quando a tensão de entrada se anula, ao término do pulso, nota-se um tempo de queda apreciável, antes que a tensão no secundário chegue a zero. Verifica-se também que a tensão ultrapassa o valor zero, isto acompanhado por uma oscilação amortecida e uma variação lenta em direção ao zero. Com efeito, durante este período, a indutância de magnetização está descarregando a energia do campo magnético, que diminui, através da capacitância distribuída e das resistências do circuito. A forma de onda resultante é aquela de um circuito *RLC* paralelo.

Os transformadores de pulsos são de pequeno tamanho físico e tem relativamente poucas espiras a fim de minimizar a indutância de dispersão. Os núcleos são construídos de ferrites ou de fitas enroladas de ligas de alta permeabilidade, tais como Hipersil (um aço-silício especial de alta permeabilidade) ou permalloy. Desde que o intervalo de tempo entre pulsos é longo, comparado com a duração do pulso, o fator de duração do ciclo para o transformador é baixo. Como resultado, um transformador muito pequeno pode trabalhar a níveis surpreendentemente altos de potência de pulsos.

d. Ensaios de curto-circuito e de circuito aberto.

Dois ensaios muito simples servem para determinar as constantes dos circuitos equivalentes da Fig. 1-23 e as perdas de um transformador.

Estes ensaios consistem em medir a tensão, a corrente e a potência de entrada no primário, inicialmente com o secundário curto-circuitado, e depois com o secundário em circuito aberto.

Com o secundário curto-circuitado, basta uma tensão primária de somente 2 a 12 por cento do valor nominal para obter-se a corrente de plena carga. Por conveniência, o lado de alta tensão é usualmente tomado como o primário neste ensaio. Se V_{cc}, I_{cc} e P_{cc} são a tensão aplicada, a corrente de primário, e a potência de entrada, respectivamente, então a impedância de curto-circuito Z_{cc} e suas componentes resistiva e reativa R_{cc} e X_{cc}, referidas ao primário, são dadas por

$$Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \tag{1-59}$$

$$R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2} \tag{1-60}$$

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} \tag{1-61}$$

O circuito equivalente com os terminais do secundário curto-circuitados é mostrado na Fig. 1-28. A tensão induzida no secundário pelo fluxo resultante no núcleo iguala a queda de tensão na impedância de dispersão do secundário, e, na corrente nominal, esta tensão é apenas cerca de 1 a 6 por cento da tensão nominal. Como o valor de fluxo no núcleo é correspondentemente baixo, a corrente de excitação e as perdas no núcleo são inteiramente desprezíveis. A admitância de excitação, mostrada tracejada na Fig. 1-28, pode então ser omitida, e as correntes de primário e secundário são quase iguais quando referidas ao mesmo lado. A potência de entrada quase iguala a perda total no cobre nos enrolamentos primário e secundário, e a tensão aplicada é igual à queda na impedância de dispersão combinada de primário e secundário Z_{eq}. A resistência e reatância equivalentes referidas ao primário são aproximadamente iguais à resistência e à reatância de curto-circuito das Eqs. 1-60 e 1-61, respectivamente. A impedância equivalente pode,

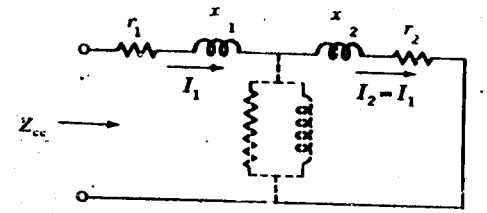


Fig. 1-28. Circuito equivalente com secundário curto-circuitado.

naturalmente, ser referida de um lado ao outro na maneira usual. Nas raras ocasiões em que é necessário recorrer ao circuito T equivalente da Fig. 1-21*d*, valores aproximados das resistências e reatâncias de dispersão individuais de primário e secundário podem ser obtidos supondo que $r_1 = r_2 = 0{,}5r_{eq}$ e $x_1 = x_2 = 0{,}5x_{eq}$ quando todas as impedâncias estão referidas ao mesmo lado.

Com o secundário em circuito aberto e tensão nominal aplicada ao primário, obtém-se uma corrente de excitação de apenas 2 a 6 por cento da corrente de carga nominal. Se o transformador for utilizado em tensão diferente da tensão nominal, o ensaio deverá ser efetuado naquela tensão. Para conveniência, o lado de baixa tensão é usualmente tomado como primário nesse ensaio. A queda de tensão na impedância de dispersão do primário, produzida pela pequena corrente de excitação, é inteiramente desprezível, e a tensão V_1 aplicada ao primário é aproximadamente igual à fem E_1 induzida pelo fluxo resultante no núcleo. Também a perda no cobre no primário, provocada pela corrente de excitação, é inteiramente desprezível, de modo que a potência de entrada P_1 aproximadamente iguala a perda no núcleo P_n. Então, a admitância de excitação $Y_\varphi = g_n - jb_m$ na Fig. 1-21*d* é igual aproximadamente, à admitância de circuito aberto $Y_{ca} = g_{ca} - jb_{ca}$ determinada pela tensão aplicada V_1, pela corrente de excitação I_φ, e pela potência de entrada P_1, medidas no primário com o secundário em circuito aberto; assim, a admitância de excitação e suas componentes de condutância e susceptância são, com boa aproximação, dadas por

$$Y_\varphi = Y_{ca} = \frac{I_\varphi}{V_1} \tag{1-62}$$

$$g_n = g_{ca} = \frac{P_1}{V_1^2} \tag{1-63}$$

$$b_m = b_{ca} = \sqrt{Y_{ca}^2 - g_{ca}^2} \tag{1-64}$$

Os valores assim obtidos são referidos, naturalmente, ao lado que foi utilizado como primário nesse ensaio. Quando são utilizados os circuitos equivalentes aproximados da Fig. 1-23*c* e *d*, o ensaio de circuito aberto é utilizado apenas para obter a perda no núcleo para cálculos de rendimento e para verificar o valor da corrente de excitação. Às vezes a tensão nos terminais do secundário em circuito aberto é medida, como uma verificação da relação de transformação.

EXEMPLO 1-10

Com os instrumentos colocados no lado de alta tensão e o lado de baixa tensão em curto, as leituras do ensaio de curto-circuito para o transformador de 50 kVA, 2.400:240 volts, do Exemplo 1-8 são 48 volts, 20,8 ampères e 617 watts. De um ensaio de circuito aberto, em que foi alimentado o lado de baixa tensão, resultam leituras nos instrumentos neste lado de 240 volts, 5,41 ampères e 186 watts.

Determinar o rendimento e a regulação de tensão na carga nominal, com fator de potência 0,80 indutivo.

Solução

Do ensaio de curto, a impedância, a resistência e a reatância equivalentes do transformador (referidas ao lado de alta tensão, como indicado pelo índice A) são

$$Z_{eqA} = \frac{48}{20{,}8} = 2{,}31 \text{ ohms}$$

$$r_{eqA} = \frac{617}{(20{,}8)^2} = 1{,}42 \text{ ohms}$$

$$x_{eqA} = \sqrt{(2{,}31)^2 - (1{,}42)^2} = 1{,}82 \text{ ohms}$$

A corrente de carga nominal, na alta tensão, é

$$I_A = \frac{50.000}{2.400} = 20{,}8 \text{ ampères}$$

Perda no cobre $= I_A^2 r_{eqA} = (20{,}8)^2(1{,}42) =$		617 watts
Perda no núcleo	=	186
Perdas totais em plena carga	=	803
Potência de saída $= (50.000)(0{,}80)$	=	40.000
Potência de entrada	=	40.803 watts

$$\frac{\text{Perdas}}{\text{Potência de entrada}} = \frac{803}{40.803} = 0{,}0197$$

O *rendimento* de qualquer dispositivo de transmissão de potência é dado pela fórmula

$$\text{Rendimento} = \frac{\text{potência de saída}}{\text{potência de entrada}}$$

que pode ser também expressa como

$$\text{Rendimento} = \frac{\text{potência de entrada} - \text{perdas}}{\text{potência de entrada}} = 1 - \frac{\text{perdas}}{\text{potência de entrada}}$$

Para a carga especificada, o rendimento deste transformador é

$$\text{Rendimento} = 1 - 0{,}0197 = 0{,}980$$

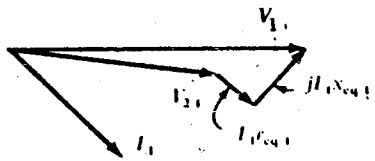


Fig. 1-29. Diagrama fasorial, Exemplo 1-10.

A *regulação de tensão* de um transformador é a variação na tensão terminal do secundário, entre circuito aberto e em plena carga, e é usualmente expressa como percentagem do valor da tensão em plena carga. Utilizaremos o circuito equivalente da Fig. 1-23*c* com tudo ainda referido ao lado de alta tensão. A tensão primária deve ser ajustada, de modo que a tensão terminal secundária tenha seu valor nominal a plena carga, ou $V_{2A} = 2.400$ volts referida ao lado de alta tensão. O valor necessário de tensão primária V_{1A} pode ser calculado a partir do diagrama fasorial mostrado na Fig. 1-29.

$$\begin{aligned} V_{1A} &= V_{2A} + I_A(r_{eqA} + jx_{eqA}) \\ &= 2.400 + (20,8)(0,80 - j0,60)(1,42 + j1,82) \\ &= 2.446 + j13 \end{aligned}$$

O valor de V_{1A} é 2.446 volts. Se esta tensão fosse mantida constante e a carga removida, a tensão de secundário em circuito aberto elevar-se-ia a 2.446 volts, referida ao lado de alta tensão. Então,

$$\text{Regulação} = \frac{2.446 - 2.400}{2.400}(100) = 1,92\%$$

1-9
TRANSFORMADORES EM CIRCUITOS TRIFÁSICOS

Três transformadores monofásicos podem ser ligados para formar um banco trifásico em qualquer dos quatro modos mostrados na Fig. 1-30. Em todas as quatro partes desta figura, os enrolamentos à esquerda são os primários, aqueles à direita são os secundários, e cada enrolamento primário tem como secundário aquele desenhado paralelo a ele. Também estão mostradas as tensões e as correntes resultantes da aplicação ao primário de tensões de linha V e correntes de linha I, quando a relação entre espiras de primário e secundário N_1/N_2 vale a, considerando-se transformadores ideais. Deve-se notar que, para tensões de linha e potência aparente total fixas, a potência aparente nominal de

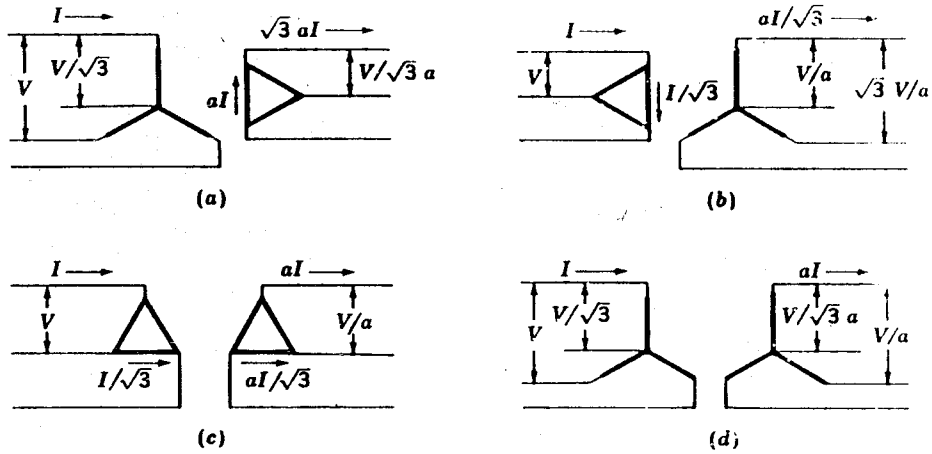


Fig. 1-30. Ligações trifásicas usuais para transformadores. Os enrolamentos de transformadores são indicados pelos traços mais grossos.

cada transformador é um terço da potência aparente nominal do banco independentemente das ligações usadas, mas que os valores nominais de tensão e corrente dos transformadores individuais dependem das ligações.

A ligação Y-Δ é comumente usada para transformar uma alta tensão em uma tensão média ou baixa. Uma das razões é que assim existe um neutro para aterrar o lado de alta tensão, um procedimento que, pode-se mostrar, é desejável na maioria dos casos. Inversamente, a ligação Δ-Y é comumente usada para transformar para uma alta tensão. A ligação Δ-Δ tem a vantagem de que um transformador pode ser removido para reparo ou manutenção enquanto os dois restantes continuam a funcionar como um banco trifásico com, entretanto, a potência nominal reduzida a 58 por cento do valor para o banco original; isto é conhecido como a *ligação delta aberto*, ou V. A ligação Y-Y é raramente utilizada, devido a dificuldades com fenômenos relativos a correntes de excitação.

Em lugar de três transformadores monofásicos, um banco trifásico pode consistir de um transformador trifásico tendo todos os 6 enrolamentos em um núcleo comum, e contido em um tanque comum. As vantagens de transformadores trifásicos são que eles custam menos, pesam menos, ocupam menos espaço, e têm rendimento algo maior. Uma fotografia das partes internas de um grande transformador trifásico é mostrada na Fig. 1-31.

Os cálculos de circuitos envolvendo bancos de transformadores

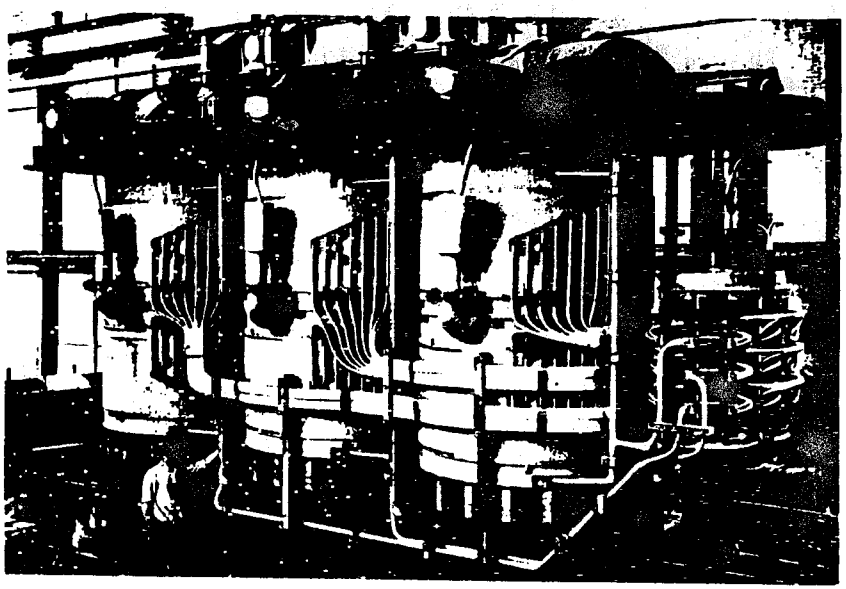


Fig. 1-31. Um transformador de 200 MVA, trifásico, 50 Hz, três enrolamentos 210/80/10,2 KV, removido de seu tanque. O enrolamento de 210 KV tem um comutador sob carga para ajuste da tensão. (*Brown Boveri Corporation.*)

trifásicos em circuitos equilibrados podem ser feitos considerando-se apenas um dos transformadores ou fases, pois as condições são exatamente as mesmas nas outras duas fases exceto pelos deslocamentos de fases associados a um sistema trifásico. Usualmente é conveniente desenvolver os cálculos em uma base por fase Y (linha-a-neutro), porque então as impedâncias dos transformadores podem ser somadas diretamente, em série com as impedâncias de linhas de transmissão. As impedâncias de linhas de transmissão podem ser referidas de um lado do banco de transformadores ao outro pelo uso do quadrado da relação ideal de tensões de linha (linha-a-linha) do banco. Tratando-se de bancos Y-Δ ou Δ-Y, todas as quantidades podem ser referidas ao lado ligado em Y. Tratando-se de bancos Δ-Δ em série com linhas de transmissão, é conveniente substituir as impedâncias ligadas em Δ, dos transformadores, por impedâncias equivalentes ligadas em Y. É bem conhecido que um circuito equilibrado ligado em Δ de Z_Δ ohms por fase é equivalente a um circuito equilibrado ligado em Y de Z_Y ohms por fase se

$$Z_Y = 1/3\, Z_\Delta \qquad (1\text{-}65$$

EXEMPLO 1-11

Três transformadores monofásicos de 50 kVA, 2.400:240 volts, idênticos aos do Exemplo 1-10 são ligados Y-Δ, constituindo um banco trifásico de 150 kVA, para baixar a tensão no lado da carga de um alimentador cuja impedância é 0,15 + *j*1,00 ohms por fase. A tensão de linha do alimentador no lado do gerador é 4.160 volts. Do lado secundário, os transformadores suprem, através de um alimentador cuja impedância é 0,0005 + *j*0,0020 ohms por fase, uma carga trifásica equilibrada.

Determinar a tensão de linha na carga quando esta recebe corrente nominal dos transformadores, com fator de potência 0,80 indutivo.

Solução

Os cálculos podem ser feitos por fase Y, referindo tudo ao lado de alta tensão ligado em Y. A tensão no alimentador no lado do gerador é equivalente a uma fonte de tensão V_g (de fase) de

$$V_g = \frac{4.160}{\sqrt{3}} = 2.400 \text{ volts em relação ao neutro}$$

Pelas características nominais do transformador, a corrente nominal no lado de alta tensão é 20,8 ampères por fase Y. A impedância do alimentador de baixa tensão referida ao lado de alta tensão por meio do quadrado da relação ideal de tensões de linha do banco vale

$$\left(\frac{4.160}{240}\right)^2 (0{,}0005 + j0{,}0020) = 0{,}15 + j0{,}60 \text{ ohm}$$

e a impedância série combinada dos alimentadores de alta tensão e baixa tensão referida ao lado de alta tensão é

$$Z_{alim} = 0{,}30 + j1{,}60 \text{ ohms por fase Y}$$

Do Exemplo 1-10, a impedância equivalente do banco de transformadores referida ao lado de alta tensão ligado em Y é

$$Z_{eqA} = 1{,}42 + j1{,}82 \text{ ohms por fase Y}$$

O circuito equivalente para uma fase, referido ao lado primário ligado em Y, é, portanto, exatamente o mesmo da Fig. 1-24*a*, e a solução por fase é exatamente a mesma solução do Exemplo 1-9, donde a tensão na carga referida ao lado de alta tensão é 2.329 volts de fase. A tensão real na carga é

$V_{carga} = 233$ volts, de linha

Esta tensão é de linha porque os secundários estão ligados em Δ.

EXEMPLO 1-12

Os três transformadores do Exemplo 1-9 são ligados Δ-Δ, e recebem potência através de um alimentador trifásico a 2.400 volts de linha, cuja reatância é 0,80 ohms por fase. A reatância equivalente de cada transformador referida ao lado de alta tensão é 1,82 ohms. Todas as resistências do circuito são desprezadas. No lado do gerador, o alimentador é ligado aos terminais de secundário de um transformador trifásico ligado em Y-Δ, cujas características nominais são 500 kVA, 24.000:2.400 volts (tensões de linha). A reatância equivalente dos transformadores no lado do gerador é 2,76 ohms por fase Δ referida. A tensão aplicada aos terminais de primário é 24.000 volts, de linha.

Um curto-circuito trifásico ocorre nos terminais de 240 volts dos transformadores no lado da carga. Calcular a corrente de curto-circuito de regime nos fios de 2.400 volts do alimentador, nos enrolamentos de primário e secundário dos transformadores do lado da carga e nos terminais de 240 volts.

Solução

Os cálculos serão feitos em uma base equivalente linha-a-neutro com tudo referido ao alimentador de 2.400 volts. O gerador tem então a tensão de fase de

$$\frac{2.400}{\sqrt{3}} = 1{,}385 \text{ volts em relação ao neutro}$$

Para os transformadores no lado do gerador

$$X_{eq} = \frac{2{,}76}{3} = 0{,}92 \text{ ohm equivalente por fase Y}$$

Para os transformadores no lado da carga

$$X_{eq} = \frac{1{,}82}{3} = 0{,}61 \text{ ohm equivalente por fase Y}$$

Reatância do alimentador $X = 0{,}80$ ohm por fase Y

Reatância total = soma = 2,33 ohms

$$\text{Corrente no alimentador de 2.400 volts} = \frac{1.385}{2{,}33} = 594 \text{ A}$$

$$\text{Corrente nos enrolamentos de 2.400 volts} = \frac{594}{\sqrt{3}} = 342 \text{ A}$$

Corrente nos enrolamentos de 240 volts = 3.420 A

Corrente nos terminais de 240 volts = 5.940 A

1-10 O SISTEMA POR UNIDADE

Muito freqüentemente, os cálculos relativos a máquinas, transformadores e sistemas de máquinas são efetuados em forma por unidade – i.e., com todas as quantidades envolvidas expressas como frações decimais de valores de base convenientemente escolhidos. Todos os cálculos são efetuados então nestes valores por unidade, em lugar dos usuais volts, ampères, ohms etc.

Há duas vantagens neste sistema. Uma é que as constantes de máquinas e transformadores caem numa faixa numérica razoavelmente estreita quando expressas em um sistema por unidade relacionado às suas características nominais. A correção de seus valores é então sujeita a uma rápida verificação aproximada. A outra é que o calculista é aliviado da preocupação de referir as quantidades do circuito a um lado ou outro dos transformadores. Para sistemas complicados, com muitos transformadores de diferentes relações de espiras, esta vantagem é significativa pois resulta eliminada uma possível causa de erros sérios. O sistema por unidade é também muito útil na simulação de sistemas de máquinas em computadores analógicos ou digitais para análises de transitórios ou dinâmicas.

Todas as grandezas como a tensão V, a corrente I, a potência P, a potência reativa Q, a potência aparente VA, a resistência R, a reatância X, a impedância Z, a condutância G, a susceptância B e a admitância Y, podem ser traduzidas de e para a forma por unidade por meio da relação.

$$\text{Valor por unidade} = \frac{\text{valor real}}{\text{valor de base da grandeza}} \qquad (1\text{-}66)$$

onde *valor real* se refere ao valor em volts, ampères, ohms etc. Até

certo ponto, os valores de base podem ser escolhidos arbitrariamente, mas devem ser observadas certas relações entre eles para que as leis usuais da eletricidade continuem sendo obedecidas mesmo no sistema por unidade. Então, para um sistema monofásico, temos

$$P_{base},\ Q_{base},\ VA_{base} = V_{base} I_{base} \qquad (1\text{-}67)$$

$$R_{base},\ X_{base},\ Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}} \qquad (1\text{-}68)$$

$$G_{base},\ B_{base},\ Y_{base} = \frac{I_{base}}{V_{base}} \qquad (1\text{-}69)$$

No uso normal, os valores de VA_{base} e V_{base} são escolhidos primeiro; os valores de I_{base} e todos os outros valores nas Eqs. 1-67 a 1-69 são calculados depois.

O valor de VA_{base} deve ser o mesmo para o sistema inteiro de interesse. Quando é encontrado um transformador, os valores de V_{base} são diferentes para cada lado, e devem estar na mesma relação que o número de espiras do transformador. Usualmente, escolhem-se as tensões nominais dos respectivos lados. O processo de referir valores a um lado do transformador é então levado em conta automaticamente pelo uso das Eqs. 1-66 a 1-69 na determinação e interpretação de valores por unidade. O procedimento consiste em expressar todas as quantidades em valores por unidade, utilizando estes valores em todas as costumeiras técnicas de análise de circuitos, e depois expressando os resultados finais de volta às formas mais usuais.

Quando existe apenas um dispositivo elétrico, por exemplo um transformador, as características nominais do próprio dispositivo são usadas geralmente para constituir a potência aparente de base. Quando expressas em por unidade, tendo os valores nominais como base, as características de transformadores de potência e distribuição não variam muito, mesmo para uma larga faixa de valores nominais. Por exemplo, a corrente de excitação usualmente está entre 0,02 e 0,06 por unidade, a resistência equivalente usualmente está entre 0,005 e 0,02 por unidade (os valores menores aplicando-se a grandes transformadores), e a reatância equivalente usualmente está entre 0,015 e 0,10 por unidade (os valores maiores aplicando-se a grandes transformadores de alta tensão). Da mesma forma, os valores por unidade de constantes de máquinas síncronas e de indução caem dentro de uma faixa relativamente estreita. Quando o sistema todo inclui vários dispositivos entretanto, é necessário fazer uma escolha arbitrária de potência aparente de base, a fim de que a mesma base seja usada para o sistema todo. Os valores por unidade podem ser transformados de uma base de potência aparente a outra, com a mesma tensão de base, por meio das relações

$$(P, Q, VA, G, B, Y)_{\text{pu na base 2}} = (P, Q, VA, G, B, Y)_{\text{pu na base 1}} \frac{(VA)_{\text{base 1}}}{(VA)_{\text{base 2}}} \qquad (1\text{-}70)$$

$$(R, X, Z)_{\text{pu na base 2}} = (R, X, Z)_{\text{pu na base 1}} \frac{(VA)_{\text{base 2}}}{(VA)_{\text{base 1}}} \qquad (1\text{-}71)$$

EXEMPLO 1-13

A corrente de excitação medida no lado de baixa tensão de um transformador de 50 kVA, 2.400:240 volts, é 5,41 ampères. Sua impedância equivalente referida ao lado de alta tensão é 1,42 + + j1,82 ohms. Adotar os valores nominais do transformador como base.

a. Expressar a corrente de excitação em valor por unidade, no lado de baixa tensão e também no lado de alta tensão.

b. Expressar a impedância equivalente em valor por unidade, no lado de alta tensão e também no lado de baixa tensão.

Solução

Os valores de base de tensões e correntes são

$$V_{base\,A} = 2.400 \text{ volts} \qquad V_{base\,B} = 240 \text{ volts}$$

$$I_{base\,A} = 20{,}8 \text{ ampères} \qquad I_{base\,B} = 208 \text{ ampères}$$

onde índices A e B indicam os lados de alta e baixa tensão respectivamente.

Da Eq. 1-68,

$$Z_{base\,A} = \frac{2.400}{20{,}8} = 115{,}2 \text{ ohms}$$

$$Z_{base\,B} = \frac{240}{208} = 1{,}152 \text{ ohms}$$

a. Da Eq. 1-66,

$$I_{\varphi B} = \frac{5{,}41}{208} = 0{,}0260 \text{ por unidade}$$

A corrente de excitação referida ao lado de alta tensão é 0,541 A. Seu valor por unidade é

$$I_{\varphi A} = \frac{0{,}541}{20{,}8} = 0{,}0260 \text{ por unidade}$$

Os valores por unidade são os mesmos referidos a qualquer lado. A relação de transformação necessária para referir as correntes em ampères de um lado do transformador ao outro são levadas em conta, no sistema por unidade, pelos valores de base para correntes nos dois lados, quando a potência aparente de base é a mesma em ambos os lados, e as tensões de base estão na mesma relação que a relação de transformação.

b. Da Eq. 1-66 e do valor para $Z_{\text{base } A'}$

$$Z_{eqA} = \frac{1{,}42 + j1{,}82}{115{,}2} = 0{,}0123 + j0{,}0158 \text{ por unidade}$$

A impedância equivalente referida ao lado de baixa tensão é $0{,}0142 + j0{,}0182$ ohm. Seu valor por unidade é

$$Z_{eqB} = \frac{0{,}0142 + j0{,}0182}{1{,}152} = 0{,}0123 + j0{,}0158 \text{ por unidade}$$

Os valores por unidade são os mesmos, tendo os fatores referentes sido levados em conta no sistema por unidade pelos valores de base.

Quando forem aplicados a problemas trifásicos, os valores de base para o sistema por unidade são escolhidos tais que as relações para um sistema trifásico equilibrado se mantenham:

$$(P_{\text{base}}, Q_{\text{base}}, VA_{\text{base}})\text{trifásica} = 3VA_{\text{base por fase}} \quad (1\text{-}72)$$

$$V_{\text{base(de linha)}} = \sqrt{3}V_{\text{base (de fase)}} \quad (1\text{-}73)$$

$$I_{\text{base (por fase }\Delta)} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_{\text{base (por fase Y)}} \quad (1\text{-}74)$$

Tratando-se de sistemas trifásicos, a potência aparente trifásica de base e a tensão de linha de base são usualmente escolhidas em primeiro lugar. Os valores de base para tensões e correntes de fase seguem então das Eqs. 1-72, 1-73 e 1-74. As Eqs. 1-67, 1-68 e 1-69 ainda aplicam-se aos valores de base por fase. Por exemplo, o valor de base para impedâncias ligadas em Y é dado pela Eq. 1-68 com V_{base} tomado como a tensão de fase de base, e I_{base} tomado como a corrente de base por fase Y; o valor de base para impedâncias ligadas em Δ é também dado pela Eq. 1-68 mas com V_{base} tomada como a tensão de linha de base e I_{base} tomada como a corrente de base por fase Δ. Dividindo-se a Eq. 1-73 pela Eq. 1-74 vê-se que

$$Z_{\text{base (por fase }\Delta)} = 3Z_{\text{base (por fase Y)}} \quad (1\text{-}75)$$

Os fatores de $\sqrt{3}$ e 3 relacionando valores de Δ e Y em volts, ampères e ohms em um sistema trifásico equilibrado são então levados em conta automaticamente no sistema por unidade pelos valores de base. Os problemas trifásicos podem ser resolvidos pelo método por unidade como se eles fossem problemas monofásicos, sem exigir qualquer atenção aos detalhes das ligações dos transformadores, exceto para traduzir os valores em volt-ampère-ohm de e para aqueles do sistema por unidade.

EXEMPLO 1-14

Resolver o Exemplo 1-12 em por unidade em relação a uma base trifásica de 150 kVA, tensão nominal. A reatância do transformador trifásico de 500 kVA no lado do gerador é 0,08 por unidade em relação às suas características nominais como base. A reatância do alimentador de 2.400 volts é 0,80 ohm por fase. A reatância dos transformadores no lado da carga é 0,0158 por unidade como calculado no Exemplo 1-13.

Solução

Convertemos a reatância do transformador no lado do gerador à base de 150 kVA.

$$X_{\text{lado do gerador}} = (0{,}80)\frac{150}{500} = 0{,}024 \text{ por unidade}$$

Para o alimentador de 2.400 volts

$$V_{\text{base}} = \frac{2.400}{3} = 1.385 \text{ volts, de fase}$$

$$I_{\text{base}} = \frac{50.000}{1.385} = 36{,}1 \text{ A por fase Y}$$

$$Z_{\text{base}} = \frac{1.385}{36{,}1} = 38{,}3 \text{ ohms por fase Y}$$

Portanto

$$X_{\text{alim}} = \frac{0{,}80}{38{,}3} = 0{,}021 \text{ por unidade}$$

Para os transformadores no lado da carga

$$X_{\text{lado da carga}} = 0{,}0158 \text{ por unidade}$$

$$\text{Reatância total} = \text{soma} = 0{,}0608 \text{ por unidade}$$

$$\text{Corrente de curto-circuito} = \frac{1{,}00}{0{,}0608} = 16{,}4 \text{ por unidade}$$

As correntes nas várias partes do circuito podem ser calculadas agora. Por exemplo, a corrente nos fios do alimentador a 2.400 volts é (16,4)(36,1) = 594 A. Compare-se com o resultado no Exemplo 1-12.

(Nota: Pode-se mostrar que a reatância de 0,08 por unidade para os transformadores no lado do gerador é coerente com o valor de 2,76 ohms por fase dado no Exemplo 1-12.)

1-11 AUTOTRANSFORMADORES. TRANSFORMADORES DE MULTIPLOS ENROLAMENTOS

Os princípios discutidos nos três artigos precedentes foram desenvolvidos com referência específica a transformadores com 2 enrolamentos. Eles são também, geralmente, aplicáveis a outros transformadores, não apenas àqueles de 2 enrolamentos separados. Os aspectos relativos a autotransformadores e transformadores de múltiplos enrolamentos são considerados neste artigo.

a. Autotransformadores

Olhando dos terminais, praticamente o mesmo efeito de transformação de tensões, correntes e impedâncias pode ser obtido com as ligações da Fig. 1-32*a* como no transformador normal com 2 enrolamentos separados mostrado na Fig. 1-32*b*. Na Fig. 1-32*a*, o enrolamento *bc* é comum a ambos os circuitos primário e secundário. Este tipo de transformador é chamado de *autotransformador*. Ele é realmente apenas um transformador normal ligado de um modo especial. A única diferença construtiva é que o enrolamento *ab* deve ser provido com isolação adicional. O desempenho de um autotransformador é regido

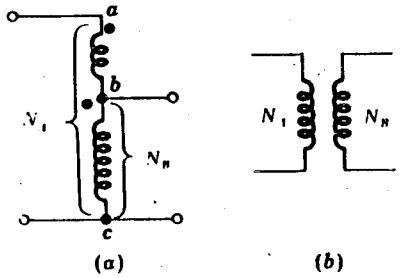


Fig. 1-32. (*a*) Autotransformador comparado com (*b*) transformador de 2 enrolamentos.

pelas mesmas considerações fundamentais já discutidas para transformadores de dois enrolamentos separados. Os autotransformadores têm reatâncias de dispersão mais baixas, perdas mais baixas, e corrente de excitação menor e custam menos que os transformadores de 2 enrolamentos, quando a relação de tensões não difere muito de 1 para 1. Uma desvantagem é a ligação direta metálica entre os lados de alta e baixa tensões.

EXEMPLO 1-15

O transformador de 50 kVA, 2.400:240 volts, dos Exemplos 1-10 e 1-11, é ligado como um autotransformador como mostra a Fig. 1-33, na qual *ab* é o enrolamento de 240 volts e *bc* é o enrolamento de 2.400 volts. Supõe-se que o enrolamento de 240 volts tenha isolação suficiente de modo que ele pode resistir a uma tensão de 2.640 volts em relação à terra.

a. Calcular as tensões nominais V_A e V_B nos lados de alta tensão e baixa tensão, respectivamente, quando o transformador é ligado como autotransformador.
b. Calcular a potência aparente nominal como autotransformador.
c. Utilizando os dados das perdas, fornecidos no Exemplo 1-10, calcular o rendimento a plena carga como autotransformador, com fator de potência 0,80.

Solução

a. Desde que o enrolamento de 2.400 volts *bc* é ligado ao circuito de baixa tensão, $V_B = 2.400$ volts.

Quando $V_{bc} = 2.400$ volts, uma tensão $V_{ab} = 240$ volts em fase com V_{bc} será induzida no enrolamento *ab* (sendo despre-

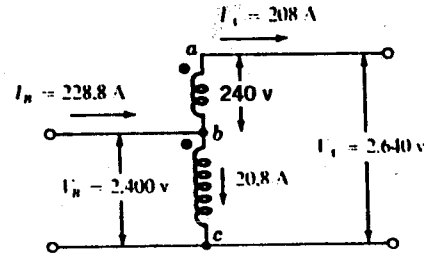


Fig. 1-33. Autotransformador, Exemplo 1-15

zadas as quedas de tensão na impedância de dispersão). A tensão no lado de alta tensão é, portanto,

$$V_A = V_{ab} + V_{bc} = 2.640 \text{ volts}$$

b Da característica nominal de 50 kVA como transformador normal de 2 enrolamentos, a corrente nominal do enrolamento de 240 volts é 50.000/240, ou 208 ampères. Desde que o enrolamento de 240 volts está em série com o circuito de alta tensão, a corrente nominal deste enrolamento é a corrente nominal I_A no lado de alta tensão como um autotransformador. A potência aparente nominal como autotransformador é, portanto,

$$\frac{V_A I_A}{1.000} = \frac{(2.640)(208)}{1.000} = 550 \text{ kVA}$$

A potência nominal pode também ser calculada do lado de baixa tensão, o que vem esclarecer as propriedades de transformação de corrente. Assim, se a corrente no enrolamento de 240 volts tem seu valor nominal de 208 ampères, a corrente no enrolamento de 2.400 volts deve produzir uma fmm igual e oposta (sendo desprezada a corrente de excitação) e portanto deve ser 20,8 ampères na direção indicada (Fig. 1-33). A corrente I_B no lado de baixa tensão como autotransformador, é portanto de

$$I_B = 208 + 20,8 = 228,8 \text{ ampères}$$

e a potência aparente nominal é de

$$\frac{V_B I_B}{1.000} = \frac{(2.400)(228,8)}{1.000} = 550 \text{ kVA}$$

Note-se que este transformador, cuja potência nominal como transformador normal de 2 enrolamentos é 50 kVA, é capaz de trabalhar com 550 kVA de potência passante como autotransformador. A maior capacidade como um autotransformador é uma conseqüência do fato de que não foi necessário transformar toda a potência aparente de 550 kVA por indução eletromagnética. De fato, tudo que o transformador tem a fazer é forçar uma corrente de 208 ampères através de uma elevação de potencial de 240 volts, correspondente à potência nominal de 50 kVA.

c. Quando ligado como autotransformador com as correntes e tensões mostradas na Fig. 1-33, as perdas são as mesmas como no Exemplo 1-10, ou seja, 803 watts. Mas a saída como um autotransformador a fator de potência de 0,80 é (0,80)(550.000) = = 440.000 watts. O rendimento portanto é

$$1 - \frac{803}{440.803} = 0,9982$$

O rendimento é assim alto, porque as perdas são aquelas incidentes na transformação de somente 50 kVA.

b. Transformadores de Múltiplos Enrolamentos

Utilizam-se freqüentemente transformadores tendo 3 ou mais enrolamentos, conhecidos como *transformadores de múltiplos enrolamentos*, para interligar três ou mais circuitos, que podem ter diferentes tensões. Para este fim, um transformador de múltiplos enrolamentos custa menos e é mais eficiente do que um número equivalente de transformadores de 2 enrolamentos. Um transformador tendo um primário e dois secundários é usado geralmente para alimentar equipamentos eletrônicos. Os transformadores de distribuição utilizados para alimentar residências têm usualmente dois secundários de 120 volts ligados em série. Os circuitos para iluminação são ligados através de cada um dos enrolamentos de 120 volts, enquanto fogões elétricos, aquecedores de água domésticos, e outras cargas similares são supridas com os 240 volts dos secundários ligados em série. Um grande sistema de distribuição pode ser alimentado, através de um banco trifásico de transformadores de circuitos múltiplos, por dois ou mais sistemas de transmissão tendo tensões diferentes. Os bancos trifásicos de transformadores usados para interligar dois sistemas de transmissão de tensões diferentes, têm freqüentemente um terceiro conjunto de enrolamentos, chamado terciário, para prover tensão auxiliar na subestação, ou para suprir um sistema de distribuição local. Os capacitores estáticos ou os condensadores síncronos podem ser ligados aos enrolamentos terciários para corrigir o fator de potência, ou regular a tensão. Às vezes colocam-se enrolamentos terciários ligados em Δ em bancos trifásicos para prover um circuito para as terceiras harmônicas da corrente de excitação.

Alguns dos problemas que aparecem no uso de transformadores de circuitos múltiplos são relacionados com os efeitos das impedâncias de dispersão na regulação de tensão, com as correntes de curto-circuito, e com a divisão de carga entre circuitos. Estes problemas podem ser resolvidos pela técnica do circuito equivalente, similar à usada no tratamento de transformadores de 2 circuitos.

Os circuitos equivalentes de transformadores de enrolamentos múltiplos são mais complicados do que no caso de 2 enrolamentos, pois eles devem levar em conta as impedâncias de dispersão associadas a cada par de enrolamentos. Nestes circuitos equivalentes, todas as

quantidades são referidas a uma base comum, seja pelo uso de relações de espiras apropriadas como fatores de conversão ou exprimindo todos os valores em por unidade. A corrente de excitação usualmente é desprezada.

A discussão seguinte será limitada a transformadores de três circuitos. Um transformador de três circuitos é mostrado esquematicamente na Fig. 1-34*a*, na qual 1-1′ é o enrolamento primário. As grandezas secundárias e terciárias são referidas ao primário, e os enrolamentos

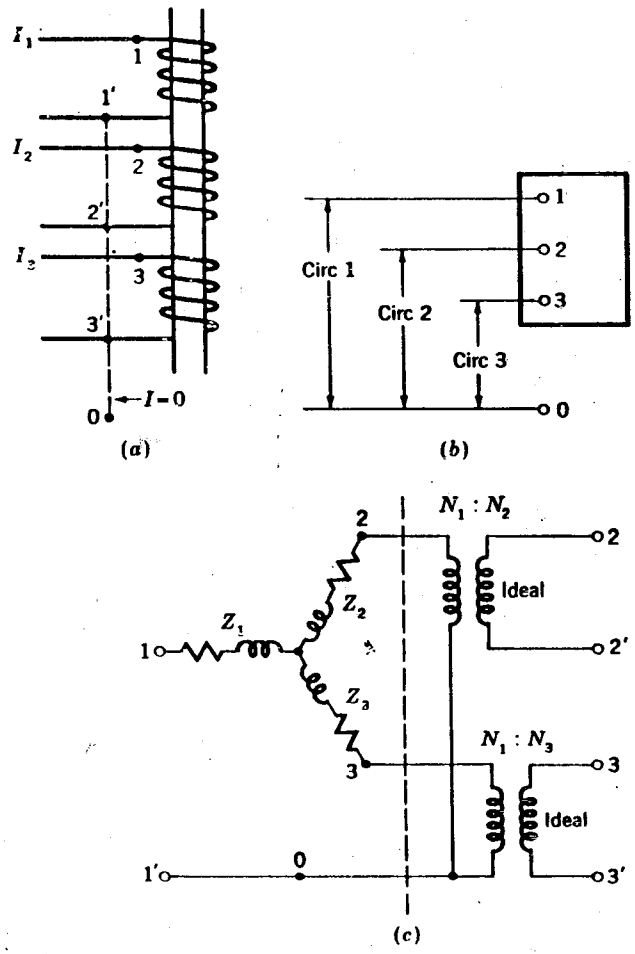


Fig. 1-34. (*a*) Transformador de 3 enrolamentos elementar. (*b*) e (*c*) Passos no desenvolvimento do seu circuito equivalente.

2-2′ e 3-3′ indicam o secundário e terciário equivalentes na base de uma relação de espiras de 1-a-1-a-1. Os terminais 1′, 2′ e 3′ são de mesma polaridade. Estes terminais podem ser considerados ligados juntos a um terminal comum 0, como mostrado pelas linhas tracejadas. Os três circuitos externos podem então ser considerados ligados entre os terminais 1, 2 e 3, respectivamente, e o terminal comum 0. Se a corrente de excitação for desprezada, a soma dos fasores das correntes I_1, I_2 e I_3 será nula. A corrente na ligação entre o terminal 0 e a junção dos terminais 1′, 2′ e 3′ portanto é zero, e esta ligação pode ser omitida sem perturbar as correntes. O transformador é então equivalente ao arranjo mostrado na Fig. 1-34*b*, no qual a caixa é um circuito com três terminais e contém impedâncias que consideram as quedas de tensão nas impedâncias de dispersão. No que se refere a seus efeitos sobre circuitos externos, tal circuito de três terminais é equivalente a três impedâncias ligadas seja em Δ ou em Y. O arranjo Y usualmente é mais conveniente. O transformador, portanto, é equivalente ao circuito mostrado à esquerda da linha tracejada na Fig. 1-34*c*, no qual as impedâncias Z_1, Z_2 e Z_3 levam em conta os efeitos das impedâncias de dispersão entre os três pares de enrolamentos. Se for desejado, os fatores que referem todas as quantidades, digamos, ao primário, podem ser mostrados explicitamente por meio de transformadores ideais, como mostrado à direita da linha tracejada na Fig. 1-34*c*. Os terminais 2-2′ e 3-3′ à direita destes transformadores ideais são, então, equivalentes aos terminais reais de secundário e terciário. Quando os transformadores ideais são incluídos, o circuito equivalente não requer uma ligação condutora entre os três circuitos. Entretanto, usualmente os transformadores ideais podem ser omitidos, e os circuitos externos podem ser considerados ligados entre o ponto comum 0 e os terminais 1, 2 e 3, respectivamente, à esquerda da linha tracejada. Deve-se simplesmente lembrar que todas as quantidades estão referidas a uma base comum.

Este circuito equivalente representa os fenômenos de impedância associados a 3 enrolamentos sobre um núcleo magnético comum. Ele se aplica igualmente ao comportamento externo de autotransformadores e de transformadores tendo enrolamentos separados, embora os fenômenos internos sejam diferentes.

As impedâncias da Fig. 1-34*c* podem ser determinadas facilmente a partir dos resultados de três ensaios simples de curto-circuito. Assim, se Z_{12} é a impedância de curto-circuito dos circuitos 1 e 2 com o circuito 3 aberto, o circuito equivalente (Fig. 1-34*c*) mostra que

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 \tag{1-76}$$

Da mesma forma

$$Z_{13} = Z_1 + Z_3 \tag{1-77}$$

$$Z_{23} = Z_2 + Z_3 \tag{1-78}$$

onde Z_{13} é a impedância de curto-circuito dos circuitos 1 e 3 com o circuito 2 aberto e Z_{23} é a impedância de curto-circuito dos circuitos 2 e 3 com o circuito 1 aberto. Estas impedâncias de curto-circuito são os valores referidos a uma base comum. Solução das Eqs. 1-76, 1-77 e 1-78, então dá

$$Z_1 = 1/2(Z_{12} + Z_{13} - Z_{23}) \quad (1\text{-}79)$$

$$Z_2 = 1/2(Z_{23} + Z_{12} - Z_{13}) \quad (1\text{-}80)$$

$$Z_3 = 1/2(Z_{13} + Z_{23} - Z_{12}) \quad (1\text{-}81)$$

EXEMPLO 1-16

Os resultados de três ensaios de curto-circuito em um transformador monofásico de 7.960:2.400:600 volts, 60 Hz, são os seguintes:

Ensaio	*Enrolamento excitado*	*Enrolamento curto-circuitado*	*Tensão aplicada volts*	*Corrente no enrolamento excitado ampères*
1	1	2	252	62,7
2	1	3	770	62,7
3	2	3	217	208

As resistências podem ser desprezadas. As potências nominais são: para o enrolamento primário de 7.960 volts, 1.000 kVA; para o secundário de 2.400 volts, 500 kVA, e para o terciário de 600 volts, 500 kVA.

a. Calcular os valores por unidade das impedâncias do circuito equivalente deste transformador em uma base de 1.000 kVA e tensão nominal

b. Três destes transformadores são usados em um banco trifásico Y-Δ-Δ, 3.000 kVA, para suprir circuitos de potência auxiliares a 2.400 volts e 600 volts em uma estação de geração. Os primários, ligados em Y, são ligados ao barramento principal de 13.800 volts. Calcular os valores por unidade das correntes de curto-circuito em regime permanente, e da tensão nos terminais dos enrolamentos secundários se um curto-circuito trifásico ocorre nos terminais dos enrolamentos do terciário, com 13.800 volts mantidos nos terminais de linha do primário. Usar, como base, 3.000 kVA, e a tensão nominal.

Solução

a. Vamos primeiro expressar os dados de curto-circuito no sistema por unidade, tomando 1.000 kVA por base.

Para o primário: $V_{base} = 7.960$ volts

$$I_{base} = \frac{1.000}{7{,}96} = 125{,}4 \text{ ampères}$$

Para o secundário: $V_{base} = 2.400$ volts

$$I_{base} = \frac{1.000}{2{,}4} = 416 \text{ ampères}$$

A conversão dos dados do ensaio em por unidade, então, fornece

Ensaio	*Enrolamentos*	*V*	*I*
1	1 e 2	0,0316	0,500
2	1 e 3	0,0967	0,500
3	2 e 3	0,0905	0,500

Do ensaio 1, a impedância de curto circuito Z_{12} é

$$Z_{12} = \frac{0{,}0316}{0{,}500} = 0{,}0632 \text{ por unidade}$$

Da mesma forma, dos ensaios 2 e 3 resulta

$$Z_{13} = \frac{0{,}0967}{0{,}500} = 0{,}1934 \text{ por unidade}$$

$$Z_{23} = \frac{0{,}0905}{0{,}500} = 0{,}1910 \text{ por unidade}$$

Das Eqs. 1-79, 1-80 e 1-81, as constantes do circuito equivalente são

$$Z_1 = jX_1 = j0{,}0378 \text{ por unidade}$$

$$Z_2 = jX_2 = j0{,}0254 \text{ por unidade}$$

$$Z_3 = jX_3 = j0{,}1556 \text{ por unidade}$$

b. A tensão de base de linha para os primários ligados em Y é $\sqrt{3}(7.960) = 13.800$ volts, ou a tensão de barramento vale 1,00 por unidade. Do circuito equivalente, para curto-circuito nos terciários, obtemos

$$I_{cc} = \frac{V_1}{Z_1 + Z_3} \doteq \frac{V_1}{Z_{13}} = \frac{1{,}00}{0{,}1934} = 5{,}18 \text{ por unidade}$$

(Note-se, entretanto, que esta corrente é 10,36 por unidade em relação às características nominais dos terciários.) Se as quedas de tensão provocadas pela corrente de carga de secundário são desprezadas em comparação àquelas devidas à corrente de curto-circuito, a tensão terminal de secundário é igual à tensão na junção das três impedâncias Z_1, Z_2 e Z_3 na Fig. 1-34*c*, donde,

$$V_2 = I_{cc} Z_3 = (5{,}18)(0{,}1556) = 0{,}805 \text{ por unidade}$$

1-12 RESUMO

Dispositivos eletromecânicos que funcionam com campo magnético, utilizam materiais ferromagnéticos para guiar e concentrar os campos. Devido à permeabilidade do material ferromagnético ser vários milhares de vezes maior que a do espaço em redor, a maior parte do fluxo é confinada a caminhos bem definidos e o campo se reduz a um circuito magnético. As freqüências são suficientemente baixas para que o campo possa ser considerado quase-estático. A analogia com um circuito elétrico é útil para sua compreensão intuitiva. As grandezas análogas são mostradas na Tabela 1-1. Para o circuito magnético, as leis análo-

TABELA 1-1
QUANTIDADES ANÁLOGAS EM CIRCUITOS ELÉTRICOS E MAGNÉTICOS

Fmm $\mathcal{F} = Ni$	Fem E
Fluxo	Corrente I
Relutância $\mathcal{R}$	Resistência R
Permeância $\mathcal{P} = 1/\mathcal{R}$	Condutância $G = 1/R$
Indução magnética $B = \phi/A$	Densidade de corrente $J = I/A$
Intensidade de campo magnético H	Intensidade de campo elétrico $\mathscr{E}$
Permeabilidade μ	Condutividade σ

gas às de Kirchhoff, de corrente e tensão, afirmam que: (1) a soma dos fluxos $\Sigma\phi$ que chegam a um nó é nula, e (2) a soma das quedas nas relutâncias $\Sigma\phi\mathcal{R}$ ao longo de um circuito fechado é igual à soma das fmms ΣNi.

Do ponto de vista dos cálculos, os circuitos magnéticos diferem dos circuitos elétricos em dois aspectos importantes: (1) a dispersão é maior, e (2) a relutância de um ramo de circuito magnético é uma função do fluxo neste ramo. Conforme o fluxo aumenta, o circuito tende a saturar. Tanto a permeabilidade como a relutância podem variar de uma condição de operação a outra. Assim, a aplicação numérica direta da analogia com o circuito elétrico é rara. O valor principal da analogia reside na orientação que ele oferece ao processo de raciocínio. Para a análise quantitativa, são geralmente empregados métodos gráficos baseados nas características *B-H* do material do núcleo.

A analogia com o circuito elétrico não subsiste mais se considerarmos a dissipação de potência, análoga à I^2R do circuito elétrico, mas associada a um fluxo constante no tempo em um circuito magnético. Os fenômenos físicos da condução e do ferromagnetismo são de natureza inteiramente diferentes. Dizendo melhor, as perdas por histerese e por correntes de Foucault ocorrem em um núcleo ferromagnético somente quando o fluxo varia no tempo.

Os materiais ferromagnéticos são disponíveis numa ampla variedade de características. Numerosas ligas de ferro com outros metais são usadas quando são desejadas propriedades magnéticas especiais. O material comumente usado na construção de transformadores, reatores, solenóides e máquinas rotativas é uma liga de ferro com uma pequena quantidade (2 a 4 por cento) de silício. Este é disponível comercialmente em chapas finas (0,014 a 0,025 pol de espessura) para uso em peças submetidas a campos de c.a.. As propriedades magnéticas de dois tipos de chapas são mostradas nas Figs. 1-9 e 1-10. As chapas de grãos orientados, Fig. 1-10, têm propriedades magnéticas superiores quando o campo magnético é alinhado na direção de laminação das chapas. Este é o material comumente usado para os núcleos de transformadores.

Embora nenhuma conversão eletromecânica de energia ocorra em um transformador estático, seu desempenho tem muitos pontos similares ao comportamento elétrico de máquinas rotativas de c.a.. A discussão seguinte sobre estes pontos irá, portanto, constituir uma rápida antecipação dos processos de raciocínio utilizados na teoria de máquinas de c.a., como será apresentado nos capítulos subsequentes.

Tanto nos transformadores como nas máquinas rotativas, um campo magnético é criado pela ação combinada das correntes nos enrolamentos. Em um transformador com núcleo de ferro, a maior parte deste

fluxo é confinada ao núcleo e é concatenada com todos os enrolamentos. Este fluxo mútuo resultante induz tensões nos enrolamentos, que são proporcionais aos números de espiras respectivos, e proporciona a propriedade da transformação de tensão. Nas máquinas rotativas, a maior parte do fluxo atravessa o entreferro, como o fluxo no núcleo em um transformador, e se concatena com todos os enrolamentos no estator e no rotor. As tensões induzidas nos enrolamentos por este fluxo mútuo de entreferro são semelhantes àquelas induzidas pelo fluxo do núcleo do transformador. A diferença é que nas máquinas rotativas ocorre movimento mecânico e conversão eletromecânica de energia. O conjugado associado a este processo de conversão de energia é criado pela interação do fluxo de entreferro com o campo magnético das correntes do rotor.

Além dos fluxos mútuos, que são úteis, nos transformadores e nas máquinas rotativas há fluxos dispersos que são concatenados com um enrolamento sem se concatenar com o outro. Embora o quadro detalhado dos fluxos dispersos nas máquinas rotativas seja mais complicado do que em transformadores, seus efeitos são essencialmente os mesmos. Em ambos os casos, os fluxos dispersos induzem tensões nos enrolamentos de c.a., que são levadas em conta como quedas de tensão em reatâncias de dispersão. Em ambos os casos, os caminhos dos fluxos dispersos estão principalmente no ar, e os fluxos dispersos são quase linearmente proporcionais às correntes que os produzem. As reatâncias de dispersão, portanto, são freqüentemente consideradas constantes, independentemente do grau de saturação do circuito magnético principal.

Do ponto de vista do enrolamento, os fenômenos de indução de tensão nos transformadores e máquinas rotativas são essencialmente os mesmos, embora sejam diferentes os fenômenos internos que produzem as variações no tempo dos fluxos concatenados. Em uma máquina rotativa, a variação no tempo nos fluxos concatenados é provocada pelo movimento relativo do campo e do enrolamento, e a tensão induzida é às vezes chamada de tensão de velocidade. As tensões de velocidade e o movimento mecânico são necessários em conversão eletromecânica de energia. Em um transformador estático, entretanto, a variação no tempo dos fluxos concatenados é provocada pelo crescimento e diminuição de um campo magnético estacionário, e nenhum movimento mecânico está envolvido, e nenhuma conversão eletromecânica de energia tem lugar.

O fluxo de núcleo resultante num transformador induz uma fcem no primário que, juntamente com a queda de tensão na resistência de primário e na reatância de dispersão, deve equilibrar a tensão aplicada. Desde que as quedas de tensão na resistência e reatância de dispersão usualmente são pequenas, a fcem deve aproximadamente igualar a tensão aplicada e o fluxo no núcleo deve ajustar-se a isto. Fenômenos exatamente similares devem ocorrer nos enrolamentos de armadura de um

motor de c.a. — a onda de fluxo de entreferro resultante deve ajustar-se para gerar uma fcem aproximadamente igual à tensão aplicada. Tanto nos transformadores como nas máquinas rotativas, a fmm líquida de todas as correntes deve conseqüentemente ajustar-se para criar o fluxo resultante exigido por este equilíbrio de tensões. Em qualquer dispositivo eletromagnético de c.a. no qual as quedas de tensão na resistência e reatância de dispersão são pequenas, o fluxo resultante é determinado aproximadamente pela tensão e pela freqüência aplicadas, e as correntes devem ajustar-se de modo a produzir a fmm necessária para criar este fluxo.

Em um transformador, a corrente do secundário é determinada pela tensão induzida no secundário, pela impedância de dispersão de secundário, e pela carga elétrica. Num motor de indução, a corrente de secundário (rotor) é determinada pela tensão induzida no secundário, pela impedância de dispersão de secundário, e pela carga mecânica no eixo. Essencialmente os mesmos fenômenos ocorrem no enrolamento primário do transformador e nos enrolamentos de armadura (estator) de motores de indução e síncronos. Em todos os três, a corrente de primário, ou armadura, deve ajustar-se de modo que a fmm combinada de todas as correntes crie o fluxo requerido pela tensão aplicada.

Mais exemplos destas similaridades básicas podem ser citados. Exceto pelo atrito e ventilação, as perdas nos transformadores e máquinas rotativas são as mesmas. Os ensaios para a determinação de perdas e constantes do circuito equivalente são essencialmente os mesmos: um ensaio de circuito aberto, ou em vazio, dá informação relativa às necessidades de excitação e de perdas no núcleo (e atrito e ventilação em máquinas rotativas), enquanto um ensaio de curto-circuito com medidas de resistência em c.c. dá informação relativa a reatâncias de dispersão e a perdas no cobre. O tratamento dos efeitos da saturação magnética é outro exemplo: nos transformadores e nas máquinas rotativas de c.a. supõe-se que as reatâncias de dispersão não são afetadas pela saturação, e que no circuito mag-

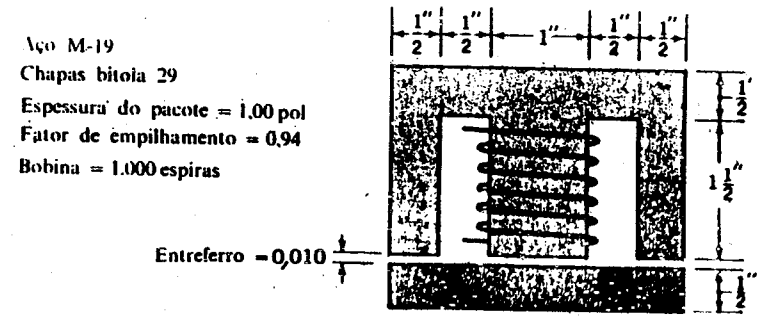


Fig. 1-35. Reator com entreferro

nético principal, a saturação é determinada pelo fluxo mútuo, ou de entreferro, resultante.

PROBLEMAS

1-1. Se a bobina na Fig. 1-35 é excitada com corrente contínua, determinar a corrente necessária para produzir um fluxo de $7{,}5 \times 10^{-4}$ weber na perna central. Desprezar a dispersão magnética, o espraiamento e a relutância do ferro.

Se a bobina for excitada com corrente alternada, em lugar da corrente contínua da parte *a*, determinar a perda no núcleo e o valor eficaz da corrente de magnetização para uma tensão senoidal aplicada de 120 volts, valor eficaz, a 60 Hz. Desprezar os efeitos de harmônicas e a queda resistiva na bobina.

1-2. As bobinas do dispositivo magnético mostrado na Fig. 1-36 são ligadas em série, de modo que as fmms dos caminhos *A* e *B* tendem a estabelecer um fluxo na perna central *C* ambas na mesma direção. O material é aço M-19, bitola 29, com fator de empilhamento 0,94. Desprezar o espraimento e a dispersão.

a. Quantos ampères são necessários para estabelecer uma indução magnética de 0,6 weber/m²?
b. Quantos joules de energia são armazenados no campo magnético no entreferro?

1-3. Uma onda de tensão quadrada tendo uma freqüência fundamental de 60 Hz, com semiciclos positivos e negativos iguais, de amplitude *E* volts, é aplicada a um enrolamento sem resistência, de 1.000 espiras, com um núcleo fechado de ferro, de 10^{-3} m² de seção transversal.

a. Esboçar as curvas da tensão e do fluxo em função do tempo.
b. Determinar o valor máximo permissível de *E* se a indução magnética máxima não deve exceder 1,00 weber/m².

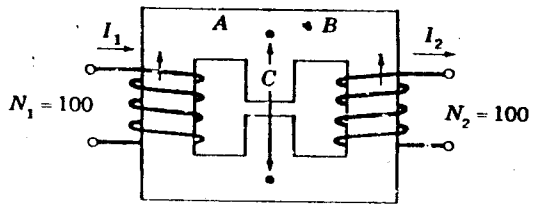


Fig. 1-36 Circuito magnético para o Prob. 1-2.

Área da seção transversal das pernas *A* e *B* = 2 pol
Área da seção transversal da perna *C* = 4 pol
Comprimento do caminho *A* = 6 pol
Comprimento do caminho *B* = 6 pol
Comprimento do caminho *C* = 2 pol
Entreferro = 0,15

1-4. Os dados para a metade superior de um ciclo de histerese simétrico para o núcleo do Prob. 1-3 são fornecidos abaixo:

$\mathscr{B}$, webers/m²	0	0,2	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	0,95	0,9	0,8	0,7	0,6	0,4	0,2	0
$\mathscr{H}$, A/m	48	52	58	73	85	103	135	193	80	42	2	18	29	40	45	48

O comprimento médio dos caminhos de fluxo no núcleo é 0,30 m.

Determinar graficamente a perda por histerese em watts para uma indução magnética máxima de 1,00 weber/m² à freqüência de 60 Hz.

1-5. A Fig. 1-37 mostra um indutor enrolado sobre um núcleo de chapas de ferro de alta permeabilidade, de seção transversal retangular. Supor que a permeabilidade do ferro é infinita. Desprezar a dispersão e o espraiamento magnéticos no entreferro *g*. O enrolamento é de fio de cobre isolado cuja resistividade é ρ ohm-m. Supor que a fração k_w do espaço para enrolamento é disponível para cobre, o resto do espaço sendo usado para isolação.

a. Estimar o comprimento médio *l* de uma espira do enrolamento.
b. Deduzir uma expressão para a potência elétrica de entrada na bobina, para uma indução magnética de regime especificada. Esta expressão deverá ser em termos de $\mathscr{B}$, ρ, μ_0, *l*, k_w, e das dimensões indicadas. Note-se que a expressão é independente do número de espiras se o fator de espaço de enrolamento k_w é considerado independente das espiras.
c. Deduzir uma expressão para a energia magnética armazenada em termos de $\mathscr{B}$ e das dimensões indicadas.

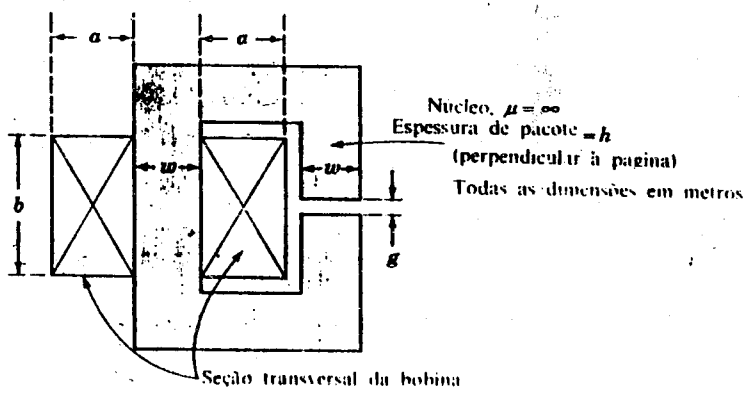


Fig. 1-37 Indutor com núcleo de ferro.

d. De (*b*) e (*c*) deduzir uma expressão para a constante de tempo L/r da bobina.

1-6. O indutor da Fig. 1-37 tem as seguintes dimensões:

$$a = h = w = 1 \text{ cm}$$

$$b = 2 \text{ cm} \qquad g = 0{,}2 \text{ cm}$$

O fator de espaço de enrolamento vale $k_w = 0{,}7$. A resistividade do cobre = 1,73 microhm-cm.

A bobina deverá funcionar com uma tensão aplicada constante de 50 volts e a indução magnética de entreferro deverá ser 1,0 weber/m^2.

Determinar a potência de entrada na bobina, a corrente da bobina, o número de espiras, a resistência da bobina, a indutância, a constante de tempo, e a bitola do fio, no valor padronizado mais próximo.

1-7. Um transformador de 500 kVA, 60 Hz, com um enrolamento primário para 11.000 volts, recebe 3,35 A e 2.960 watt em vazio, com tensão e freqüência nominais. Outro transformador tem um núcleo com todas suas dimensões lineares $\sqrt{2}$ vezes maiores do que as dimensões correspondentes do primeiro transformador. O material do núcleo e a espessura de laminação mantêm-se as mesmas em ambos os transformadores.

Se os enrolamentos primários dos transformadores têm o mesmo número de espiras, que corrente e potência em vazio o segundo transformador receberá com 22.000 volts a 60 Hz aplicados ao primário?

1-8. A indução magnética e perda no núcleo de um transformador funcionando a uma tensão de 6.600 volts a 60 Hz são, respectivamente, de 70 kilolinhas/pol^2 e 2.500 watts. Suponha-se que todas as dimensões do núcleo do transformador são dobradas, e que os números de espiras nos enrolamentos primário e secundário são reduzidos à metade, e o novo transformador funciona a uma tensão de 13.200 volts a 60 Hz. O mesmo tipo de ferro e a mesma espessura de chapas são usados nos dois transformadores.

Quais são os valores da indução magnética e das perdas no núcleo para o novo transformador?

1-9. As resistências e reatâncias de dispersão de um transformador de distribuição de 10 kVA, 60 Hz, 2.400:240 volts são como segue:

$$r_1 = 4{,}20 \text{ ohms} \qquad r_2 = 0{,}0420 \text{ ohms}$$

$$x_1 = 5{,}50 \qquad x_2 = 0{,}0550$$

onde índice 1 denota o enrolamento de 2.400 volts, e índice 2 o enrolamento de 240 volts. Cada grandeza é referida ao lado respectivo do transformador.

a. Determinar a impedância equivalente referida ao lado de alta tensão e referida ao lado de baixa tensão.

b. Considere-se o transformador fornecendo a potência aparente nominal, sob um fator de potência indutivo de 0,80, a uma carga no lado de baixa tensão, com 240 volts na carga. Determinar a tensão nos terminais de alta tensão.

1-10. Uma carga monofásica é suprida através de um alimentador a 33.000 volts, cuja impedância é $105 + j360$ ohms, e de um transformador para 33.000:2.400 volts cuja impedância equivalente é $0{,}26 + j1{,}08$ ohms referida ao lado de baixa tensão. A carga é de 180 kW com fator de potência 0,85 capacitivo e 2.250 volts.

a. Calcular a tensão no alimentador, no lado do gerador.

b. Calcular a tensão nos terminais primários do transformador.

c. Calcular a potência e a potência reativa de entrada no alimentador, no lado do gerador.

1-11. Quando um transformador de 50 kVA, 2.300:230 volts, 60 Hz é energizado em vazio na tensão nominal, a potência absorvida é de 200 watts, com fator de potência 0,15. Funcionando com carga nominal, a queda de tensão na resistência e reatância de dispersão totais são, respectivamente, 1,2 e 1,8 por cento da tensão nominal.

Determinar a potência de entrada e o fator de potência quando o transformador fornece 30 kW, com fator de potência 0,80 indutivo sob 230 volts, a uma carga no lado de baixa tensão.

1-12. Uma fonte que pode ser representada por uma tensão constante de 5 volts, valor eficaz, em série com uma resistência interna de 2.000 ohms é ligada a uma resistência de carga de 50 ohms através de um transformador ideal. Trace um gráfico da potência em miliwatt fornecida à carga em função da relação de transformação, cobrindo relações de 0,1 a 10,0.

1-13. Um transformador de saída para audiofreqüências tem uma relação de espiras primário a secundário de 31,6. Sua indutância de primário medida com o secundário aberto é 19,6 henry e medida com o secundário curto-circuitado é 0,207 henry. As resistências de enrolamento são desprezíveis.

Este transformador é usado para ligar uma resistência de carga de 8 ohms a uma fonte que pode ser representada por uma fem interna de freqüência variável em série com uma impedância interna de 5.000 ohms resistiva. Calcular o seguinte, que se relaciona com as características de freqüência do circuito:

a. A freqüência superior de meia potência.
b. A freqüência inferior de meia potência.
c. A média geométrica destas freqüências.
d. A relação entre a tensão na carga e a tensão na fonte à freqüência de (*c*).

1-14. Um transformador de saída para audiofreqüências, tendo uma relação de espiras de 17,32, deve ser usado para casar uma fonte com resistência interna de 3.000 ohms a uma carga resistiva de 10 ohms. As freqüências superior e inferior de meia potência deverão ser 50 e 10.000 Hz. Desprezar as perdas no núcleo e as resistências de enrolamentos. Especificar:

a. A auto-indutância do primário.
b. A indutância de dispersão equivalente referida ao primário.

1-15. Os seguintes resultados foram obtidos para um transformador de distribuição de 20 kVA, 60 Hz, 2.400:240 volts, ensaiado a 60 Hz:

	Tensão, volts	*Corrente, ampères*	*Potência, watts*
Com enrolamento de alta tensão em circuito aberto	240	1,066	126,6
Com terminais de baixa tensão curto-circuitados	57,5	8,34	284

a. Calcular o rendimento para corrente de plena carga e tensão terminal nominal, com fator de potência 0,8.
b. Suponha-se que o fator de potência da carga é alterado enquanto a corrente de carga e tensão terminal de secundário são mantidas constantes. Por meio de um diagrama fasorial, determinar o fator de potência na carga para o qual a regulação tem o maior valor. Qual é esta regulação?

1-16. *a.* Mostrar que o rendimento máximo de um transformador funcionando com tensão de saída e fator de potência constantes ocorre à potência aparente de carga para a qual as perdas no cobre igualam as perdas no núcleo. Lembrar que as perdas no núcleo permanecem constantes, enquanto que as perdas no cobre variam com o quadrado da potência aparente de carga.
b. Para o transformador do Prob. 1-15, determinar a potência aparente de saída na condição de máximo rendimento.

1-17. Os terminais de alta tensão de um banco trifásico de três transformadores monofásicos são ligados a um sistema trifásico de três fios, 13.800 volts (de linha). Os terminais de baixa tensão são ligados a uma carga trifásica de três fios da subestação, com especificações nominais de 1.500 kVA e 2.300 volts de linha.

Especificar as características nominais de tensão, corrente e potência aparente de cada transformador (para os enrolamentos de alta e baixa tensão) para as seguintes ligações:

a. Enrolamentos de alta tensão em Y, enrolamentos de baixa tensão em Δ.
b. Enrolamentos de alta tensão em Δ, enrolamentos de baixa tensão em Y.
c. Enrolamentos de alta tensão em Y, enrolamentos de baixa tensão em Y.
d. Enrolamentos de alta tensão em Δ, enrolamentos de baixa tensão em Δ.

1-18. A Fig. 1-38 mostra um banco Δ-Δ de transformadores para 2.400:240 volts. Os secundários *ab*, *bc*, *ca* têm tomadas centrais *p*, *q*, *r*. Desprezar as quedas de tensões em impedâncias de dispersão, e considerar a tensão nominal aplicada ao primário. Com a tensão de secundário V_{ab} como fasor de referência, desenhar um diagrama fasorial mostrando as tensões *ab*, *bc*, *ca*, *pq*, *qr*, *rp*, *ap*, *bp*, *cp*. Determinar os valores destas tensões.

1-19. Um banco ligado em Δ-Y, de três transformadores idênticos para 100 kVA, 2.400:120 volts, 60 Hz, recebe energia através de um alimentador cuja impedância é $0{,}80 + j0{,}30$ ohm por fase. A tensão no alimentador, no lado do gerador, é mantida constante a 2.400 volts de linha. Os resultados de um ensaio de curto-circuito monofásico sobre um dos transformadores, com os terminais de baixa tensão curto-circuitados, são

$V_A = 52{,}0$ volts $\qquad f = 60$ Hz
$I_A = 41{,}6$ ampères $\qquad P = 950$ watts

a. Determinar a tensão de linha do secundário quando o banco alimenta uma carga trifásica equilibrada com corrente nominal e fator de potência 1,00.
b. Calcular as correntes nos enrolamentos de primário e secundário do transformador e nos fios do alimentador, se ocorrer um curto-circuito trifásico nos terminais de linha do secundário.

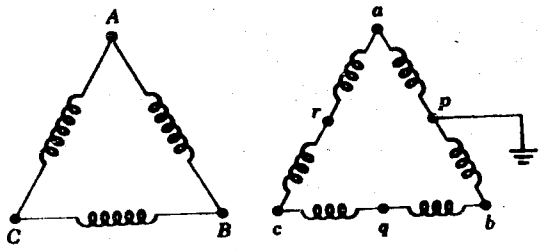


Fig. 1-38 Banco de transformadores. Prob. 1-18.

1-20. Um transformador de dois enrolamentos, de 480-120 volts, 5 kVA, deve ser usado como autotransformador para alimentar um circuito de 480 volts a partir de um gerador de 600 volts. Num ensaio como transformador de 2 enrolamentos, sob carga nominal, fator de potência 0,80 indutivo, o rendimento resultou ser 0,965.

a. Mostrar um diagrama de ligações como autotransformador.
b. Determinar a potência aparente nominal como autotransformador.
c. Calcular o rendimento como autotransformador, em plena carga, e fator de potência 0,80 indutivo.

1-21. A Fig. 1-39 mostra um autotransformador de 3 enrolamentos alimentando duas cargas L_1 e L_2. As quedas de tensão internas e a corrente de excitação podem ser desprezadas. Determinar as correntes nos 3 enrolamentos para as seguintes condições de carga:

a. $L_1 = 360$ kVA, $L_2 = 0$
b. $L_1 = 0$, $L_2 = 120$ kVA
c. $L_1 = 360$ kVA, $L_2 = 120$ kVA com o mesmo fator de potência.

1-22. Um banco trifásico, consistindo de três transformadores monofásicos de três enrolamentos, é utilizado para baixar a tensão de uma linha de transmissão trifásica de 110 kV. Os seguintes dados de chapa referem-se a um dos transformadores:

Características nominais:
Primário 1: 10.000 kVA, 63.500 volts
Secundário 2: 5.000 kVA, 11.000 volts
Terciário 3: 5.000 kVA, 7.580 volts

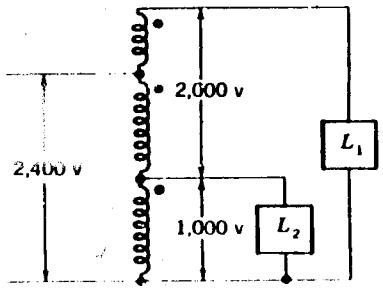


Fig. 1-39 Autotransformador de três enrolamentos. Prob. 1-21.

Reatâncias de curto-circuito na base de 5.000 kVA:
$X_{12} = 0{,}071$ por unidade
$X_{23} = 0{,}054$ por unidade
$X_{13} = 0{,}092$ por unidade

As resistências são desprezíveis.

Os transformadores são ligados Y-Δ-Y. Os secundários ligados em Y_φ alimentam uma carga equilibrada com corrente nominal e fator de potência 0,80. Os terciários alimentam outra carga equilibrada, com fator de potência 1,00.

a. Calcular a tensão de linha do primário necessária para manter a tensão nominal nos terminais do secundário.
b. Para as condições da parte *a*, calcular a tensão de linha nos terminais do terciário.
c. Se a tensão do primário for mantida constante como na parte *a*, que valor alcançará a tensão do terciário se a carga do secundário for removida? Considere que a carga do terciário se comporta como uma resistência constante.

2

Princípios da Conversão Eletromecânica de Energia

A energia é convertida para a forma elétrica por ser fácil a transmissão e o processamento; ela é raramente disponível ou utilizada em forma elétrica, mas é convertida para esta forma na entrada de um sistema e de volta para forma não elétrica na saída de um sistema. Um exemplo típico é o processamento da energia de um reator nuclear; ela é convertida para forma elétrica na usina geradora, é transportada por linhas de transmissão e distribuição, e é convertida para energia mecânica em um motor elétrico no local de utilização. Um segundo exemplo é a conversão da energia de ondas sonoras de pressão, e a transmissão, em forma elétrica, de alguém que fala a alguém que escuta, em um sistema telefônico.

Aqui, nós estamos interessados no processo de conversão eletromecânica de energia. Este processo realiza-se através do campo elétrico ou magnético de um dispositivo de conversão, como agente intermediário. Embora os vários dispositivos de conversão funcionem baseados em princípios físicos similares, as estruturas dos dispositivos dependem de sua função. Os dispositivos para medição e controle são freqüentemente chamados transdutores; eles geralmente funcionam sob

condições lineares saída proporcional à entrada e com sinais relativamente pequenos. Os muitos exemplos incluem motores de conjugado, microfones, fonocaptores, e alto-falantes. Numa segunda categoria estão os dispositivos que produzem força, como os atuadores a solenóides, os relés, e eletro-imãs. A terceira categoria de dispositivos inclui equipamento de conversão contínua de energia, tais como motores e geradores.

Como acontece em muitos ramos de engenharia, os dispositivos de conversão de energia foram desenvolvidos e usados antes que os detalhes de seu funcionamento fossem completamente entendidos. Este capítulo é devotado aos princípios de conversão eletromecânica de energia e à análise de tais dispositivos. Os objetivos, ao analisar dispositivos, são: primeiramente o de nos ajudar na compreensão de como ocorre a conversão de energia; em segundo lugar de prover as técnicas para projeto e otimização dos dispositivos para exigências específicas; em terceiro lugar mostrar como desenvolver modelos para os dispositivos, pelos quais possa ser calculado o desempenho em sistemas. Os dispositivos apresentados neste capítulo são os transdutores de sinais e dispositivos de produção de força; o equipamento de conversão contínua de energia é tratado no restante do livro.

Neste capítulo, partiremos do conceito de balanço de energia e desenvolveremos as expressões para as forças originárias do campo. Então incorporaremos os elementos de circuito elétricos e mecânicos periféricos e expressaremos seus efeitos por equações diferenciais. Serão descritos os métodos para a solução destas equações para casos especiais e serão desenvolvidos modelos para a descrição do comportamento dos dispositivos em sistemas.

2-1 BALANÇO DE ENERGIA

Um princípio geral, aplicável a todos os sistemas físicos nos quais massa não é criada nem destruída, é o *princípio da conservação da energia*, que afirma que energia não é criada nem destruída; ela meramente muda de forma. Este princípio, juntamente com as leis de campos elétricos e magnéticos, de circuitos elétricos, e a mecânica newtoniana, é um meio conveniente para determinar as relações características do acoplamento eletromecânico. Como as freqüências e velocidades são relativamente baixas, prevalecem as condições de campo quase-estáticas e radiação eletromagnética é inteiramente desprezível. A conversão eletromecânica de energia, então, envolve energia em quatro formas, e a conservação da energia leva à seguinte relação entre estas formas

$$\begin{pmatrix}\text{Entrada de}\\ \text{energia de}\\ \text{fonte elétrica}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Saída de}\\ \text{energia}\\ \text{mecânica}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Aumento na}\\ \text{energia armaze-}\\ \text{nada no campo}\\ \text{de acoplamento}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Energia}\\ \text{convertida}\\ \text{em calor}\end{pmatrix} \tag{2-1}$$

A Eq. 2-1 é aplicável a todos os dispositivos de conversão; ela é escrita de modo que os termos de energia elétrica e mecânica têm valores positivos quando se trata de funcionamento como motor. A equação aplica-se igualmente ao funcionamento como gerador: os termos de energia elétrica e mecânica nesse caso, têm valores negativos.

A conversão irreversível de energia em calor vem de três causas: parte da energia elétrica é convertida diretamente para calor nas resistências encontradas pela corrente, parte da energia mecânica desenvolvida dentro do dispositivo é absorvida no atrito e ventilação e então convertida em calor, e finalmente parte da energia absorvida pelo campo de acoplamento é convertida em calor, como perda magnética no núcleo (no acoplamento magnético) ou perda dielétrica (no acoplamento elétrico). Se as perdas de energia no sistema elétrico, no sistema mecânico, e no campo de acoplamento são agrupadas com os termos correspondentes na Eq. 2-1, o balanço de energia pode ser escrito na seguinte forma:

$$\begin{pmatrix}\text{Energia elétrica}\\ \text{de entrada menos}\\ \text{perdas resistivas}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Energia mecânica}\\ \text{de saída mais}\\ \text{perdas por atrito}\\ \text{e ventilação}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Aumento na energia}\\ \text{armazenada no campo}\\ \text{de acoplamento mais}\\ \text{perdas associadas}\end{pmatrix} \tag{2-2}$$

O primeiro membro da Eq. 2-2 pode ser expresso em termos das correntes e tensões nos circuitos elétricos do dispositivo de acoplamento. Considere-se, por exemplo, o dispositivo de conversão de energia mostrado esquematicamente na Fig. 2-1. O diferencial da energia de entrada

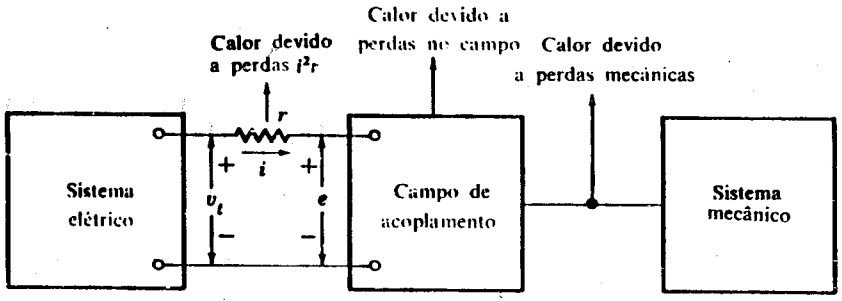


Fig. 2-1. Representação geral de conversão eletromecânica de energia.

da fonte elétrica no tempo dt é $v_t i\,dt$, onde v_t é a tensão terminal instantânea e i é a corrente instantânea. A perda de energia na resistência do dispositivo é $i^2 r\,dt$, onde r é a resistência. Portanto, o primeiro membro da Eq. 2-2 é

$$dW_{ele} = v_t i\,dt - i^2 r\,dt \tag{2-3}$$

$$dW_{ele} = (v_t - ir)i\,dt \tag{2-4}$$

onde dW_{ele} é a energia elétrica líquida de entrada ao dispositivo de acoplamento, depois que as perdas resistivas foram levadas em conta. Para que o dispositivo de acoplamento possa absorver energia do circuito elétrico, o campo de acoplamento deve produzir uma reação sobre o circuito. Esta reação é a fem indicada pela tensão e na Fig. 2-1. Em dispositivos eletromagnéticos, por exemplo, ela é uma tensão induzida pelo campo magnético. A reação sobre a entrada é uma parte essencial do processo de transferência de energia entre um circuito elétrico e outro meio qualquer. O campo de acoplamento pode ser assemelhado a um reservatório de energia, fornecendo energia ao sistema de saída e sendo reabastecido pelo sistema de entrada através da reação do campo. Para as tensões se equilibrarem a fem e deve ser

$$e = v_t - ir \tag{2-5}$$

A substituição da Eq. 2-5 na 2-4 fornece

$$dW_{ele} = ei\,dt \tag{2-6}$$

Se a energia elétrica for suprida ao campo de acoplamento por mais do que um circuito, a entrada total de energia elétrica será a soma de termos da forma da Eq. 2-6.

O primeiro termo no primeiro membro da Eq. 2-2 é a energia total convertida em forma mecânica. Ela difere da energia mecânica útil pelas perdas mecânicas por atrito e ventilação, provocadas pelo movimento das partes mecânicas do dispositivo de conversão de energia. O segundo termo no segundo membro da Eq. 2-2 é a energia total absorvida pelo campo de acoplamento, incluindo a energia armazenada e as perdas.

Da discussão precedente, deverá ser evidente que as resistências dos circuitos elétricos e o atrito e ventilação do sistema mecânico, embora sempre presentes, não representam partes importantes no processo de conversão de energia. Eles podem ser levados em conta como perdas nos sistemas elétrico e mecânico nos dois lados do elemento de acoplamento, como indicado no diagrama de blocos na Fig. 2-1. O processo básico de conversão de energia envolve o campo de acoplamento e sua ação e reação nos sistemas elétrico e mecânico. Para funcionamento como motor, a soma da energia absorvida pelo campo de

acoplamento com a energia interna em forma mecânica pode sempre ser igualada à energia elétrica interna associada ao deslocamento de cargas em oposição a fem e gerada pelo campo de acoplamento. Em forma diferencial, a Eq. 2-2 pode ser escrita como

$$dW_{ele} = ei\,dt = dW_{cmp} + dW_{mec} \tag{2-7}$$

onde dW_{mec} é a energia diferencial convertida em forma mecânica e e dW_{cmp} é a energia diferencial absorvida pelo campo de acoplamento.

A Eq. 2-7, juntamente com a lei de Faraday para a tensão induzida, constituem a base fundamental para a análise dos dispositivos de conversão de energia.

2-2 ENERGIA EM SISTEMAS MAGNÉTICOS DE EXCITAÇÃO ÚNICA

No Cap. 1 nos ocupamos principalmente com os circuitos magnéticos em núcleos fechados, que são usados nos transformadores. Nestes dispositivos, a energia é armazenada nos campos de dispersão e numa certa medida, no próprio núcleo, mas a energia armazenada não entra diretamente no processo de transformação. Neste capítulo trataremos de conversão de energia; os circuitos magnéticos têm entreferros, entre as partes estacionária e móvel, nos quais é armazenada considerável energia de campo magnético. O campo atua como o agente intermediário, ou o meio, de conversão de energia, e sua energia é o reservatório entre os sistemas elétrico e mecânico.

a. Tensão Induzida e potência Elétrica

Considere-se inicialmente um sistema magnético compreendendo uma única bobina de excitação e seu campo magnético associado, como indicado esquematicamente na Fig. 2-2. O circuito é descrito por

$$v_t = ir + e \tag{2-8}$$

Se o fluxo está aumentando, a fem e induzida na bobina terá o sentido que se opõe à corrente, como mostrado pelos sinais + e − da fem e Fig. 2-2. Quando o fluxo está aumentando, a derivada em relação ao tempo é positiva e o valor instantâneo da fcem e é dado por

$$e = +\frac{d\lambda}{dt} \tag{2-9}$$

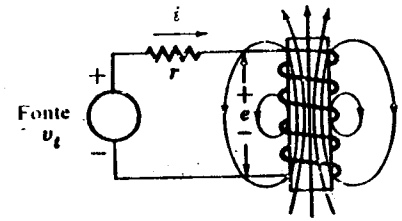


Fig. 2-2. Sistema magnético elementar de excitação única.

onde λ é o valor instantâneo do fluxo concatenado com o circuito e t é tempo.

Para um enrolamento no qual todo o fluxo φ se concatena com todas as N espiras do enrolamento, o fluxo concatenado λ é $N\varphi$ e a Eq. 2-8 pode ser escrita como

$$v_t = ir + \frac{d\lambda}{dt} = ir + N\frac{d\varphi}{dt} \tag{2-10}$$

Realmente, uma parte do campo magnético – usualmente uma pequena parcela em dispositivos práticos – é distribuída por todo o espaço ocupado pelas espiras do enrolamento e, portanto, é concatenada apenas com uma fração das espiras. No cálculo do fluxo concatenado total, o fluxo real concatenando com cada espira deve ser levado em conta de modo adequado. O efeito de concatenações parciais pode ser levado em conta definindo o fluxo como $\varphi \equiv \lambda/N$, onde φ é o fluxo equivalente concatenando com todas as N espiras. Na maioria dos dispositivos práticos com núcleos ferromagnético, o efeito de concatenações parciais é relativamente pequeno, porque a maior parte do fluxo está confinado ao núcleo e portanto é concatenada com todas as espiras.

Como mostra a Eq. 2-6, a energia diferencial dW_{ele} suprida pela fonte elétrica no tempo dt (já tendo sido levada em conta a perda $i^2r\,dt$ na bobina) é

$$dW_{ele} = ei\,dt \tag{2-11}$$

Das Eqs. 2-11 e 2-9,

$$dW_{ele} = i\,d\lambda = Ni\,d\varphi = \mathcal{F}\,d\varphi \tag{2-12}$$

onde $\mathcal{F} \equiv Ni$ é definida como a *força magnetomotriz, ou* fmm, da bobina.

A Eq. 2-12 mostra que uma mudança no fluxo concatenando com um circuito é associada a um fluxo de energia no circuito. A variação no fluxo pode ser provocada por uma variação na excitação, ou por

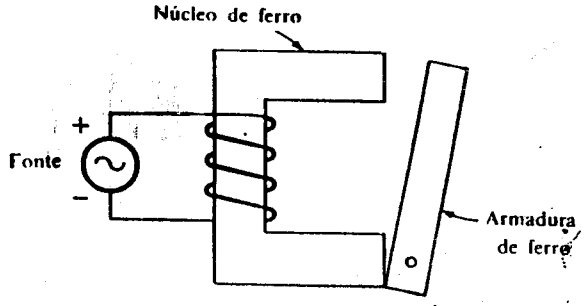


Fig. 2-3. Relé magnético.

movimento mecânico, ou por ambas as causas. Por exemplo, no relé mostrado na Fig. 2-3, o campo magnético gera forças mecânicas tendendo a encurtar o entreferro, e se for permitido à armadura mover-se, o fluxo variará. A energia elétrica de entrada é sempre dada pela Eq. 2-12 quando são levados em conta todos os fatores que determinam a variação no fluxo.

b. Energia no Campo Magnético

Na Eq. 2-7, do balanço de energia, a energia associada ao campo magnético é determinada pela fmm da bobina e pela configuração do material magnético e da bobina. O campo gera forças mecânicas, mas se não houver movimento mecânico, nenhum trabalho mecânico será realizado. Por exemplo, se a armadura do relé da Fig. 2-3 é mantida em uma posição fixa, a Eq. 2-7 se reduz ao caso especial

$$dW_{ele} = dW_{cmp} + 0 \tag{2-13}$$

A energia do campo para uma configuração específica pode então ser encontrada a partir da energia suprida pela fonte ao estabelecer o campo *com a configuração fixa*. Substituindo a Eq. 2-12 na Eq. 2-13 temos

$$dW_{cmp} = i\,d\lambda = \mathcal{F}\,d\varphi \tag{2-14}$$

Isto é, para uma configuração fixa, a energia elétrica de entrada $i\,d\lambda$ associada a uma variação no fluxo, é absorvida pelo campo.

A energia absorvida pelo campo na variação do fluxo concatenado de λ_1 a λ_2, ou do fluxo de φ_1 a φ_2, é

$$\Delta W_{cmp} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} e(\lambda)\,d\lambda = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \mathcal{F}(\varphi)\,d\varphi \tag{2-15}$$

onde a notação funcional $i(\lambda)$ e $\mathcal{F}(\varphi)$ é usada para enfatizar que λ e φ são as variáveis de integração. Se o fluxo inicial é nulo, a energia absorvida pelo campo quando se estabelece o fluxo concatenado λ, ou fluxo φ, é dada por

$$W_{cmp} = \int_0^{\lambda} i(\lambda)\,d\lambda = \int_0^{\varphi} \mathcal{F}(\varphi)\,d\varphi \tag{2-16}$$

Nestas equações, a fmm é uma função do fluxo, e a relação entre eles depende da configuração geométrica da bobina, e do circuito magnético e das propriedades magnéticas do material do núcleo.

O relé da Fig. 2-3 tem duas fontes de perdas de energia elétrica: a resistência do enrolamento e as perdas por correntes de Foucault e histerese do ferro. Quando o fluxo φ é elevado de φ_1 a φ_2 e então reduzido a φ_1 pelo ajuste da corrente i, a energia entregue pela fonte não é restituída toda, devido a essas perdas. Se nós supomos que os elementos que provocam as perdas são separados e incluídos na fonte elétrica, então o relé devolverá toda a energia à fonte depois de percorrer um ciclo de fluxo φ_1 a φ_2 e de volta a φ_1. O relé é agora chamado de sistema *conservativo*.

Uma propriedade de um sistema conservativo é que sua energia é uma função apenas do seu *estado*, como descrito pelas variáveis independentes que descrevem o estado. No caso do relé, a variável independente φ descreve o estado, como mostra a Eq. 2-16. Então, a energia correspondente a qualquer valor de φ é independente do modo como o relé foi trazido a este valor de φ. O mesmo é verdade para N_φ ou λ. Devemos lembrar que o relé é considerado sem perdas e sua posição mecânica é fixa quando nós descrevemos seu estado pela única variável independente φ. O movimento mecânico será introduzido posteriormente.

Os dispositivos de conversão eletromecânica de energia são construídos com entreferros no circuito magnético para separar as partes fixas das móveis. A maior parte da fmm dos enrolamentos é necessária para vencer a relutância do entreferro, de modo que a maior parte da energia é então armazenada no entreferro e é devolvida à fonte elétrica quando o campo é reduzido. Devido à simplicidade das relações resultantes, a não-linearidade magnética e as perdas no núcleo são freqüentemente desprezadas na análise de dispositivos práticos. Os resultados finais de tais análises aproximadas podem, se necessário, ser corrigidos, para levar em conta os efeitos destes fatores desprezados, por métodos semi-empíricos. Conseqüentemente, a análise é feita na hipótese de que o fluxo e a fmm são diretamente proporcionais, como no ar, no circuito

magnético inteiro. A relação entre fluxo φ e fmm é dada pela *relutância* $\mathscr{R}$ e a *permeância* $\mathscr{P}$, definidas como

$$\mathscr{R} = \frac{\mathscr{F}}{\varphi} \tag{2-17}$$

$$\mathscr{P} = \frac{\varphi}{\mathscr{F}} = \frac{1}{\mathscr{R}} \tag{2-18}$$

Com a não-linearidade e histerese desprezadas, a relutância e permeância não dependem de φ e $\mathscr{F}$; das Eqs. 2-16 e 2-18, podemos especificar a energia como

$$W_{cmp} = 1/2i\lambda = 1/2\mathscr{F}\varphi = 1/2\mathscr{R}\varphi^2 \tag{2-19}$$

Sob as mesmas condições de linearidade, a *auto-indutância* L da bobina, em henry, é definida como o fluxo concatenado por ampère, ou

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\varphi}{i} = N^2\mathscr{P} \tag{2-20}$$

Substituindo esta relação na Eq. 2-19, obtemos uma expressão para a energia armazenada no campo, com indutância constante.

$$W_{cmp} = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L} \tag{2-21}$$

A energia associada ao campo é distribuída por todo o espaço ocupado pelo campo. Para um meio magnético sem perdas e *permeabilidade constante*, a densidade de energia é

$$w_{cmp} = \frac{1}{2}\mathscr{H}\mathscr{B} = \frac{1}{2}\frac{\mathscr{B}^2}{\mu} \tag{2-22}$$

onde w_{cmp} é expressa em joules por metro cúbico; a intensidade de campo magnético é $\mathscr{H}$ em ampère-espiras por metro (A/m), a indução magnética é $\mathscr{B}$ em webers por metro quadrado (Wb/m^2), e a permeabilidade é μ em unidades do sistema mks racionalizado.

Na discussão precedente, as relações para a energia do campo foram expressas de três modos, e é apropriado comentar brevemente os três pontos de vista. Na Eq. 2-22, a energia magnética armazenada é expressa em termos de propriedades específicas, ou por unidade de volume, do campo magnético. Este ponto de vista é o do projetista. Ele pensa em termos de propriedades de materiais e intensidades de campo, intensidades de esforços, induções magnéticas, e conceitos semelhantes. Ele então constrói a forma geométrica e arranjo de qualquer dispositivo específico a partir do conhecimento do que ele pode fazer com um volume unitário dos materiais disponíveis. Na Eq. 2-21, a energia do campo é expressa em termos do fluxo concatenado e indutância, conceitos familiares e úteis, particularmente quando a não-linearidade não é importante. O ponto de vista aqui é o do analista de circuito. Exceto por dificuldades quanto às não-linearidades, a teoria do funcionamento da maioria dos dispositivos de conversão eletromecânica de energia pode ser desenvolvida supondo que o dispositivo é um elemento de circuito com parâmetros de indutância variáveis no tempo. Este ponto de vista, entretanto, dá muito pouca compreeensão dos fenômenos internos e não dá qualquer idéia do tamanho físico. Na Eq. 2-19, a energia do campo é expressa em termos do campo total. O ponto de vista aqui está entre os outros dois. As expressões podem ser traduzidas rapidamente ou para a linguagem do projetista, ou do analista de circuitos. Neste texto, todos os três pontos de vista serão adotados em diversas ocasiões.

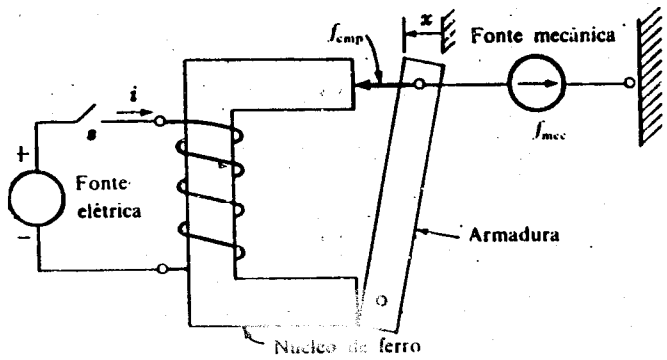


Fig. 2-4 Relé sujeito a força mecânica externa.

2-3 FORÇA MECÂNICA E ENERGIA

O relé da Fig. 2-3, como exemplo de um dispositivo de conversão eletromecânica de energia, é mostrado na Fig. 2-4 com uma fonte externa de força mecânica f_{mec} agindo para manter a armadura no deslocamento x. Anteriormente, tratando da energia do campo magnético introduzida pelos terminais elétricos, supusemos que a posição da armadura estava fixa, sem mostrar a força necessária para mantê-la fixa. A força produzida pelo campo magnético f_{cmp} é também mostrada na Fig. 2-4, procurando mover a armadura na direção x. No

caso estático, e supondo que não há forças de atrito, a força do campo e a força mecânica estarão equilibradas.

$$f_{cmp} = f_{mec} \tag{2-23}$$

Se se permite à armadura mover-se uma distância dx, então o campo realiza trabalho sobre a armadura dW_{mec}, porque a força e o deslocamento estão na mesma direção,

$$dW_{mec} = f_{cmp}\,dx \tag{2-24}$$

Entretanto, a força mecânica f_{mec} e o deslocamento estão em direções opostas, de modo que o trabalho feito pela fonte mecânica é negativo, isto é, a fonte mecânica *absorve* a energia,

$$dW_{mec} = f_{mec}\,dx = f_{cmp}\,dx \tag{2-25}$$

Se a armadura da Fig. 2-4 estivesse acelerando, ou tivesse uma carga mecânica, então as forças do campo e da fonte mecânica não seriam iguais; a Eq. 2-23 teria de ser substituída por uma equação diferencial que levaria em conta todas as componentes de força.

Podemos agora retornar às Eqs. 2-7 e 2-12, e levar em conta a Eq. 2-25 para obter

$$dW_{ele} = i\,d\lambda = dW_{cmp} + f_{mec}\,dx \tag{2-26}$$

A Eq. 2-26, para a variação na energia do campo magnético do dispositivo com excitação única, é mais geral do que a Eq. 2-14. Se a armadura é considerada estacionária, então $dx = 0$ e toda a variação na energia do campo vem da fonte elétrica, como na Eq. 2-14,

$$dW_{cmp} = i\,d\lambda \tag{2-27}$$

Se os fluxos concatenados são considerados estacionários, $d\lambda = 0$, e então toda a variação na energia do campo magnético vem da fonte mecânica,

$$dW_{cmp} = -f_{mec}\,dx \tag{2-28}$$

A condição $d\lambda = 0$ resulta da imposição de tensão nula nos terminais do enrolamento sem resistência do relé da Fig. 2-4. Entretanto, nós devemos ter um λ finito para assegurar uma força f_{cmp} para transferir energia para o campo a partir dos terminais mecânicos. Por exemplo, podemos enviar uma corrente i no enrolamento, mantendo o deslocamento fixo x da armadura, e então curto-circuitar os terminais do enrolamento. Da Eq. 2-22 vemos que a densidade de energia w_{cmp} no entreferro é constante com $\mathscr{B}$ constante, de modo que a energia total no campo W_{cmp} é proporcional ao volume do entreferro. Se se permite que x aumente, então o volume é reduzido, e a energia flui do campo magnético para a fonte mecânica. Se x é reduzido pela tração da fonte mecânica, a energia flui da fonte mecânica para o campo magnético, de acordo com a Eq. 2-28.

As Eqs. 2-27 e 2-28 mostram a verdadeira natureza do campo magnético como o meio de acoplamento entre os sistemas elétrico e mecânico. A energia pode fluir para o ou do campo, de qualquer dos sistemas, dependendo das condições impostas às variáveis independentes λ e x. Em algumas máquinas e dispositivos, a energia do campo magnético permanece constante durante o processo de conversão de energia, e os fluxos de energia elétrica e mecânica permanecem iguais. Em outras máquinas, tais como em motores de c.a. monofásicos, o processo é muito mais complicado, ocorrendo trocas durante cada volta do eixo.

2-4 FUNÇÕES DE ESTADO, VARIÁVEIS, CO-ENERGIA

Energia é uma *função de estado* de um sistema conservativo. A Eq. 2-26, reagrupada na forma seguinte

$$dW_{cmp}(\lambda, x) = i\,d\lambda - f_{mec}\,dx \tag{2-26}$$

mostra a energia no campo magnético do dispositivo sem perdas e de excitação única, como função das duas variáveis independentes λ e x. O diferencial da energia $dW_{cmp}(\lambda, x)$ pode ser expresso matematicamente em termos das derivadas parciais como

$$dW_{cmp}(\lambda, x) = \frac{\partial W_{cmp}}{\partial \lambda}\,d\lambda + \frac{\partial W_{cmp}}{\partial x}\,dx \tag{2-29}$$

Como as variáveis λ e x são independentes, os coeficientes das Eqs. 2-26 e 2-29 devem também ser iguais independentemente, levando às equações paramétricas

$$i = \frac{\partial W_{cmp}(\lambda, x)}{\partial \lambda} \tag{2-30}$$

$$f_{mec} = f_{cmp} = -\frac{\partial W_{cmp}(\lambda, x)}{\partial x} \tag{2-31}$$

A Eq. 2-30 para a corrente i corresponde à Eq. 2-27 para a energia do campo quando a armadura é fixa e $dx = 0$. A Eq. 2-31 para a força mecânica f_{mec}, que também é igual a força do campo f_{cmp}, corresponde à Eq. 2-28 para a energia do campo quando o fluxo concatenado é fixo e $d\lambda = 0$.

Note-se que a energia sempre foi expressa até agora em termos da variável elétrica λ. A força na Eq. 2-31 é obtida como uma função do fluxo concatenado λ. Uma vez obtida a expressão para a força, podemos usar as equações relativas ao sistema interligado para determinar a força em termos da corrente i, se assim o desejarmos. Em lugar disso, podemos utilizar uma função de estado diferente de energia, ou seja, a co-energia, para obter a força como uma função da corrente. A escolha da função de estado é questão de conveniência; ela depende das variáveis que se quer obter no resultado, e da descrição inicial do sistema.

A co-energia W'_{cmp} é definida como uma função de i e x tal que

$$W'_{cmp}(i, x) = i\lambda - W_{cmp}(\lambda, x) \tag{2-32}$$

e pode ser obtida a partir da expressão da energia, Eq. 2-26. A transformação é efetuada usando o diferencial de $i\lambda$

$$d(i\lambda) = i\,d\lambda + \lambda\,di \tag{2-33}$$

e o diferencial de $dW_{cmp}(\lambda, x)$ da Eq. 2-26. O diferencial da co-energia é

$$dW'_{cmp}(i, x) = d(i\lambda) - dW_{cmp}(\lambda, x) \tag{2-34a}$$

Podemos substituir as Eqs. 2-33 e 2-26 na Eq. 2-34a para obter

$$dW'_{cmp}(i, x) = i\,d\lambda + \lambda\,di - i\,d\lambda + f_{mec}\,dx \tag{2-34b}$$

que se reduz simplesmente a

$$dW'_{cmp}(i, x) = \lambda\,dW'_{cmp}(i, x) = \lambda\,di + f_{mec}\,dx \tag{2-34c}$$

Como no caso da energia $W_{cmp}(\lambda, x)$ na Eq. 2-29, o diferencial da co-energia $W'_{cmp}(i, x)$ pode ser expresso como

$$dW'_{cmp}(i, x) = \frac{\partial W'_{cmp}}{\partial i}\,di + \frac{\partial W'_{cmp}}{\partial x}\,dx \tag{2-34d}$$

Como as variáveis i e x são agora independentes, os coeficientes das Eqs. 2-34c e 2-34d devem ser independentemente iguais, resultando nas equações paramétricas

$$\lambda = \frac{\partial W'_{cmp}(i, x)}{\partial i} \tag{2-35}$$

$$f_{mec} = f_{cmp} = +\frac{\partial W'_{cmp}(i, x)}{\partial x} \tag{2-36}$$

Comparando as Eqs. 2-31 e 2-36, vemos que a primeira dá a força em termos do fluxo concatenado λ; a segunda dá a força em termos da corrente i. A escolha da energia ou co-energia para determinação da força, depende geralmente das variáveis que se desejam nas expressões finais.

A co-energia para um sistema de excitação única quando a posição da armadura é fixa e $dx = 0$, é obtida da Eq. 2-34c como

$$W'_{cmp} = \int_0^i \lambda\,di \tag{2-37}$$

Para um sistema linear no qual λ é proporcional a i, isto é, a indutância é constante com a variação de λ, ou μ é constante para com a variação de $\mathscr{B}$, a co-energia é dada por

$$W'_{cmp} = \int_0^i Li\,di = 1/2Li^2 \tag{2-38}$$

Em termos de densidade de co-energia podemos escrever

$$w'_{cmp} = \int_0^{\mathscr{H}} \mathscr{B}\,d\mathscr{H} = \int_0^{\mathscr{H}} \mu\mathscr{H}\,d\mathscr{H} = 1/2\mu\mathscr{H}^2 \tag{2-39}$$

E em forma de campo, a co-energia total é

$$W'_{cmp} = 1/2\lambda i = 1/2\mathscr{F}\varphi = 1/2\mathscr{P}\mathscr{F}^2 \tag{2-40}$$

Estas expressões são correspondentes às Eqs. 2-21, 2-22 e 2-19, respectivamente, para a função de energia.

Para um sistema linear, a energia e co-energia são numericamente iguais; por exemplo, $1/2Li^2 = 1/2\lambda^2/L$; $1/2\mu\mathscr{H}^2 = 1/2\mathscr{B}^2/\mu$, e $1/2\mathscr{P}\mathscr{F}^2 = 1/2\mathscr{R}\varphi^2$. Para um sistema não-linear no qual λ e i ou $\mathscr{B}$ e $\mathscr{H}$ não são proporcionais, as duas funções não são nem sequer numericamente iguais. Uma interpretação gráfica da energia e co-energia para um sistema não-linear é mostrada na Fig. 2-5. A área entre a curva λ-i e

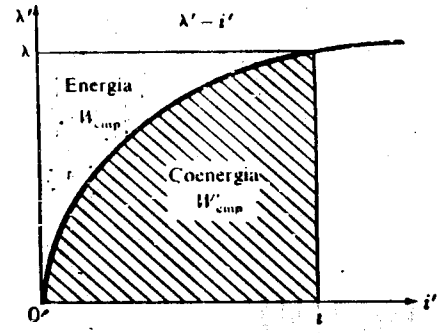


Fig. 2-5. Interpretação gráfica de energia e co-energia em sistema de excitação

o eixo vertical, dada pela integral de $i\,d\lambda$, é a energia. A área entre a curva e o eixo horizontal, dada pela integral de $\lambda\,di$, é a co-energia. A soma, para o sistema de excitação única, é por definição

$$W_{cmp} + W'_{cmp} = \lambda i \qquad (2\text{-}41)$$

A força do campo no dispositivo da Fig. 2-4, para um valor particular de x e i ou λ, deve ter o mesmo valor, calculando pela energia ou pela co-energia. Uma ilustração gráfica demonstrará este ponto. Suponha-se que a armadura está na posição x, tal que o dispositivo está funcionando no ponto a na Fig. 2-6*a*. A derivada parcial da Eq. 2-31 pode ser interpretada como o limite de $-\Delta W_{cmp}/\Delta x$ com λ constante quando $\Delta x \to 0$. Se ocorrer uma variação Δx, a variação $-\Delta W'_{cmp}$ é mostrada pela área sombreada na Fig. 2-6*a*. Portanto, a força f_{cmp} = (área sombreada)/Δx com $\Delta x \to 0$. Por outro lado, a derivada parcial da Eq. 2-36 pode ser interpretada como o limite de $\Delta W'_{cmp}/\Delta x$ com i constante quando $\Delta x \to 0$. Esta perturbação do dispositivo é mostrada na Fig. 2.6*b*; a força f_{cmp} = (área sombreada)/Δx com $\Delta x \to 0$. As áreas sombreadas diferem apenas pelo pequeno triângulo abc de lados Δi e $\Delta\lambda$, de modo que no limite as áreas sombreadas resultantes de Δx a λ constante, ou a i constante, são iguais. Assim a força do campo é independente do cálculo ser feito através da energia ou da co-energia.

As Eqs. 2-31 e 2-36 expressam a força mecânica de origem elétrica em termos de derivadas parciais das funções de energia e co-energia $W_{cmp}(\lambda, x)$ e $W'_{cmp}(i, x)$. É importante notar dois fatos: (1) as variáveis

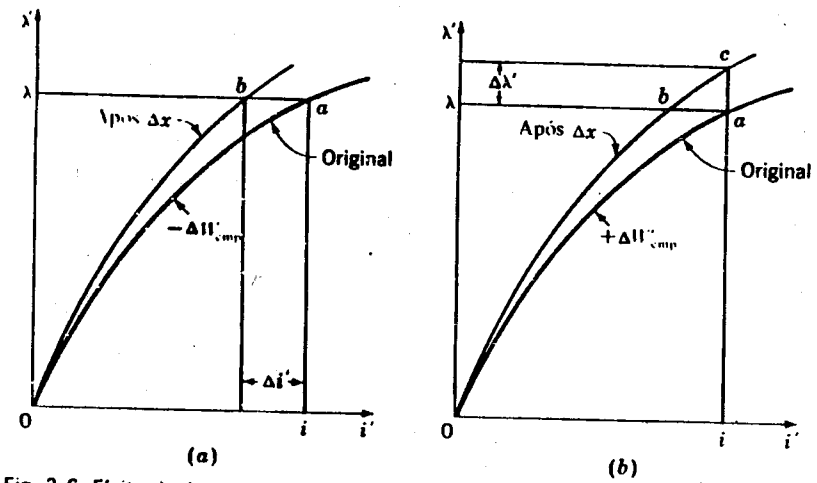


Fig 2-6. Efeito de Δx sobre a energia e co-energia de dispositivo e excitação única. (*a*) Variação da energia, com D mantido constante; (*b*) Variação da co-energia, com i mantida constante.

em termos das quais elas devem ser expressas e (2) seus sinais algébricos. Fisicamente, naturalmente, a força depende da dimensão x e do campo magnético. O campo pode ser especificado em termos do fluxo concatenado λ, ou da corrente i, ou de variáveis relacionadas. Matematicamente, entretanto, faz uma grande diferença saber qual função de energia é usada e em termos de que variáveis ela é expressa. A seleção da função energia ou co-energia como base para análise é uma questão de conveniência; a escolha depende da descrição inicial do sistema e das variáveis desejadas no resultado.

Os sinais algébricos nas Eqs. 2-31 e 2-36 mostram que a força do campo age na direção que diminui a energia do campo magnético armazenada a fluxo constante, ou que aumenta a co-energia a corrente constante. Em um dispositivo de excitação única, a força age para aumentar a indutância, atraindo os componentes de modo a reduzir a relutância do caminho magnético que se concatena com o enrolamento.

EXEMPLO 2-1

As características λ-i de um circuito magnético são freqüentemente descritas com segmentos retilíneos como mostrado na Fig. 2-7. O circuito é considerado linear até o ponto a e em saturação do ponto a a b. Determinar a energia W_{cmp} e co-energia W'_{cmp} para o circuito magnético no ponto a e no ponto b.

Solução

A energia é dada pela Eq. 2-16 como

$$W_{cmp} = \int_0^{\lambda} i\,d\lambda$$

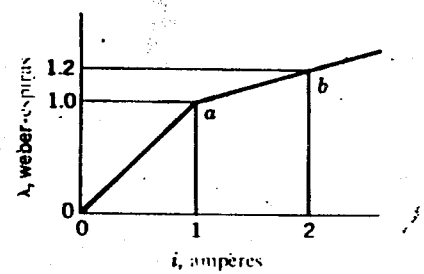


Fig 2-7 Aproximação de características D-i por linearização por trechos

A energia no ponto a (note que a equação da curva $0a$ é $\lambda = i$) é

$$W_{cmp} = \int_0^{1,0} \lambda \, d\lambda = 0{,}5 \text{ joule}$$

A energia no ponto b inclui a energia adicional

$$\Delta W_{cmp} = \int_{1,0}^{1,2} (5\lambda - 4) \, d\lambda = 0{,}3 \text{ joule}$$

A energia total no ponto b é então 0,8 joules.
A co-energia é dada pela Eq. 2-37 como

$$W'_{cmp} = \int_0^i \lambda \, di$$

A co-energia no ponto a, $i = 1$ A, é

$$W'_{cmp} = \int_0^{1,0} i \, di = 0{,}5 \text{ joule}$$

Pode-se ver que a energia e co-energia no ponto a são iguais.
A co-energia no ponto b inclui a co-energia adicional,

$$\Delta W'_{cmp} = \int_{1,0}^{2,0} (0{,}2i + 0{,}8) \, di = 1{,}1 \text{ joules}$$

A co-energia total no ponto b é 1,6 joules e é maior do que a energia de 0,8 joule no mesmo ponto.

EXEMPLO 2-2

O circuito magnético mostrado na Fig. 2-8 é feito de aço fundido. O rotor é livre para girar em torno de um eixo vertical. As dimensões são mostradas na figura.

a. Deduzir uma expressão, em unidades mks do sistema racionalizado, para o conjugado no rotor, em termos das dimensões e do campo magnético nos dois entreferros. Desprezar os efeitos de espraiamento.

b. A indução magnética máxima nas porções dos entreferros, é limitada a aproximadamente 130 kilolinhas/pol^2, devido à saturação no aço. Calcular o conjugado máximo em N.m. para as seguintes dimensões: $r_1 = 1{,}00$ pol; $h = 1{,}00$ pol; $g = 0{,}10$ pol.

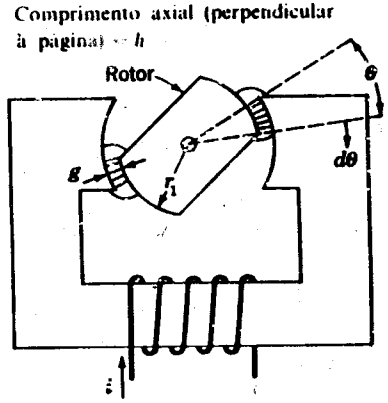


Fig. 2-8. Sistema magnético do exemplo 2-2.

Solução

O conjugado T pode ser obtido através da derivada da co-energia do campo em relação ao ângulo θ, como na Eq. 2-36.

a. A intensidade de campo $\mathscr{H}_g$ no entreferro será usada como variável independente, porque está relacionada à variável final i por uma constante, isto é, $Ni = 2g\mathscr{H}_g$. A densidade de co-energia do campo é $\mu_0\mathscr{H}_g^2/2$ (Eq. 2-39), e o volume dos dois entreferros é $2gh(r_1 + 0{,}5g)\theta$. Conseqüentemente, a co-energia do campo é

$$W'_g = \mu_0 \mathscr{H}_g^2 gh(r_1 + 0{,}5g)\theta$$

$$T = \frac{\partial W'_g(\mathscr{H}_g, \theta)}{\partial \theta}$$

$$T = \mu_0 \mathscr{H}_g^2 gh(r_1 + 0{,}5g) = \frac{\mathscr{B}_g^2 gh(r_1 + 0{,}5g)}{\mu_0}$$

O conjugado age no sentido de alinhar o rotor com as faces polares do estator.

b. Converter a indução magnética e dimensões para unidades mks.

$$\mathscr{B}_g = \frac{130.000}{6,45} \times 10^4 \times 10^{-8} = 2,02 \text{ webers/m}^2$$

$$g = 0,1 \times 2,54 \times 10^{-2} = 0,00254 \text{ m}$$

$$h = r_1 = 1,00 \times 2,54 \times 10^{-2} = 0,0254 \text{ m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

Com estes valores numéricos obtemos

$$T = 5,56 \text{ newton-metros}$$

Utilizam-se dispositivos do tipo ferro-móvel em uma ampla variedade de aplicações para produzir força ou conjugado mecânico. Alguns deles, tais como ímãs elevadores e embreagens magnéticas, devem meramente segurar uma peça de material ferromagnético; outros, tais como solenóides com núcleo de ferro, relés, e contatores, devem exercer uma força a uma certa distância; ainda outros, tais como instrumentos de ferro móvel, devem produzir um conjugado de oposição a uma mola, tal que a deflexão de um ponteiro indique o valor de regime permanente da corrente ou tensão do circuito ao qual os instrumentos estão ligados; em outros, tais como fones de ferro móvel e eletroímãs usados para controlar o funcionamento de motores hidráulicos em servomecanismos, a força, ou conjugado, deverá ser aproximadamente proporcional a um sinal elétrico, e a resposta dinâmica deverá ser tão rápida quanto possível. A dinâmica de sistemas acoplados eletromagneticamente é discutida no Item 2-7.

2-5 SISTEMAS DE CAMPO ELÉTRICO DE EXCITAÇÃO ÚNICA

Um sistema de conversão de energia de campo elétrico pode ser tratado de modo análogo ao caso de campo magnético, para obter a força produzida pelo campo elétrico e a carga ou tensão nos terminais elétricos. A escolha das variáveis independentes determina se a função estado será a energia ou a co-energia, e também a forma das equações paramétricas.

a. Balanço de Energia

A representação de um dispositivo de campo elétrico, com excitação única, é mostrado na Fig. 2-9. Os terminais elétricos do dispositivo são

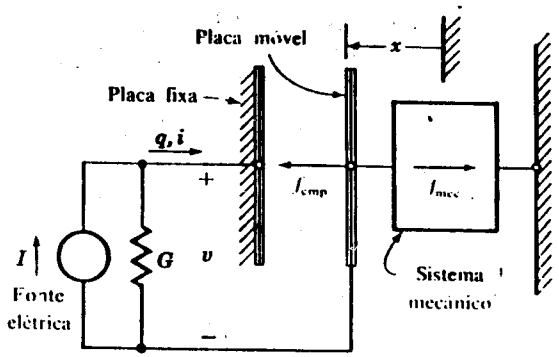


Fig. 2-9. Dispositivo de campo elétrico, de excitação única.

supridos por uma fonte de corrente I, com um elemento de perda em derivação G. A placa móvel é ligada a um sistema mecânico não especificado. O fluxo de energia para qualquer variação no sistema pode ser expresso como

$$dW_{ele} = dW_{cmp} + dW_{mec} \tag{2-42}$$

Com i e q representando a corrente e a carga para o dispositivo, a energia elétrica entrando pelos terminais é

$$dW_{ele} = vi\,dt = v\,dq \tag{2-43}$$

e a energia mecânica do dispositivo é

$$dW_{mec} = f_{mec}\,dx \tag{2-44}$$

Reescrevendo a Eq. 2-42 com auxílio das Eqs. 2-43 e 2-44, obtemos o balanço de energia

$$v\,dq = dW_{cmp} + f_{mec}\,dx \tag{2-45}$$

O sistema descrito pela Eq. 2-45 é considerado sem perdas; o elemento de perdas G é concentrado na fonte, e o restante do sistema não tem perda dielétrica, nem de atrito, nem outras perdas. O sistema é conservativo; toda energia fornecida ao sistema é recuperável.

b. Energia

Escrevendo a Eq. 2-45 na forma

$$dW_{cmp} = v\,dq - f_{mec}\,dx \tag{2-45a}$$

vemos que a energia do campo elétrico pode ser introduzida através dos terminais elétricos ou mecânicos. Independentemente do modo

como ela é introduzida, a expressão para energia em termos das variáveis independentes q e x a descreverá corretamente, pois ela é uma função de estado. Portanto, se a energia é introduzida pelos terminais elétricos com o terminal mecânico fixo, $dx = 0$,

$$W_{cmp} = \int_0^q v\, dq \tag{2-46}$$

e, se o terminal elétrico for *aberto* para manter $dq = 0$, a energia será

$$W_{cmp} = -\int_0^x f_{mec} dx \tag{2-47}$$

Para calcular estas integrais, precisamos ter a relação entre v e q e entre f_{mec} e x.

Em um dispositivo linear de campo elétrico, no qual q é proporcional a v, isto é, a permitividade ε é constante, a relação entre q e v é definida pela capacitância

$$C \equiv \frac{q}{v} \tag{2-48}$$

e a expressão de circuito para a energia, obtém-se da Eq. 2-46:

$$W_{cmp} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \tag{2-49}$$

Por substituição de C da Eq. 2-48, a energia total torna-se

$$W_{cmp} = 1/2\, vq \tag{2-50}$$

A analogia entre os casos de campo elétrico e magnético pode ser vista mais completamente, expressando a densidade de energia como uma função da intensidade de campo elétrico $\mathscr{E}$ e do vetor deslocamento $\mathscr{D} = \varepsilon\mathscr{E}$. Assim,

$$w_{cmp} = \int_0^{\mathscr{D}} \mathscr{E}\, d\mathscr{D} = \frac{1}{2}\frac{\mathscr{D}^2}{\varepsilon} \tag{2-51}$$

Compare as Eqs. 2-49, 2-50 e 2-51 com as Eqs. 2-19, 2-21, e 2-22.

c. Variáveis, Co-energia

A energia do campo elétrico é uma função das variáveis independentes q e x. Por exemplo, considere-se a Eq. 2-49 para um único capacitor de placas paralelas, área de placas A, espaçamento x, e permitividade ε_0 ; a capacitância vale e a energia $W_{cmp} = 1/2q^2x/\varepsilon_0 A$, que é evidentemente função de q e x. A conseqüência da escolha da energia como a função de estado para descrever o sistema é que a força f_{mec} será uma função de q e x. Se a análise do sistema inteiro fosse mais fácil com a força expressa como uma função de v e x, então a co-energia seria selecionada como função de estado.

A co-energia $W'_{cmp}(v, x)$ do sistema de campo elétrico é definida como $vq - W_{cmp}(q, x)$. Substituindo a Eq. 2-45*a* para a energia e desenvolvendo $d(vq)$, obtemos

$$dW'_{cmp}(v, x) = d(vq) - dW_{cmp}(q, x) = q\, dv + f_{cmp}\, dx \tag{2-52}$$

A co-energia para o sistema pode ser calculada mantendo o terminal mecânico fixo, $dx = 0$, e trazendo o sistema até a tensão v, tal que toda a co-energia entra através dos terminais elétricos

$$W'_{cmp}(v, x) = \int_0^v q\, dv \tag{2-53}$$

Para um sistema linear onde v é proporcional a q, ε é constante e a capacitância C pode ser definida como antes. A expressão de circuito para co-energia é então

$$W'_{cmp}(v, x) = 1/2\, Cv^2 \tag{2-54}$$

onde a capacitância C é uma função de x. A densidade de co-energia é agora

$$w'_{cmp} = 1/2\varepsilon\mathscr{E}^2 \tag{2-55}$$

d. Força

A força produzida pelo campo elétrico sobre o terminal mecânico, pode ser calculada seja pela energia ou pela co-energia do sistema. A energia é uma função de q e x; o diferencial da energia é

$$dW_{cmp}(q, x) = \frac{\partial W_{cmp}}{\partial q} dq + \frac{\partial W_{cmp}}{\partial x}\, dx \tag{2-56}$$

Os coeficientes de cada um dos dois termos da Eq. 2-56 devem ser independentemente iguais aos coeficientes da Eq. 2-45, os quais produzem as equações paramétricas para tensão e força.

$$v = \frac{\partial W_{cmp}(q, x)}{\partial q} \tag{2-57}$$

$$f_{mec} = f_{cmp} = -\frac{\partial W_{cmp}(q, x)}{\partial x} \tag{2-58}$$

A co-energia é uma função de v e x; o diferencial da co-energia é

$$dW'_{cmp}(v, x) = \frac{\partial W'_{cmp}}{\partial v} dv + \frac{\partial W'_{cmp}}{\partial x} dx \qquad (2\text{-}59)$$

Os coeficientes de cada um dos dois termos da Eq. 2-59 devem ser independentemente iguais aos coeficientes da Eq. 2-52, o que produz as equações paramétricas para carga e força

$$q = \frac{\partial W'_{cmp}(v, x)}{\partial v} \qquad (2\text{-}60)$$

$$f_{mec} = f_{cmp} = + \frac{\partial W'_{cmp}(v, x)}{\partial x} \qquad (2\text{-}61)$$

As Eqs. 2-58 e 2-61 para o sistema a campo elétrico correspondem às Eqs. 2-31 e 2-36 para o sistema a campo magnético.

EXEMPLO 2-3

Determinar a força entre duas placas paralelas, cada uma de área $A = 1\ m^2$ e com um campo elétrico entre eles igual à rigidez dielétrica nominal do ar, isto é, de 3×10^6 volts/m. Utilizar a energia e a co-energia.

Solução

Usando o modelo da Fig. 2-9, o espaçamento entre as placas pode ser tomado como $x_0 - x$ e a capacitância como $C = A\varepsilon_0/(x_0 - x)$. A energia é dada pela Eq. 2-49 como

$$W_{cmp}(q, x) = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{q^2(x_0 - x)}{A\varepsilon_0}$$

e a força pela Eq. 2-58

$$f_{cmp} = -\frac{\partial W_{cmp}(q, x)}{\partial x} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{A\varepsilon_0}$$

A carga q é dada por $q = \mathscr{D}A = \mathscr{E}\varepsilon_0 A$, de modo que a força é

$$f_{cmp} = \frac{1}{2}\mathscr{E}^2\varepsilon_0 A = \frac{1}{2}(3 \times 10^6)^2\left(\frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}\right)(1) = \frac{1}{8\pi} \times 10^3 \text{ newtons}$$

A co-energia obtém-se da Eq. 2-54

$$W'_{cmp}(v, x) = \frac{1}{2} Cv^2 = \frac{1}{2} v^2 \frac{A\varepsilon_0}{(x_0 - x)}$$

e a força da Eq. 2-61

$$f_{cmp} = \frac{\partial W'_{cmp}(v, x)}{\partial x} = \frac{1}{2} v^2 \frac{A\varepsilon_0}{(x_0 - x)^2}$$

A tensão v é dada por $v = \mathscr{E}(x_0 - x)$, de modo que a força vale

$$f_{cmp} = \frac{1}{2}\mathscr{E}^2\varepsilon_0 A = \frac{1}{2}(3 \times 10^6)^2\left(\frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}\right)(1) = \frac{1}{8\pi} \times 10^3 \text{ newtons}$$

As duas funções de estado produzem a mesma força, como esperado. Note-se que as derivadas para a força são calculadas com as variáveis elétricas de q e v explicitamente mostradas; os valores numéricos para $\mathscr{E}$ são substituídos *depois* que a expressão para a força é obtida.

É interessante comparar a força produzida sobre um metro quadrado da superfície que limita um campo magnético, com o valor encontrado no exemplo. O valor do campo elétrico no exemplo foi tomado como a rigidez dielétrica nominal do ar. O valor do campo magnético pode ser tomado como $\mathscr{B} = 1{,}6$ webers/m^2, que é um nível de saturação típico para material ferromagnético. A energia total em um volume de $A = 1\ m^2$ de área e $(x_0 - x)$ de altura, é dada pela Eq. 2-22:

$$W_{cmp}(\mathscr{B}, x) = \frac{1}{2}\frac{\mathscr{B}^2 A(x_0 - x)}{\mu_0}$$

e a força, da Eq. 2-31:

$$f_{cmp} = -\frac{\partial W_{cmp}(\mathscr{B}, x)}{\partial x} = \frac{1}{2}\frac{\mathscr{B}^2 A}{\mu_0}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{(1{,}6)^2}{4\pi \times 10^{-7}} = \frac{0{,}32}{\pi} \times 10^7 \text{ newtons}$$

A densidade de força nas superfícies que confinam num campo magnético é cerca de 25.000 vezes maior do que no caso do campo elétrico, para as intensidades consideradas. Este exemplo mostra por que praticamente todos os dispositivos de conversão de energia utilizam o campo magnético em lugar do campo elétrico, como meio de acoplamento.

A força age sobre os componentes no sentido de movê-los numa direção que aumenta a capacitância; por exemplo, ela age para atrair as placas ou eletrodos, aproximando-os, e para atrair material dielétrico, para o espaço intereletródico e para a região de intensidade de campo elétrico mais alta.

2-6
SISTEMAS DE CAMPO MAGNÉTICO DE EXCITAÇÃO MÚLTIPLA

Os dispositivos de excitação única são usados geralmente para desenvolver forças de impulso, não controladas; como exemplos temos: relés, solenóides, e atuadores de vários tipos. Para obter forças proporcionais a sinais elétricos e sinais proporcionais a forças e velocidades, precisamos de dispositivos que tenham dois ou mais caminhos para excitação e troca de energia com as fontes. Os ímãs permanente são usados freqüentemente como um dos caminhos de excitação. Em muitos dispositivos, um caminho de excitação estabelece o nível do campo elétrico ou magnético, enquanto o outro trabalha com sinais. Exemplos de dispositivos que trabalham com sinais são: alto-falantes, motores de conjugado, captadores, e tacômetros. Todos os tipos conhecidos de motores e geradores, com exceções pouco importantes, são exemplos de dispositivos de potência, que realizam a conversão contínua de energia.

O modelo de um sistema simples com dois conjuntos de terminais elétricos e um terminal mecânico é mostrado na Fig. 2-10. O sistema deve ser descrito em termos de três variáveis independentes; estas podem ser os fluxos concatenados λ_1, λ_2 e o ângulo mecânico θ, ou as

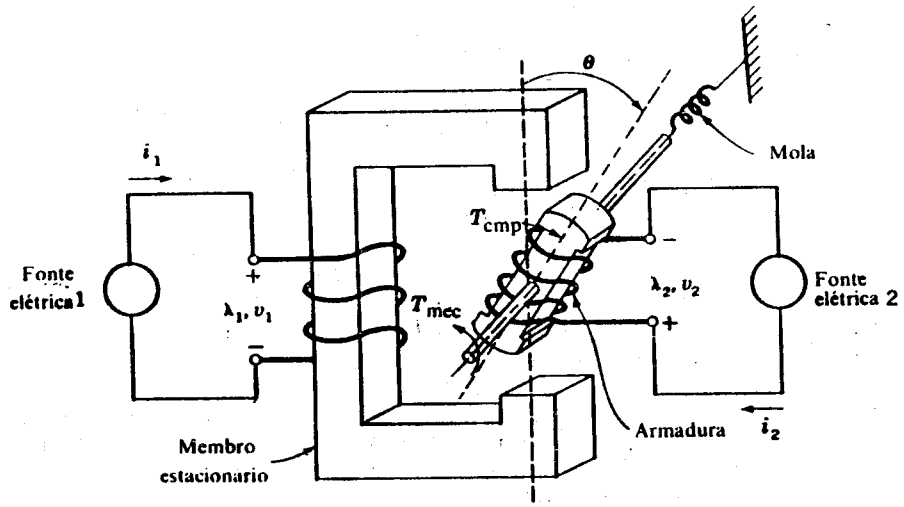


Fig 2-10. Sistema magnético elementar, a excitação múltipla.

correntes i_1, i_2 e o ângulo θ, ou um conjunto híbrido de variáveis[1]. Quando se utilizam os fluxos concatenados, as equações paramétricas são extensões das Eqs. 2-30 e 2-31

$$i_1 = \frac{\partial W_{cmp}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} \tag{2-62}$$

$$i_2 = \frac{\partial W_{cmp}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} \tag{2-63}$$

$$T_{cmp} = \frac{\partial W_{cmp}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} \tag{2-64}$$

onde a energia é dada por

$$W_{cmp}(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = \int_0^{\lambda_1} i_1 \, d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_2} i_2 \, d\lambda_2 \tag{2-65}$$

e o sistema é mantido fixo na posição θ durante a integração. Em um sistema linear, as relações entre λ e i são especificadas em termos de indutâncias

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \tag{2-66a}$$

$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2 \tag{2-66b}$$

Resolvendo as Eqs. 2-66*a* e 2-66*b* para i_1 e i_2, substituindo-as na Eq. 2-65 e integrando, obtemos

$$W_{cmp}(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = 1/2\Gamma_{11}\lambda_1^2 + \Gamma_{12}\lambda_1\lambda_2 + 1/2\Gamma_{22}\lambda_2^2 \tag{2-66c}$$

onde os novos símbolos valem

$$\Gamma_{11} = L_{22}/D$$
$$\Gamma_{22} = L_{11}/D$$
$$\Gamma_{12} = \Gamma_{21} = -L_{12}/D$$
$$D = L_{11}L_{22} - L_{12}^2$$

e são geralmente funções do ângulo θ.

Quando as correntes são usadas para descrever o estado do sistema, as equações paramétricas são extensões das Eqs. 2-35 e 2-36

$$\lambda_1 = \frac{\partial W'_{cmp}(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_1} \tag{2-67}$$

$$\lambda_2 = \frac{\partial W'_{cmp}(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_2} \tag{2-68}$$

$$T_{cmp} = \frac{\partial W'_{cmp}(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} \tag{2-69}$$

[1] Veja, por exemplo, H. H. Woodson e J. R. Melcher, "Electromechanical Dynamics", Parte I John Wiley & Sons, Inc., New York, 1968. Cap. 3.

onde a co-energia é dada por

$$W'_{cmp}(i_1, i_2, \theta) = \int_0^{i_1} \lambda_1 \, di_1 + \int_0^{i_2} \lambda_2 \, di_2 \qquad (2\text{-}70)$$

e o sistema é mantido fixo na posição θ durante a integração. Com as Eqs. 2-66*a* e 2-66*b*, para um sistema linear, obtemos da Eq. 2-70:

$$W'_{cmp}(i_1, i_2, \theta) = 1/2L_{11}i_1^2 + L_{12}i_1i_2 + 1/2L_{22}i_2^2 \qquad (2\text{-}71)$$

onde as indutâncias são geralmente funções do ângulo θ.

Os sistemas com mais do que dois pares de terminais elétricos são analisados introduzindo variáveis independentes adicionais e procedendo do mesmo modo.

EXEMPLO 2-4

No sistema mostrado na Fig. 2-10, as indutâncias em henry são dadas: $L_{11} = 1 \times 10^{-3} \cos 2\theta$; $L_{12} = 0{,}1 \cos \theta$; $L_{22} = 10 \cos 2\theta$. Determinar o conjugado $T_{cmp}(\theta)$ correspondente às correntes $i_1 = 1$ A; $i_2 = 0{,}01$ A.

Solução

Desde que a expressão para conjugado deverá ser uma função das correntes i_1 e i_2 em lugar dos fluxos concatenados, usaremos a co-energia do sistema como função de estado. Quando as indutâncias são dadas, a co-energia do sistema, da Eq. 2-71, é

$$\begin{aligned} W'_{cmp} &= 1/2L_{11}i^2 + L_{12}i_1i_2 + 1/2L_{22}i_2^2 \\ &= 0{,}5 \times 10^{-3}i_1^2 \cos 2\theta + 0{,}1i_1i_2 \cos \theta + 5i_2^2 \cos 2\theta \end{aligned}$$

O conjugado é dado pela Eq. 2-69 como

$$T_{cmp} = + \frac{\partial W'_{cmp}}{\partial \theta} = -1 \times 10^{-3}i_1^2 \operatorname{sen} 2\theta - 0{,}1i_1i_2 \operatorname{sen} \theta - 10i_2^2 \operatorname{sen} 2\theta$$

A $i_1 = 1$ A e $i_2 = 0{,}01$ A, o conjugado é

$$T_{cmp} = -2 \times 10^{-3} \operatorname{sen} 2\theta - 10^{-3} \operatorname{sen} \theta \text{ newton-metros}$$

O conjugado está indicado graficamente na Fig. 2-11. O primeiro termo, de distribuição espacial $-\operatorname{sen} 2\theta$, é chamado conjugado de relutância e é o conjugado que tende a aumentar as indutâncias $L_{11}(\theta)$ e $L_{22}(\theta)$ alinhando a armadura com a peça estacionária. A dependência em relação a 2θ mostra que a armadura tende a alinhar-se com a peça fixa independentemente de "polaridade". O segundo termo, de distribuição espacial $-\operatorname{sen} \theta$, é o conjugado que tende a aumentar a indutância mútua $L_{12}(\theta)$ e é sensível à polaridade. Se os termos de auto-indutância L_{11} e L_{22} são independentes do ângulo θ, o conjugado de relutância desaparece e o conjugado é produzido somente pelo termo mútuo $L_{12}(\theta)$. O sinal negativo mostra que o conjugado age em oposição ao sentido de deslocamento.

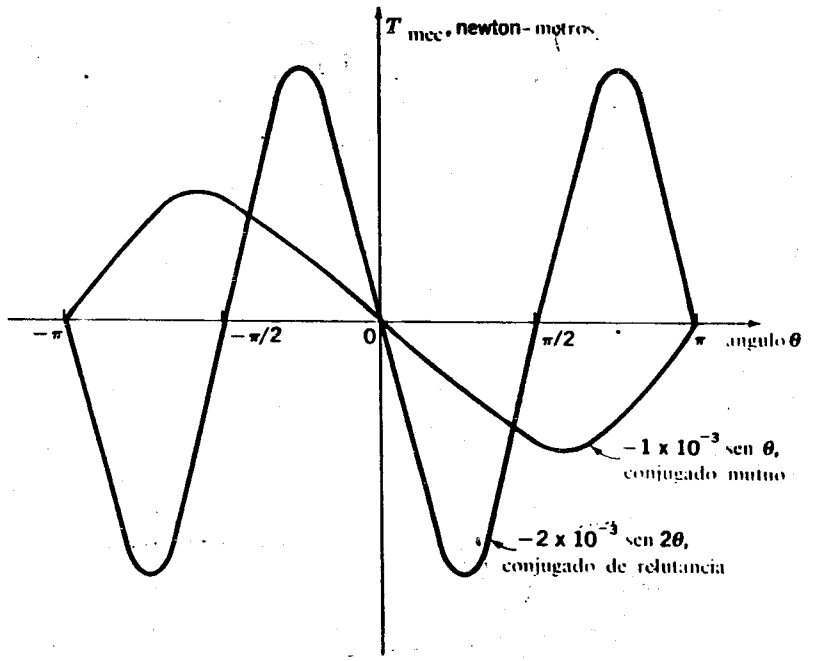


Fig. 2-11. Gráfico de componentes de conjugado para um dispositivo de excitação múltipla.

2-7 EQUAÇÕES DINÂMICAS

Acabamos de deduzir algumas expressões para as forças produzidas em dispositivos de conversão eletromecânica de energia como funções das variáveis elétricas e do deslocamento mecânico. Estas expressões foram obtidas para um sistema conservativo de conversão de energia, e as perdas foram associadas às fontes elétricas e mecânicas. Estes dispositivos de conversão de energia sempre funcionam como um meio

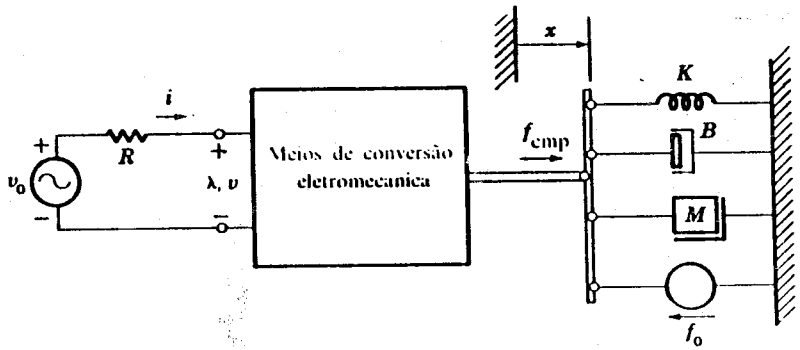


Fig. 2-12 Modelo de sistema eletromecânico, de excitação única

de acoplamento entre um sistema elétrico e um sistema mecânico. Portanto, nós devemos estar interessados não somente no modo como funciona o dispositivo de conversão em si mesmo, mas também no modo como o sistema eletromecânico inteiro funciona, com o dispositivo de conversão nele contido.

O modelo de um sistema simples de conversão é mostrado na Fig. 2-12, que indica as partes básicas, cujos detalhes podem variar de sistema para sistema. O sistema mostrado consiste de três partes: uma parte elétrica externa, os dispositivos de conversão de energia, e a parte mecânica externa. A parte elétrica é representada simplesmente por um gerador de tensão v_0 e resistência R; a fonte poderia ser representada por um gerador de corrente e uma condutância paralela G. A equação do circuito elétrico é

$$v_0 = iR + \frac{d\lambda}{dt} \tag{2-72}$$

Se o fluxo concatenado λ puder ser escrito como $\lambda = L(x)i$, então a equação externa torna-se

$$v_0 = iR + L(x)\frac{di}{dt} + i\frac{dL(x)}{dx}\frac{dx}{dt} \tag{2-73}$$

O termo Ldi/dt é o termo de tensão de auto-indutância; o termo $i(dL/dx)(dx/dt)$ é o termo de tensão de velocidade, que é responsável pela transferência de energia entre o sistema elétrico externo e os meios de conversão de energia. Para um sistema de excitação múltipla, as equações elétricas correspondentes à Eq. 2-72 são escritas para cada par de terminais de entrada. Se as expressões para os λ's devem ser

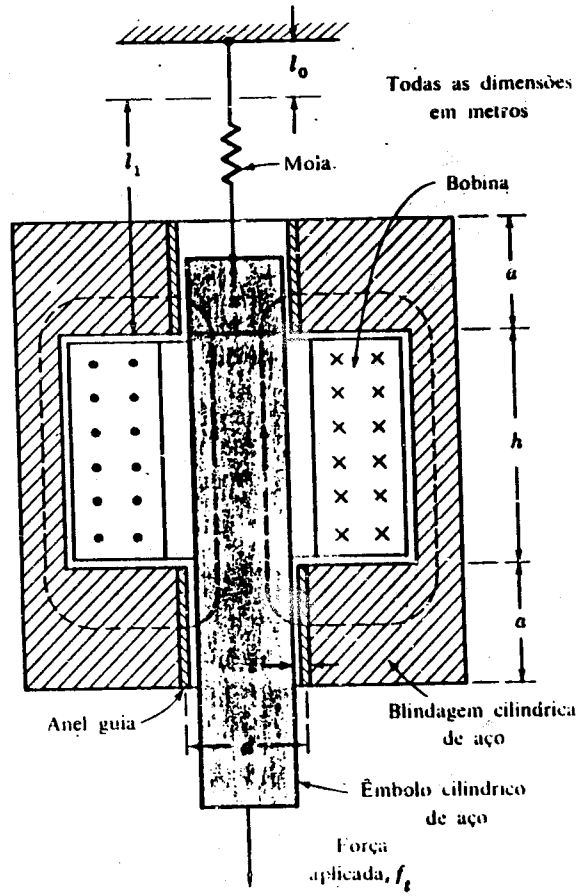


Fig. 2-13. Eletroímã solenóide. Exemplo 2-5

escritas em termos de indutâncias, como a Eq. 2-73, então serão necessários os termos de auto-indutância e de indutância mútua.

A parte mecânica da Fig. 2-12 indica os símbolos para a mola K, o amortecimento B, e a massa M. Estes símbolos permitem escrever as relações entre força, deslocamento, velocidade e aceleração:

$$f_K = K(x - x_0) \tag{2-74}$$

$$f_D = B\frac{dx}{dt} \tag{2-75}$$

$$f_M = M\frac{d^2x}{dt^2} \tag{2-76}$$

Nas expressões acima x_0 é o valor de x com a mola em repouso e a força mecânica aplicada $f_0 = 0$. A equação de equilíbrio de forças para a parte mecânica é assim escrita:

$$f_{cmp} = f_K + f_D + f_M + f_0 \tag{2-77}$$

$$f_{cmp} = K(x - x_0) + B\frac{dx}{dt} + M\frac{d^2x}{dt^2} + f_0 \tag{2-78}$$

A força de origem elétrica f_{cmp} é calculada através das derivadas da energia e co-energia do meio de conversão, como descrito anteriormente.

As equações diferenciais para o sistema completa da Fig. 2-12 e para entradas arbitrárias $v_0(t)$ e $f_0(t)$ são

$$v_0(t) = iR + L(x)\frac{di}{dt} + i\frac{dL(x)}{dx}\frac{dx}{dt} \tag{2-79}$$

$$-f_0(t) = M\frac{d^2x}{dt^2} + B\frac{dx}{dt} + K(x - x_0) - f_{cmp}(x, i) \tag{2-80}$$

As funções $L(x)$ e $f_{cmp}(x, i)$ dependem da construção dos dispositivos de conversão.

EXEMPLO 2-5

A Fig. 2-13 mostra, em seção transversal, um eletro imã cilíndrico, no qual o êmbolo cilíndrico de massa M kg move-se verticalmente dentro de buchas de latão de espessura t e diâmetro médio d. A permeabilidade do latão é a mesma do ar e é $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ unidades do sistema mks racionalizado. O êmbolo é suportado por uma mola cujo módulo de elasticidade é K newton/m, e cujo comprimento em repouso é l_0. Uma força mecânica f_t é aplicada ao êmbolo pelo sistema mecânico a ele ligado, como mostra a Fig. 2-13. Suponha-se que a força de atrito é linearmente proporcional à velocidade e que o coeficiente de atrito é B newton-segundo/metro (Ns/m). A bobina tem N espiras e resistência R ohms. A tensão em seus terminais é v_t, e a corrente é i. Os efeitos de dispersão magnética e relutância do aço são considerados desprezíveis.

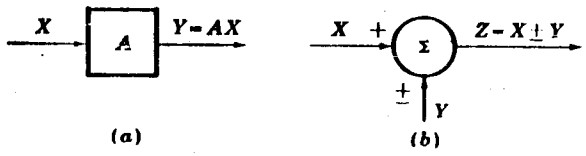


Fig. 2-14. Símbolos para diagramas de blocos.

Deduzir as equações dinâmicas do movimento do sistema eletromecânico, i.e., as equações diferenciais expressando as variáveis dependentes i e x em termos de v_t, f_t, e das constantes e dimensões fornecidas.

Solução

Vamos calcular a indutância em função de x. Os termos de acoplamento, i.e., força magnética f_{cmp} e fem induzida e, podem ser expressas em termos de x e i, e estas relações substituídas nas equações para os sistemas mecânico e elétrico.

A relutância do circuito magnético corresponde às duas buchas em série, com o fluxo dirigido radialmente através delas, como mostrado pelas linhas de fluxo tracejadas φ na Fig. 2-13. Como $t << d$, a indução magnética nas buchas é aproximadamente constante em relação à distância radial. Em uma região onde a indução magnética é constante, a relutância é calculada por

$$\frac{\text{Comprimento do caminho de fluxo na direção do campo}}{\mu(\text{área perpendicular ao campo})}$$

A relutância do entreferro superior é

$$\mathcal{R}_1 = \frac{t}{\mu_0 \pi d x}$$

em que se supõe que o campo está concentrado na área entre o limite superior do êmbolo e o limite inferior da bucha superior. Do mesmo modo a relutância do entreferro inferior é

$$\mathcal{R}_2 = \frac{t}{\mu_0 \pi d a}$$

A relutância total vale

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 = \frac{t}{\mu_0 \pi d}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{x}\right) = \frac{t}{\mu_0 \pi d a}\frac{a + x}{x}$$

A permeância é dada por

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{\mu_0 \pi d a}{t}\frac{x}{a + x}$$

Então, a indutância pode ser calculada:

$$L = N^2 \mathcal{P} = \frac{\mu_0 \pi d a N^2}{t}\frac{x}{a + x} = L'\frac{x}{a + x} \tag{2-81}$$

onde

$$L' = \frac{\mu_0 \pi \, da N^2}{t} \tag{2-82}$$

A força magnética agindo para cima sobre o êmbolo, na direção positiva de x, é

$$f_{cmp} = \frac{+\,\partial W'_{cmp}(i,x)}{\partial x} = +\frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx} = +\frac{1}{2} L' \frac{ai^2}{(a+x)^2} \tag{2-83}$$

A fcem induzida na bobina é

$$e = \frac{d}{dt}(Li) = L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dx}\frac{dx}{dt} \tag{2-84}$$

$$e = L' \frac{x}{a+x}\frac{di}{dt} + L'\frac{ai}{(a+x)^2}\frac{dx}{dt} \tag{2-85}$$

Substituindo a expressão da força magnética na equação diferencial do movimento do sistema mecânico, obtemos

$$-f_t + \frac{1}{2} L' \frac{ai^2}{(a+x)^2} = M\frac{d^2x}{dt^2} + B\frac{dx}{dt} - K(l_1 - x) + Mg \tag{2-86}$$

A equação de tensão para o sistema elétrico é

$$v_t = Ri + e = Ri + L' \frac{x}{a+x}\frac{di}{dt} + L'\frac{ai}{(a+x)^2}\frac{dx}{dt} \tag{2-87}$$

As Eqs. 2-86 e 2-87 são os resultados desejados. Elas são válidas somente enquanto o limite superior do êmbolo está bem dentro da bucha superior, ou seja, entre os limites $0{,}1a < x < 0{,}9a$. Esta é a faixa normal de serviço do solenóide.

2-8
TÉCNICAS DE ANÁLISE

Neste capítulo foram descritos dispositivos relativamente simples. Os dispositivos têm um ou dois pares de terminais elétricos e um terminal mecânico, o qual usualmente só pode executar um movimento incremental. Os dispositivos mais complicados, capazes de conversão contínua de energia, serão tratados nos capítulos seguintes. As técnicas de análise a serem discutidas aqui aplicam-se aos dispositivos simples, mas os princípios são também aplicáveis aos dispositivos mais complicados.

a. Objetivos da Análise

Alguns dos dispositivos descritos neste capítulo têm movimento grosseiro, como relés e solenóides; estes dispositivos operam essencialmente sob condições de "ligado" e "desligado". A analise destes dispositivos permite determinar a força em função do deslocamento, e a reação sobre a fonte elétrica. Tais cálculos já foram feitos neste capítulo. Se são necessários detalhes do movimento, como o deslocamento em função do tempo após o dispositivo ser energizado, então precisam ser resolvidas equações diferenciais não-lineares da forma das Eqs. 2-79 e 2-80.

Comparados com dispositivos de movimento grosseiro, outros dispositivos têm movimento fino, como alto-falantes, captadores, e transdutores de várias espécies, para converter sinais elétricos em sinais mecânicos e vice-versa. A relação entre as variáveis elétricas e mecânicas é tornada linear, seja pelo projeto do dispositivo ou restringindo a excursão dos sinais a uma faixa linear. Em tal caso, as equações diferenciais são lineares e podem ser resolvidas para resposta transitória, resposta em freqüência, ou representação por circuito equivalente, como for conveniente.

b. Movimento Grosseiro

As equações diferenciais para um dispositivo de excitação única, como foi deduzido no Exemplo 2-5, são da forma

$$\frac{1}{2} L' \frac{ai^2}{(a+x)^2} = M\frac{d^2x}{dt^2} + B\frac{dx}{dt} + K(x - l_1) + f_t \tag{2-88}$$

$$v = iR + L' \frac{x}{a+x}\frac{di}{dt} + \frac{L'ai}{(a+x)^2}\frac{dx}{dt} \tag{2-89}$$

Um problema típico, que utiliza estas equações diferenciais, é o de determinar o deslocamento $x(t)$ quando uma determinada tensão $v = V$ é aplicada em $t = 0$. Um problema ainda mais simples é o de determinar o tempo necessário para a armadura mover-se, de sua posição $x(0)$ em $t = 0$, até um dado deslocamento $x = X$, quando uma tensão $v = V$ é aplicada em $t = 0$. Não há solução geral para estas equações diferenciais; elas envolvem produtos de variáveis x e i e suas derivadas, e são chamadas não-lineares. Elas podem ser resolvidas usando técnicas numéricas, ou com um computador digital. Pode ser preparado um programa para a solução das equações, ou pode ser utilizado um programa padronizado já preparado, introduzindo os coeficientes para o problema particular neste programa.

Em muitos casos o problema de movimento grosseiro pode ser simplificado e pode ser encontrada uma solução por métodos relativamente simples. Por exemplo, quando o enrolamento do dispositivo é ligado a um gerador de tensão com uma resistência relativamente grande, o termo iR é dominante, no segundo membro da Eq. 2-89, em comparação ao termo de tensão de transformador di/dt e ao termo de tensão de velocidade dx/dt. A corrente i pode então ser considerada igual a V/R e inserida diretamente na Eq. 2-88. A mesma suposição pode ser feita quando o enrolamento é alimentado por um transistor, que age como um gerador de corrente.

Com a suposição que $i = V/R$, dois casos podem ser resolvidos facilmente. Primeiro, nós podemos tratar dos dispositivos nos quais o movimento dinâmico depende principalmente do amortecimento, em lugar da inércia; por exemplo, relés com amortecedores para tornar mais lento o movimento, ou dispositivos propositalmente de baixa inércia. Em tal caso, a equação diferencial 2-88 se reduz a

$$f(x) = \frac{1}{2} L' \frac{a}{(a + x)^2} \left(\frac{V}{R}\right)^2 - K(x - l_1) = B \frac{dx}{dt} \tag{2-90}$$

O primeiro membro, $f(x)$, é a diferença entre a força de origem elétrica e a força de mola no dispositivo da Fig. 2-13. A velocidade para um valor qualquer de x é simplesmente $dx/dt = f(x)/B$; o tempo t para atingir $x = X$ é dado por

$$t = \int_0^X \frac{B}{f(x)}\, dx \tag{2-91}$$

A operação da Eq. 2-91 pode ser efetuada analítica ou graficamente.

O segundo caso extremo que pode ser resolvido facilmente, quando a alimentação do enrolamento é com corrente constante, é aquele em que o movimento dinâmico depende da inércia mais que do amortecimento. Usualmente a inércia predomina, quando não se introduz amortecimento adicional. Em tal caso, a equação diferencial 2-88 se reduz a

$$f(x) = M \frac{d^2x}{dt^2} \tag{2-92}$$

A aceleração para qualquer x é $d^2x/dt^2 = f(x)/M$, e a velocidade $v(x)$ para um valor qualquer de x é obtida de

$$f(x) = \frac{M}{2} \frac{d}{dx}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \tag{2-93}$$

$$v(x) = \frac{dx}{dt} = \left[\frac{2}{M} \int_0^x f(x)\, dx\right]^{1/2} \tag{2-94}$$

A operação da Eq. 2-94 pode ser efetuada analítica ou graficamente para encontrar $v(x)$, e também para encontrar o tempo t para atingir um dado de x.

c. Linearização

Os dispositivos que são caracterizados por equações diferenciais não-lineares, tais como as Eqs. 2-88 e 2-89, produzirão respostas não-lineares quando usados como transdutores. Para obter comportamento linear, tais dispositivos precisam ser limitados a executar pequenas excursões, de deslocamento e de quantidades elétricas, em torno de uma posição de equilíbrio. A posição de equilíbrio é determinada seja por uma fmm de polarização produzida por corrente ou um imã permanente agindo contra uma mola, ou por dois enrolamentos produzindo fmms que se anulam no ponto de equilíbrio. O ponto de equilíbrio precisa ser estável; a armadura, em seguida a uma pequena perturbação, deverá retornar à posição de equilíbrio. A condição de equilíbrio é determinada com as derivadas em relação ao tempo tornadas iguais a zero nas Eqs. 2-88 e 2-89; isto ocorre para

$$\frac{1}{2} L' \frac{a I_0^2}{(a + X_0)^2} = K(X_0 - l_1) + f_{i0} \tag{2-95}$$

$$V_0 = I_0 R \tag{2-96}$$

onde $i = I_0$ e $x = X_0$ no equilíbrio.

A operação incremental pode ser descrita expressando as variáveis como $i = I_0 + i_1$ e $x = X_0 + x_1$, e desprezando os produtos de incrementos que são de segunda ordem. As Eqs. 2-88 e 2-89 assim tornam-se

$$\frac{1}{2} \frac{L'a(I_0 + i_1)^2}{(a + X_0 + x_1)^2} = M \frac{d^2x_1}{dt^2} + B \frac{dx_1}{dt} + K(X_0 + x_1 - l_1) + f_{i0} + f_1 \tag{2-97}$$

$$V_0 + v_1 = (I_0 + i_1)R + \frac{L'(X_0 + x_1)}{a + X_0 + x_1} \frac{di_1}{dt} + \frac{L'a(I_0 + i_1)}{(a + X_0 + x_1)^2} \frac{dx_1}{dt} \tag{2-98}$$

Os termos de equilíbrio se cancelam, deixando um sistema de equações diferenciais lineares exatamente nas variáveis incrementais de primeira ordem:

$$\frac{L'aI_0 i_1}{(a + X_0)^2} = M \frac{d^2x_1}{dt^2} + B \frac{dx_1}{dt} + K'x_1 + f_1 \tag{2-99}$$

$$v_1 = i_1 R + \frac{L'(X_0)}{a + X_0} \frac{di_1}{dt} + \frac{L'aI_0}{(a + X_0)^2} \frac{dx_1}{dt} \tag{2-100}$$

A constante K' representa o efeito da força da mola e a componente da força do campo magnético proporcional a x_1. As equações podem ser escritas em forma mais compacta em termos da auto-indutância L_0 no ponto de equilíbrio e um coeficiente K_0 de conversão de energia, como

$$K_0 i_1 = M\frac{d^2x_1}{dt^2} + B\frac{dx_1}{dt} + K'x_1 + f_1 \qquad (2\text{-}101)$$

$$v_1 = i_1 R + L_0\frac{di_1}{dt} + K_0\frac{dx_1}{dt} \qquad (2\text{-}102)$$

d. Funções de Transferência e Diagramas de Blocos

No estudo de sistemas envolvendo mais do que umas poucas equações relativamente simples, um ataque analítico por meio das equações torna-se trabalhoso e confuso. É então útil representar o sistema, seja por meio de um diagrama de blocos, seja por um diagrama de fluxo. Esta técnica é útil na análise das características do sistema, tais como estabilidade, precisão, e resposta em freqüência. A técnica tem sido altamente desenvolvida em relação aos estudos de sistemas de controle com realimentação. Intimamente relacionada à técnica de diagramas de blocos está a técnica de programar um problema para solução em um computador analógico.

O *diagrama de blocos* é uma representação figurativa das equações do sistema. Cada bloco representa uma operação matemática. Os blocos são então interligados de acordo com as imposições do sistema. Não há necessidade de resolver equações simultâneas ao estabelecer o diagrama de blocos. O diagrama de blocos em si, é um mapa do procedimento a ser seguido na combinação das equações simultâneas. Freqüentemente, pode ser obtida informação útil do diagrama de blocos sem necessidade de uma solução analítica completa.

Os símbolos necessários nos diagramas de blocos de sistemas lineares são mostrados na Fig. 2-14. Na Fig. 2-14*a*, X é uma variável de *entrada*, e Y é uma variável de *saída*. Elas podem ser funções do tempo ou amplitudes complexas, função da freqüência. O operador A é a *função de transferência* representando a operação matemática efetuada sobre X para obter Y. Se X e Y são funções do tempo. A é um operador diferencial $A(p)$ onde p é o operador derivada d/dt. Se X e Y são amplitudes complexas, A é um operador complexo $A(s)$ onde s é a freqüência complexa. Para variáveis senoidais em regime permanente, X e Y são fatores e $s = j\omega$. O símbolo da Fig. 2-14*b* representa adição ou subtração.

EXEMPLO 2-6

Desenhar um diagrama de blocos no campo das freqüências complexas para o circuito da Fig. 2-15, com entrada $e_1(t)$ e saída $e_2(t)$.

Solução

As equações diferenciais podem ser escritas na forma

$$e_1(t) - e_2(t) = Lpi + Ri \qquad e_2(t) = \frac{1}{Cp}i$$

Quando transformadas para quantidades complexas e reagrupadas, as equações tornam-se

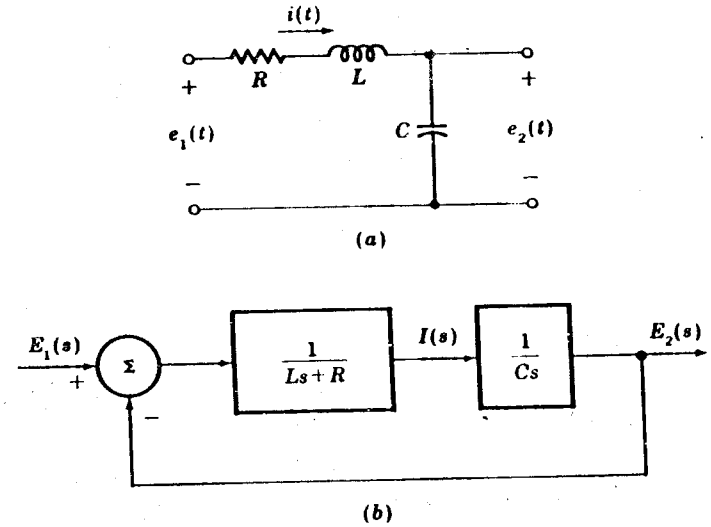


Fig. 2-15. (*a*) Diagrama do circuito e (*b*) diagrama de blocos da função de transferência em frequência complexa, do Exemplo 2-6.

$$\frac{E_1(s) - E_2(s)}{Ls + R} = I(s) \qquad E_2(s) = \frac{1}{Cs}I(s)$$

O diagrama de blocos é mostrado na Fig. 2-15*b*.

Em um sistema linear, a resposta de uma variável de saída correspondente a uma entrada pode ser calculada considerando iguais a zero

todas as outras entradas. A resposta total para várias entradas pode ser encontrada por superposição. Os blocos podem ser combinados por meio de umas poucas regras simples. Duas regras básicas são mostradas na Fig. 2-16. Por exemplo, na Fig. 2-16*b*

$$Y = A(X \pm BY) \qquad \text{ou} \qquad Y = \frac{A}{1 \mp AB} X \tag{2-103}$$

2-9 RESUMO

A energia pode ser armazenada nos campos magnéticos e elétricos. Sempre que a energia do campo depender da configuração das partes mecânicas que constituem os limites do campo, surgem forças mecânicas, tendendo a mover os elementos mecânicos de modo que a energia será transmitida do campo para o sistema mecânico.

Inicialmente foi considerado o sistema magnético de excitação única, no Item 2-2. Quando os elementos de perdas elétricos e mecânicos são removidos do dispositivos de conversão eletromecânica e combinados com os sistemas elétrico e mecânico externos, o dispositivo pode ser considerado como um sistema conservativo. Assim, sua energia é uma função de estado, e é descrita por suas variáveis independentes i e x. A energia pode ser especificada em termos de grandezas de campo, de grandezas de circuito elétrico, e de grandezas de circuito magnético.

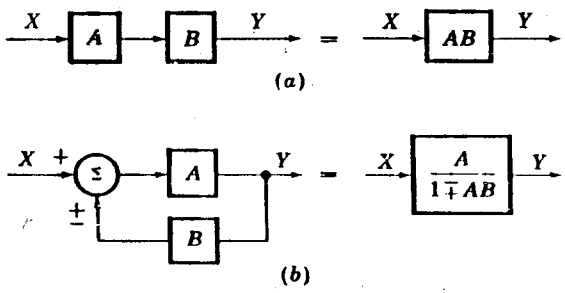


Fig. 2-16. Operações básicas da álgebra de diagramas de blocos.

No Item 2-4, o conceito de função de estado é ampliado para incluir a co-energia, como uma função de i e x. A força que se origina no campo, agindo sobre as partes móveis, é obtida como a derivada parcial da energia ou co-energia, expressa nas variáveis independentes apropriadas.

A força sempre age no sentido de aumentar a auto-indutância do sistema e os valores obtidos para a força são independentes do método de análise. A energia ou co-energia do sistema pode ser introduzida através dos terminais elétricos ou mecânicos, dependendo das restrições impostas sobre as variáveis.

No Item 2-5 foram deduzidas expressões para a força devida ao campo, usando as variáveis q e v, para sistemas de campo elétrico. Ambas as funções de estado, energia e co-energia, são usadas; elas são expressas em função de características de campo e de circuito. O Exemplo 2-3 mostra que a força proveniente do campo magnético, nas induções magnéticas de saturação típicas de materiais magnéticos, excede com folga aquela proveniente do campo elétrico correspondente à rigidez dielétrica do ar. As forças sempre agem para aumentar a auto-capacitância do sistema, seja movendo superfícies metálicas ou corpos dielétricos.

Toda máquina rotativa e todo transdutor de sinais é construído com enrolamentos múltiplos, ou com fontes de excitação múltiplas. No Item 2-6, a análise é estendida para tais sistemas de campo magnético, em termos de energia e co-energia. São introduzidas as auto-indutâncias e indutâncias mútuas para expressar as funções de estado.

Os dispositivos de conversão de energia operam entre os sistemas elétricos e os sistemas mecânicos. O comportamento é descrito no Item 2-7 pelas equações diferenciais que incluem os termos de acoplamento entre os sistemas. As equações são usualmente não-lineares e podem ser resolvidas por computador ou métodos numéricos, se necessário. Usualmente, a solução só é necessária em condições especiais, que podem ser tratadas como discutido no Item 2-8. A condição mais útil é a de pequenas amplitudes de sinal, donde as equações resultantes são lineares.

Este capítulo se referiu a princípios básicos que se aplicam amplamente ao processo de conversão eletromecânica de energia, dando ênfase ao acoplamento magnético. Basicamente, as máquinas rotativas e os transdutores de movimento linear trabalham do mesmo modo. O restante deste texto é dedicado quase inteiramente aos aspectos das máquinas rotativas de conversão eletromecânica de energia, às características dinâmicas das máquinas como componentes de sistemas, e ao comportamento sob condições de regime permanente. A máquina rotativa é uma montagem bastante complicada de circuitos elétricos e magnéticos, com diversas variações de tipos de máquinas. Para todas elas, os termos de acoplamento eletromecânico – conjugado e tensão induzida – podem ser encontrados pelos princípios desenvolvidos neste capítulo.

PROBLEMAS

2-1. Um eletroímã, com êmbolo e carcaça de ferro, é mostrado na Fig. 2-17. Para os objetivos deste problema, podem ser desprezados o espraiamento e os fluxos dispersos, e pode-se supor que toda a relutância do circuito magnético está no entreferro de trabalho g entre o êmbolo móvel e o núcleo central. A bobina tem uma indutância de 1,00 henry quando $g = 1{,}00$ cm.

Se a bobina está excitada por uma fonte de corrente constante de 1,00 ampères, pede-se:

a. A energia armazenada no campo magnético, em joules, quando $g = 1{,}00$ cm.
b. A força magnética f sobre o êmbolo, em newtons, quando $g = 1{,}00$ cm.
c. A força f quando $g = 0{,}50$ cm.
d. O trabalho mecânico feito pela força f, em joules, quando é permitido ao êmbolo mover-se lentamente de $g = 1{,}00$ cm a $g = 0{,}50$ cm.

2-2. O eletroímã cilíndrico, com carcaça de ferro, mostrado na Fig. 2-18, é usado para acionar disjuntores, operar válvulas, e em

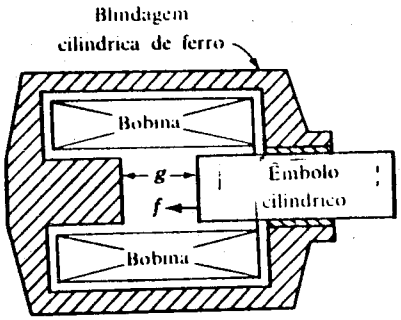


Fig. 2-17. Eletroímã de êmbolo cilíndrico do Prob. 2-1.

outras aplicações nas quais uma força relativamente grande deve ser aplicada a uma peça que se move numa distância relativamente curta. Quando a corrente na bobina é nula, o êmbolo cai contra um batente, tal que o entreferro é 0,50 pol. Quando a bobina é energizada por uma corrente contínua de valor suficiente, o êmbolo é levantado até que encontra outro batente ajustado tal que g é 0,10 pol. O êmbolo é suportado de modo que pode mover-se livremente na direção vertical. O entreferro entre a carcaça e o êmbolo pode ser considerado uniforme, de 0,01 pol de comprimento. Para os objetivos deste problema, pode-se desprezar a dispersão magnética e o espraiamento nos entreferros. A bobina de excitação tem 1000 espiras e é percorrida por uma corrente constante de 3,0 ampères.

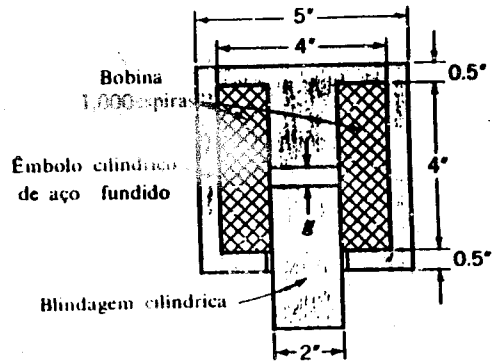


Fig. 2-18. Eletroímã de êmbolo.

Desprezando a fmm no ferro:

a. Calcular as induções magnéticas, em webers por metro quadrado, entre as faces de trabalho do núcleo central e do êmbolo, para entreferros g de 0,10, 0,20, e 0,50 pol.
b. Calcular os valores correspondentes da energia armazenada no campo magnético, em watt-segundo.
c. Calcular os valores correspondentes da indutância da bobina, em henry.

2-3. Os dados para a curva de magnetização do trecho no ferro do circuito magnético do Problema 2-2 são fornecidos abaixo:

Fluxo, kilolinhas	100	150	200	240	250	260	270	275
Fmm, ampère-espiras	60	95	150	250	305	425	600	725

Pede-se traçar as curvas de magnetização para o circuito magnético completo (fluxo em webers em função da fmm total em ampère-espiras), para as seguintes condições:

a. Entreferro $g = 0{,}50$ pol.
b. Entreferro $g = 0{,}10$ pol.
c. A partir destas curvas determinar graficamente a energia e co-energia do campo magnético para cada um dos entreferros em (*a*) e (*b*), com corrente de 3 A na bobina.

2-4. A constante de tempo L/r do enrolamento de campo de um gerador de c.c. com excitação em derivação, 10 kW, 1.150 rpm, é 0,15 s. Sob condições normais de funcionamento, a perda i^2r em seu enrolamente do campo é 350 watt. Calcular a energia armazenada no campo magnético, em watt-segundo, sob condições normais de funcionamento.

2-5. Um eletroimã, com êmbolo e carcaça de ferro, é mostrado na Fig. 2-18. O entreferro entre a blindagem e o êmbolo pode ser considerado uniforme, com 0,01 pol de comprimento. A dispersão magnética e o espraiamento podem ser desprezados. A bobina tem 1.000 espiras e é percorrida por uma corrente constante de 3,00 A.

a. Se é permitido ao êmbolo mover-se lentamente, de modo a reduzir o entreferro g de 0,50 a 0,10 pol, qual a quantidade de trabalho mecânico feito pelo êmbolo, em joules?
b. Para as condições de (*a*), quanta energia será suprida pela fonte elétrica (além da perda térmica na bobina)?

2-6. Para o eletroimã do Prob. 2-5, determinar uma expressão numérica para a força magnética f agindo sobre o êmbolo, em newtons, em função do entreferro em metros, para corrente constante de 3,0 A na bobina. Traçar uma curva de f em função de g. Da área sob esta curva: força-deslocamento, calcular o trabalho mecânico desenvolvido pelo êmbolo quando ele se move lentamente de modo a reduzir o entreferro g de 0,50 a 0,10 pol. Compare-se com o resultado do prob. 2-5*a*.

2-7. Os dados para a curva de magnetização do trecho em ferro do circuito magnético do êmbolo são apresentados no Prob. 2-3. Pede-curvas de magnetização para o circuito magnético completo (fluxo em webers em função da fmm total em ampère-espiras) para as seguintes condições:

a. Entreferro $g = 0{,}50$ pol.
b. Entreferro $g = 0{,}10$ pol.

c. Destas curvas, determinar graficamente o trabalho realizado pelo êmbolo, ao mover-se lentamente de $g = 0{,}50$ pol a $g = 0{,}10$ pol, quando a bobina é percorrida por uma corrente constante de 3,0 A. Compare-se com o resultado do Prob. 2-5*a*.
d. Determinar também, a energia suprida pela fonte elétrica (além da perda térmica na bobina). Compare-se com o resultado do Prob. 2-5*b*.

2-8. Considere-se o solenóide com núcleo de ferro mostrado na Fig. 2-19. O êmbolo de ferro de massa M é suportado por uma mola e guiado verticalmente por espaçadores não-magnéticos de espessura t e permeabilidade μ_0. Suponha-se o ferro infinitamente permeável, e despreza-se o espraiamento magnético e os campos dispersos. Todas as grandezas são em unidades do sistema mks racionalizado.

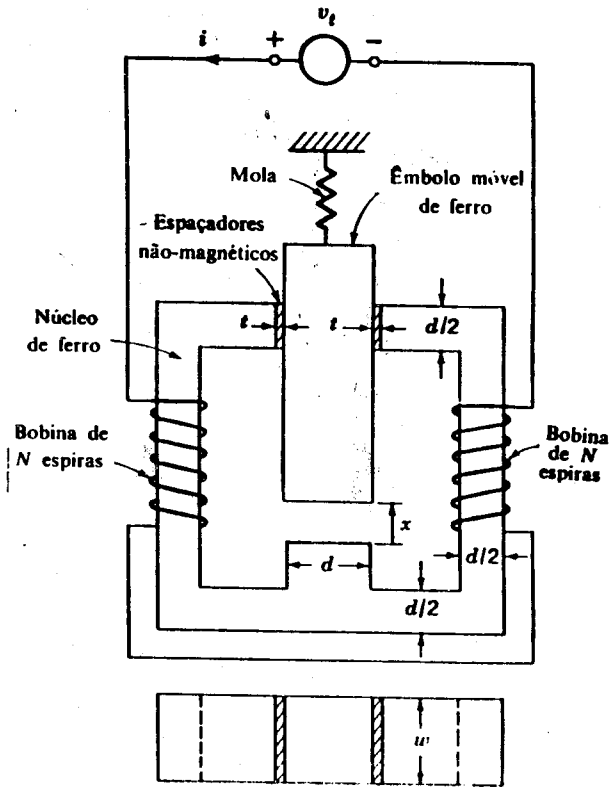


Fig. 2-19 Eletroimã do Prob. 2-8

a. Determinar a indutância da bobina em função da posição x do êmbolo. Em que condições será razoavelmente exata esta expressão?

b. Deduzir uma expressão para a força magnética agindo sobre o êmbolo em termos da corrente i na bobina.

c. Suponha-se que as dimensões são

$$w = 5\,\text{cm} \qquad d = 4\,\text{cm} \qquad t = 0{,}1\,\text{cm}$$

Aproximadamente, que força máxima pode-se esperar conseguir sobre o êmbolo, sem saturar o ferro?

2-9. As estruturas de armadura e campo de uma máquina simplificada de c.c., 2 polos, são mostradas na vista frontal (*a*) e seção transversal (*b*) na Fig. 2-20. Devido a um erro de montagem, o núcleo da armadura está deslocado 0,5 pol na direção axial, em relação à posição correta. Outros dados numéricos são indicados a seguir:

Comprimento de cada entreferro = 0,10 pol
Diâmetro da armadura = 10,0 pol
Indução magnética no entreferro = 50 kilolinhas/pol^2
Ângulo subentendido pela sapata polar = 100°

O comprimento de entreferro pode ser considerado constante sob as sapatas polares e a armadura pode ser considerada como um cilindro liso.

Pede-se determinar a força axial, em newtons, que tende a centrar a armadura.

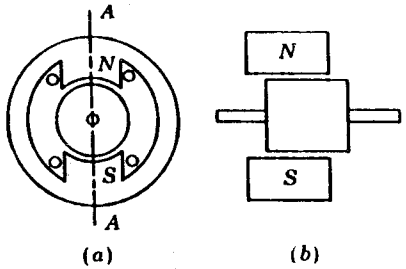


Fig. 2-20. Máquina de c.c., simplificada Prob. 2-9.

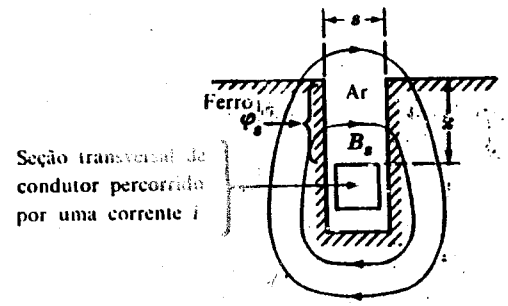


Fig. 2-21. Condutor em ranhura (Prob. 2-10)

2-10. A Fig. 2-21 mostra o aspecto geral do fluxo de dispersão na ranhura, produzido pela corrente i em um condutor retangular encaixado numa ranhura retangular no ferro. Suponha-se que o fluxo disperso na ranhura passa diretamente através da ranhura na região entre o topo do condutor e o topo da ranhura.

a. Deduzir uma expressão para a indução magnética B_s na região entre o topo do condutor e o topo da ranhura.

b. Deduzir uma expressão para o fluxo de dispersão na ranhura φ_s cruzando a ranhura acima do condutor, em termos da altura x da ranhura acima do condutor, a largura da ranhura s, e o comprimento de condutor l perpendicular ao papel.

c. Deduzir uma expressão para a força f criada por este campo magnético sobre um condutor de comprimento l, utilizando unidades mks racionalizadas. Em que direção esta força age sobre o condutor?

d. Calcular a força, em newtons, sobre um condutor de 30 cm de comprimento em uma ranhura de 2,5 cm de largura quando a corrente no condutor é 1.000 A.

2-1. Duas bobinas têm indutâncias, própria e mútua, em henry, em funções do deslocamento x em metros, como segue:

$$L_{11} = 1 + x$$
$$L_{22} = 2(1 + x)$$
$$L_{12} = 1 - x$$

As resistências são desprezíveis.

a. Para as correntes constantes $I_1 = 10{,}0$ A e $I_2 = -5{,}0$ A, pede-se calcular o trabalho mecânico realizado aumentando x de 0 a + 1,0 m.

b. A força desenvolvida na parte (*a*) tende a aumentar ou diminuir x?

c. Durante o movimento da parte (*a*), qual a quantidade de energia suprida pela fonte 1? E pela fonte 2?

d. Calcular o valor médio da força desenvolvida na posição $x = 0{,}50$ m, quando a bobina 2 é curto-circuitada e a bobina 1 recebe tensão senoidal, de valor eficaz 377 volts, a 60 Hz.

2-12. As auto-indutâncias L_{11} e L_{22} e o valor absoluto da indutância mútua L_{12} do dispositivo mostrado na Fig. 2-22 são dados na tabela abaixo para duas posições angulares θ_0 do rotor, onde θ_0 é medido a partir de um eixo de referência horizontal em relação ao eixo do rotor:

θ_0	L_{11}	L_{22}	L_{12}
45	0,60	1,10	0,30
75	1,00	2,00	1,00

As indutâncias são dadas em henry e pode-se supor que variam linearmente com θ_0 na faixa $45° < \theta_0 < 75°$.

Para cada um dos seguintes casos, calcular o conjugado magnético em newton-metro, quando o rotor permanece estacionário numa posição angular $\theta_0 = 60°$ (aproximadamente a posição mostrada na Fig. 2-22), e especificar se este conjugado tende a girar o rotor em direção horária ou anti-horária.

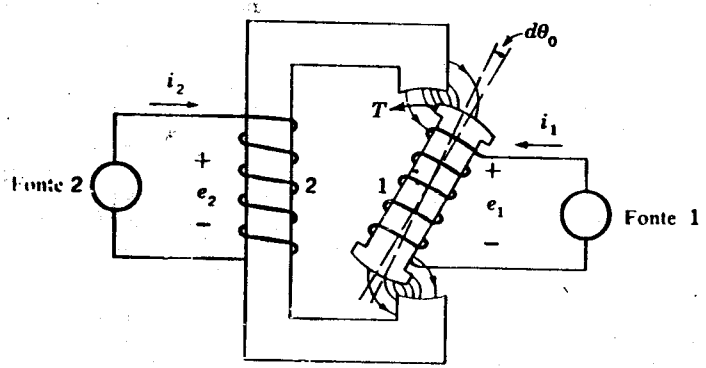


Fig. 2-22. Sistema magnético elementar de excitação múltipla.

a. $i_1 = 10{,}0$ A, $i_2 = 0$

b. $i_1 = 0$, $i_2 = 10{,}0$ A

c. $i_1 = 10{,}0$ A, e $i_2 = 10{,}0$ A nas direções das setas (Fig. 2-22).

d. $i_1 = 10{,}0$ A na direção da seta, e $i_2 = 10{,}0$ A em direção contrária.

e. $i_1 = 10{,}0$ A, valor eficaz de corrente alternada senoidal, com a bobina 2 curto-circuitada. Neste caso a resistência da bobina 2 pode ser desprezada, e é pedido o conjugado médio no tempo.

2-13. Duas bobinas, uma sobre um estator e outra sobre um rotor, tem indutâncias próprias e mútuas de

$$L_{11} = 0{,}20 \text{ mH}$$
$$L_{22} = 0{,}10 \text{ mH}$$
$$L_{12} = 0{,}05 \cos\theta \text{ mH}$$

onde θ é o ângulo entre os eixos das bobinas. As bobinas são ligadas em série e percorridas por uma corrente

$$i = \sqrt{2}\, I \operatorname{sen} \omega t$$

a. Deduzir uma expressão para o conjugado instantâneo T sobre o rotor, em função da posição angular θ.

b. Determinar uma expressão para o conjugado no tempo T_m em função de θ.

c. Calcular o valor numérico de T_m para $I = 10$ A e $\theta = 90°$.

d. Traçar três curvas de T_m contra θ para correntes $I = 5$, 7,07 e 10 A, respectivamente.

e. Uma mola helicoidal que tende a manter o rotor em $\theta = 90°$ é agora fixada ao rotor. O conjugado resistente da mola é proporcional à deflexão angular a partir de $\theta = 90°$, e vale 0,004 newton-metro quando o rotor é girado até $\theta = 0$. Pede-se mostrar sobre as curvas da parte (*d*), como poderia ser encontrada a posição angular da combinação rotor mais mola, para as as correntes de bobina $I = 5$, 7,07 e 10 A, respectivamente. Esboçar uma curva mostrando em função de I. Requer apenas um esboço de aparência razoável, com valores numéricos estimados.

Nota: Este problema ilustra o princípio do amperimetro de c.a., tipo dinamométrico.

2-14. A Fig. 2-23 mostra, em seção transversal, um eletroimã de êmbolo cilíndrico. O êmbolo move-se na direção x e sofre a ação de

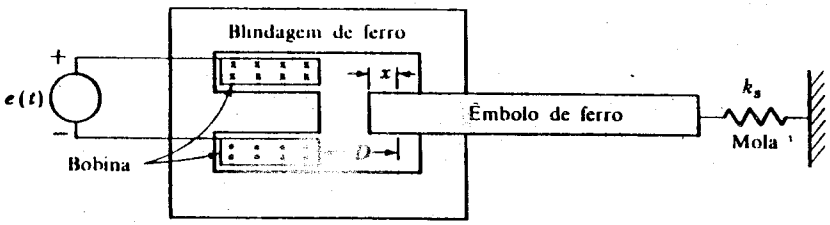


Fig. 2-23. Eletroimã tipo solenóide do Prob. 2-14.

uma mola cuja constante é k_s. A posição do êmbolo, quando a bobina não está excitada, é D. A massa do êmbolo é M. O atrito é desprezível. A área transversal do entreferro de trabalho é A. A dispersão, e o espraiamento de fluxo e a relutância do ferro podem ser desprezados. A bobina tem N espiras e resistência desprezível.

O êmbolo está funcionando sob condições senoidais de regime permanente. A indução magnética no entreferro é

$$B(t) = B_m \operatorname{sen} \omega t$$

a. Determinar a expressão para a força magnética sobre o êmbolo, em termos de B_m, ω e t.
b. Escrever a equação para a tensão na bobina $e(t)$ em função de B_m, ω e t.
c. Escrever a equação diferencial do movimento do êmbolo em termos de B_m, ω, t, e x.
d. Supondo sistema em regime permanente, determinar a posição do êmbolo $x(t)$. Notar-se que a solução deve conter uma parte constante X_0 e uma parte variável no tempo $x_1(t)$.

2-15. Considere-se um eletroimã tipo solenóide semelhante àquele mostrado na Fig. 2-13, exceto que o comprimento do êmbolo cilíndrico de aço é $a + h$.

Deduzir as equações dinâmicas do movimento do sistema.

2-16. As seguintes dimensões e dados aplicam-se ao eletroimã de solenóide do Prob. 2-15.

$a = 2\,\text{cm}$ $h = 6\,\text{cm}$ $d = 2\,\text{cm}$ $t = 0{,}05\,\text{cm}$

Números de espiras $N = 1.000$
Resistência da bobina $r = 100\,\text{ohms}$
Massa do êmbolo $M = 0{,}2\,\text{kg}$
Constante da mola $K = 6{,}25\,\text{newtons/cm}$
Com $i = 0$, o êmbolo está em repouso em $x = 0{,}25\,\text{cm}$

Força externa aplicada = 0
Atrito desprezível

A tensão aplicada à bobina tem um valor constante de 10 volts.

a. Determinar o ponto de repouso da operação. Ele é estável?
b. Linearizar as equações dinâmicas de movimento para pequenas variações incrementais da tensão aplicada. Os valores numéricos dos parâmetros devem ser em unidades mks.

2-17. Dois enrolamentos, um montado sobre o estator e outro sobre o rotor, têm as seguintes indutâncias próprias e mútuas

$$L_{11} = 2{,}20\,\text{henry}$$
$$L_{12} = 1{,}414 \cos \theta_0\,\text{henry}$$
$$L_{22} = 1{,}00\,\text{henry}$$

onde θ_0 é o ângulo entre os eixos dos enrolamentos. As resistências dos enrolamentos podem ser desprezadas.

O enrolamento 2 é curto-circuitado, e a corrente no enrolamento 1 em função do tempo é $i_1 = 14{,}14 \operatorname{sen} \omega t$.

a. Considerando o rotor estacionário, deduzir uma expressão para o valor numérico, em newton-metros, do conjugado instantâneo sobre o rotor, em termos do ângulo θ_0.
b. Calcular o conjugado médio em newton-metros quando $\theta_0 = 45°$.
c. Se é permitido ao rotor mover-se, ele vai girar continuamente ou tenderá a estabilizar-se. Neste caso, em que valor de θ_0?

2-18. A Fig. 2-24 mostra um capacitor com uma placa fixa e outra móvel, limitada a movimentar-se na direção x. Sua capacitância é dada por

$$C = \frac{1}{x} \quad \mu\text{F}$$

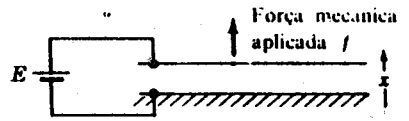


Fig. 2-24. Capacitor de placas móveis. Prob. 2-18.

com x em metros. Não há perdas elétricas ou mecânicas. Inicialmente, $E = 200$ volts e $x = 0{,}01$ m.

O capacitor é então sujeito ao seguinte ciclo:

a. Com $E = 200$ volts, x é aumentado para 0,02 m.
b. Com $x = 0{,}02$ m, E é diminuído para 100 volts.
c. Com $E = 100$ volts, x é diminuído para 0,01 m.
d. Com $x = 0{,}01$ m, E é aumentado para 200 volts, fechando assim o ciclo.

Para este ciclo fechado, determinar o trabalho mecânico realizado. O fluxo líquido de energia é para fora ou para dentro da bateria?

3
Máquinas Rotativas: Conceitos Básicos

Os objetivos deste capítulo são: discutir as aproximações que ocorrem quando se reduz uma máquina física a um modelo matemático simples; aplicar os princípios básicos do Cap. 2 à análise deste modelo; e dar alguns conceitos simples, relativos aos tipos básicos de máquinas.

3-1 CONCEITOS ELEMENTARES

A lei de Faraday, $e = d\lambda/dt$, descreve quantitativamente a indução de tensões por parte de um campo magnético variável no tempo. A conversão eletromecânica de energia ocorre quando a variação do fluxo é associada ao movimento mecânico. Em máquinas rotativas, são geradas tensões em enrolamentos ou grupos de bobinas, pela rotação mecânica destes enrolamentos em um campo magnético, por um campo magnético girante que atravessa um enrolamento, ou fazendo com que a relutância do circuito magnético varie com a rotação do motor.

Por qualquer destes métodos, o fluxo concatenado com uma bobina específica varia ciclicamente, e gerando-se uma tensão. Um grupo de bobinas, interligadas de modo que todas as tensões nelas geradas contribuem positivamente ao resultado final, é chamado de *enrolamento de armadura*. A armadura de uma máquina de c.c. é mostrada na Fig. 3-1; a armadura é a peça rotativa, ou *rotor*. A Fig. 3-2 mostra a armadura de um gerador de c.a., *alternador*, ou *gerador síncrono*. Aqui a armadura é a peça estacionária, ou *estator*.

Estas bobinas são enroladas sobre núcleos de ferro, a fim de que o caminho de fluxo através delas possa ser tão eficiente quanto possível. Devido ao ferro da armadura ser submetido a um fluxo magnético variável, aparecem nele, correntes de Foucault; para minimizar a perda por correntes de Foucault, o ferro da armadura é construído de lâminas, ou chapas finas, como ilustrado na Fig. 3-3 para a armadura de uma máquina de c.a.. O circuito magnético é completado através do ferro de outra peça da máquina, e as bobinas excitadoras, ou *enrolamentos de campo*, são colocadas sobre esta peça para agir como fontes primárias de fluxo. Em máquinas pequenas podem ser usados ímãs permanentes.

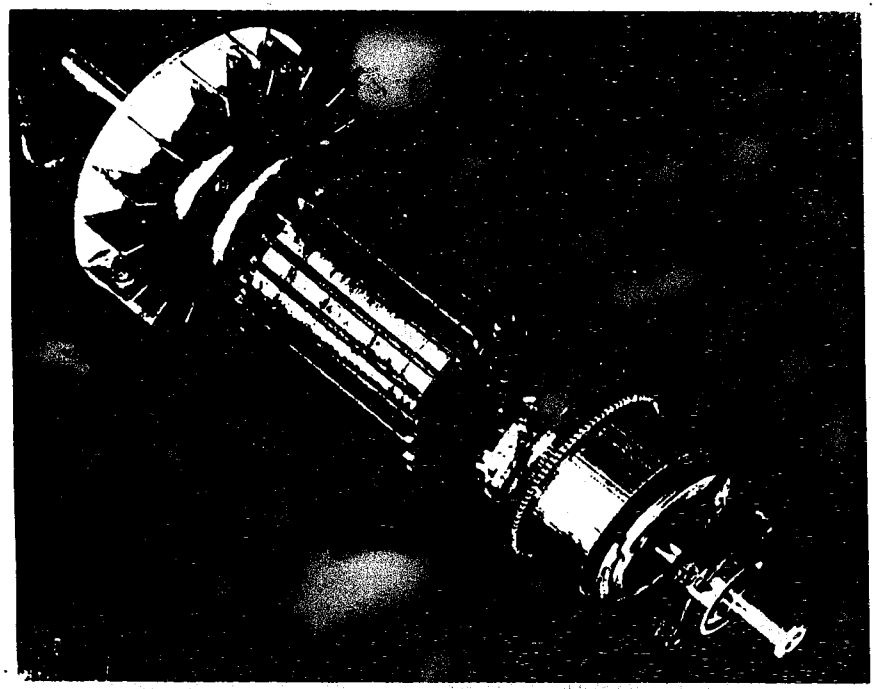


Fig 3-1 Armadura de um motor de c.c. (*General Electric Company*).

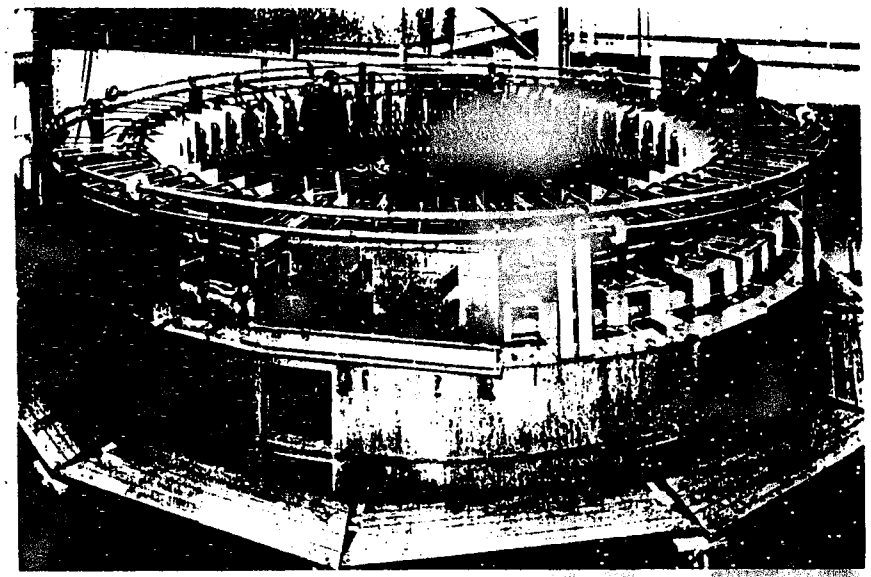


Fig 3-2 Estator de um gerador hidroelétrico para 190 MVA trifásico, 12 KV 375 rpm. Os condutores são ocos, com passagens pelas quais circula água refrigerante. (*Brown Boveri Corporation*)

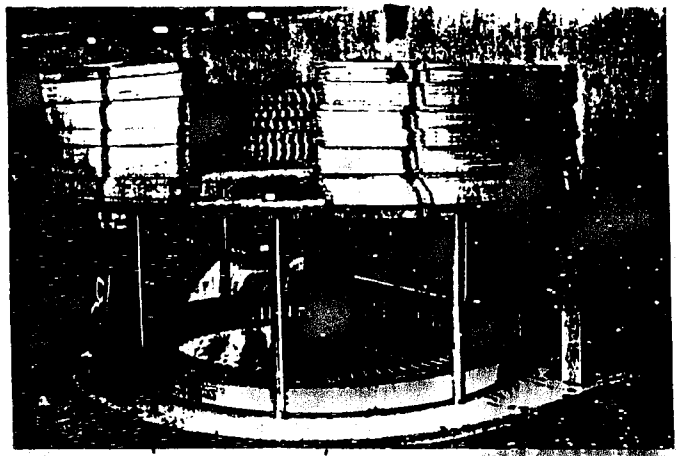


Fig 3-3 Núcleo de estator para um motor de c.a., parcialmente montado. (*Westinglouse Electric Corporation*)

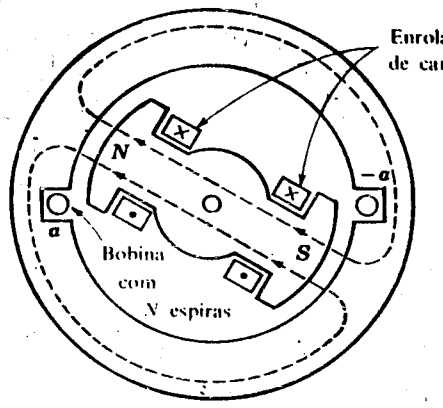


Fig. 3-4. Gerador síncromo elementar

a. Máquinas Síncronas Elementares

Podemos obter idéias preliminares da ação de gerador, discutindo a tensão induzida na armadura do gerador de c.a. síncrono mostrado, muito simplificado, na Fig. 3-4. Com raras exceções, o enrolamento de armadura de uma máquina síncrona está no estator, e o enrolamento de campo está no rotor, como na Fig. 3-4. O enrolamento de campo é excitado por corrente contínua, levada até ele por meio de *escovas* de carvão, apoiadas sobre *anéis coletores*. Usualmente, os fatores estruturais ditam esta orientação dos 2 enrolamentos; é vantajoso ter o enrolamento de campo, de baixa potência, sobre o rotor. O enrolamento de armadura, consistindo de uma só bobina de N espiras, é indicado em seção transversal pelos dois lados da bobina a e $-a$ colocados em

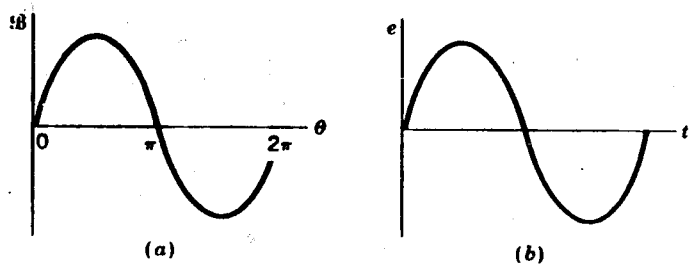


Fig. 3-5. (*a*) Distribuição espacial de indução magnética e (*b*) forma de onda correspondente da tensão gerada

ranhuras estreitas, diametralmente opostas na periferia interna do estator da Fig. 3-4. Os condutores que formam estes lados da bobina são paralelas ao eixo da máquina e são ligados em série por conexões nas extremidades, não mostradas na figura. O rotor gira a velocidade constante, acionado por uma fonte de potência mecânica acoplada ao seu eixo. Os caminhos do fluxo são mostrados por linhas tracejadas na Fig. 3-4.

A distribuição radial da indução magnética de entreferro é mostrada na Fig. 3-5*a* em função do ângulo espacial ao longo da periferia do entreferro. A onda de indução magnética de máquinas reais pode ser feita aproximadamente igual a uma distribuição senoidal pelo ajuste apropriado da forma das sapatas polares. Conforme o rotor gira, a forma de onda de fluxo passa pelos lados da bobina a e $-a$. A tensão resultante na bobina (Fig. 3-5*b*) é uma função do tempo, tendo a mesma forma de onda da distribuição espacial de $\mathscr{B}$. A tensão da bobina passa por um ciclo completo de valores para cada rotação da máquina de 2 polos da Fig. 3-4. A freqüência em ciclos por segundo (hertz) é igual à velocidade do rotor em rotações por segundo; i.e., a freqüência elétrica está sincronizada com a velocidade mecânica, e esta é a razão para a designação de *máquina síncrona*. Então uma máquina síncrona de 2 polos precisa girar a 3.600 rpm para produzir uma tensão a 60 Hz.

Muitas máquinas síncronas têm mais do que 2 polos. Como um exemplo específico, a Fig. 3-6 mostra um alternador elementar de 4 polos, monofásico. As bobinas de campo são ligadas de modo que os polos são de polaridade alternadamente norte e sul. Há dois comprimentos de onda completos, ou ciclos, na distribuição de fluxo ao longo

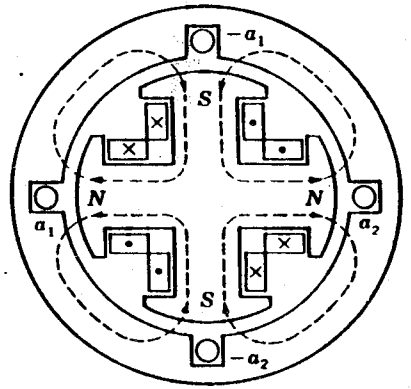


Fig. 3-6. Gerador síncromo de 4 polos, elementar

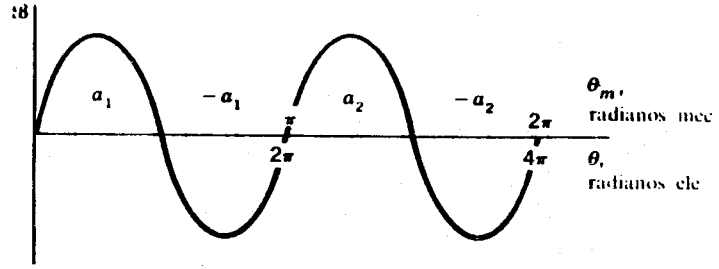


Fig. 3-7. Distribuição espacial de indução magnética em um gerador síncromo de 4 polos.

da periferia, como mostrado na Fig. 3-7. O enrolamento de armadura agora consiste de 2 bobinas a_1, $-a_1$, e a_2, $-a_2$ ligadas em série por suas conexões nas extremidades. O passo de cada bobina é metade do comprimento de onda de fluxo. A tensão gerada agora passa por dois ciclos completos por revolução do rotor. A freqüência f em hertz é, então, duas vezes a velocidade em rotações por segundo.

Quando uma máquina tem mais do que 2 polos, é conveniente concentrar a atenção sobre um único par de polos, e reconhecer que as condições elétricas, magnéticas e mecânicas associadas a qualquer outro par de polos são repetições daquelas para o par em consideração. Por esta razão, é conveniente expressar ângulos em *graus elétricos* ou *radianos elétricos* em lugar de unidades mecânicas. Um par de polos em uma máquina de P polos, ou um ciclo de distribuição de fluxo, é igual a 360 graus elétricos ou radianos elétricos. Desde que há $P/2$ comprimentos de onda completos ou ciclos, em uma revolução completa, segue-se que

$$\theta = \frac{P}{2}\theta_m \tag{3-1}$$

onde θ é o ângulo em unidades elétricas e θ_m é o ângulo mecânico. A tensão de bobina de uma máquina de P polos passa por um ciclo completo toda vez que um par de polos passa por ela, ou $P/2$ vezes cada rotação. A freqüência da onda de tensão é, portanto,

$$f = \frac{P}{2}\frac{n}{60} \quad \text{Hz} \tag{3-2}$$

onde n é a velocidade mecânica em repm e $n/60$ é a velocidade em rotação por segundo. A freqüência angular ω da onda de tensão é

$$\omega = \frac{P}{2}\omega_m \tag{3-3}$$

onde ω_m é a velocidade mecânica em radianos por segundo.

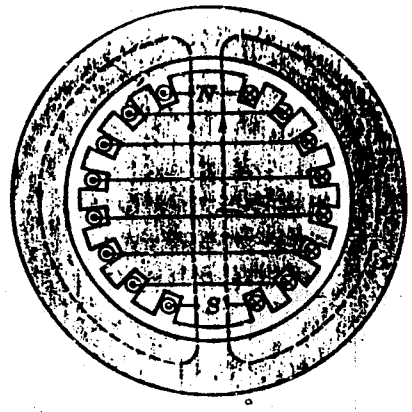


Fig. 3-8. Enrolamento de campo de 2 polos em rotor cilíndrico, elementar.

Os rotores mostrados nas Figs. 3-4 e 3-6 têm polos *salientes*, com enrolamentos *concentrados*. A Fig. 3-8 mostra esquematicamente um rotor de polos *não-salientes*, ou *cilíndrico* ou liso. O enrolamento de campo é um enrolamento *distribuído*, colocado em ranhuras e arranjado de modo a produzir um campo aproximadamente senoidal de 2 polos. As razões estruturais para a escolha entre rotores com polos salientes e rotores cilíndricos, para os geradores síncronos, podem ser apreciadas com auxílio da Eq. 3-2. A maioria dos sistemas de potência nos Estados Unidos funciona a uma freqüência de 60 Hz. Uma construção de polos salientes é característica de geradores hidrelétricos porque as turbinas hidráulicas funcionam com velocidades relativamente baixas, e um número relativamente grande de polos é necessário para produzir a freqüência desejada; a construção de polos salientes adapta-se mais, mecânicamente, a esta situação. O rotor de um grande gerador hidrelétrico é mostrado na Fig. 3-9. As turbinas a vapor e as turbinas a gás, por outro lado, funcionam melhor com velocidades relativamente altas, e os alternadores acionados por turbinas, ou *turbogeradores*, são comumente máquinas de 2 ou 4 polos com rotor cilíndrico. Os rotores são feitos de uma única, ou de diversas peças de aço forjadas, como mostrado nas Figs. 3-10 e 3-11.

Com poucas exceções, os geradores síncronos são máquinas trifásicas, devido às vantagens dos sistemas trifásicos para a geração, a transmissão e a utilização de grandes potências. Para a produção de um conjunto de três tensões defasadas de 120 graus elétricos no tempo, é necessário um mínimo de 3 bobinas deslocadas de 120 graus elétricos no espaço. Uma máquina elementar trifásica, 2 polos, com uma bobina por fase,

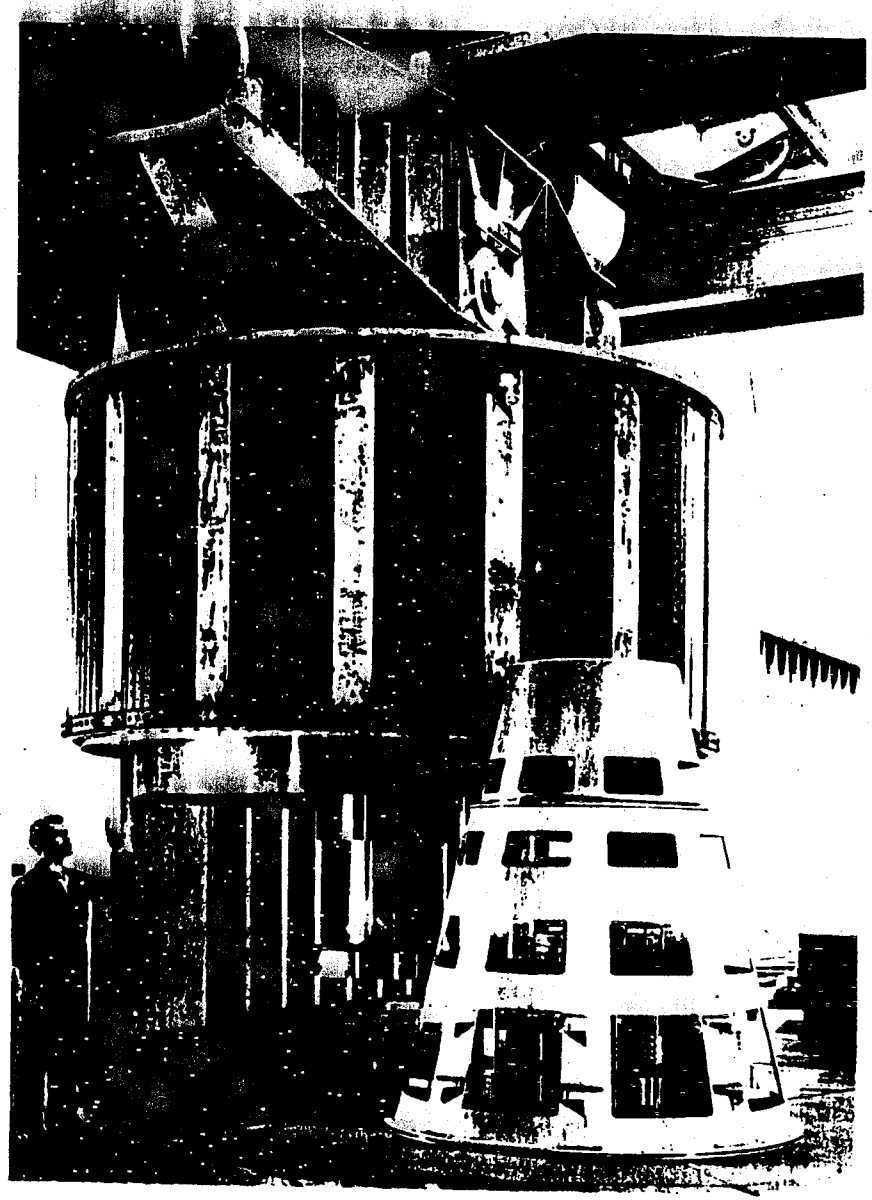


Fig. 3-9. Rotor refrigerado a água do gerador hidroelétrico cujo estator está mostrado na Fig. 3-2. (*Brown Boveri Corporation*.)

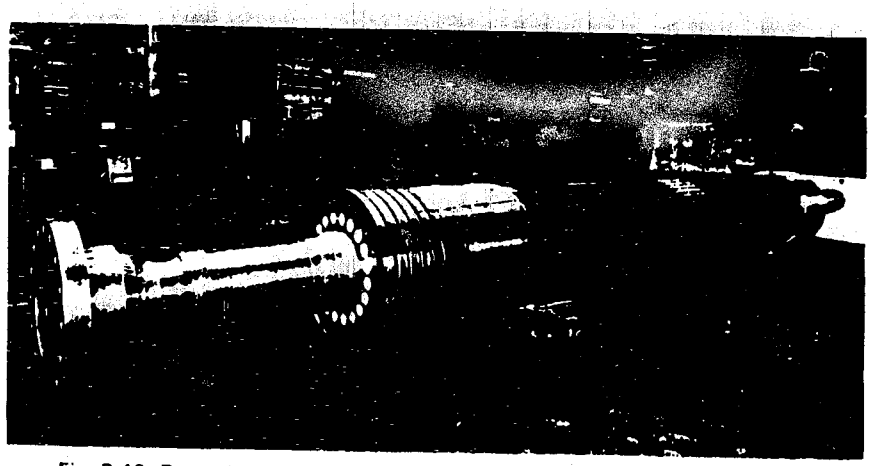


Fig. 3-10. Rotor de um turbogerador de 2 polos, 3.600 rpm. (*Westinglouse Electric Corporation*.)

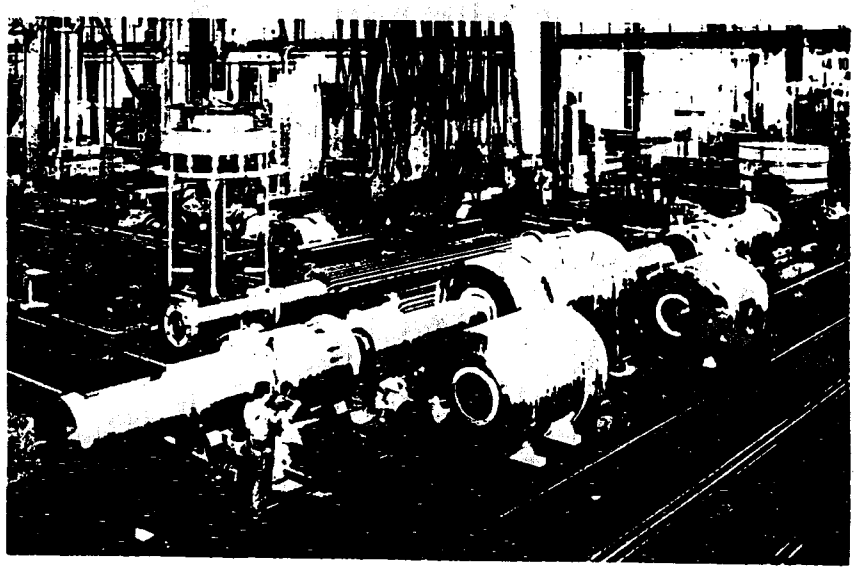


Fig. 3-11. Partes de um rotor de várias peças para um turbogerador de 1 333 MVA, trifásico, 4 polos, 1.800 rpm. As peças forjadas separadas serão encaixadas a quente sobre o eixo antes da usinagem final e da fresagem das ranhuras para os enrolamentos. O peso total do rotor é cerca de 197 toneladas. Este é o mesmo gerador mostrado na Fig. 4-23. (*Brown Boveri Corporation*.)

é mostrada na Fig. 3-12*a*. As 3 fases são designadas pelas letras *a*, *b* e *c*. Em uma máquina elementar de 4 polos, um mínimo de dois de tais conjuntos de bobinas precisa ser usado, como ilustrado na Fig. 3-12*b*; em uma máquina elementar de P polos, são necessários $P/2$ tais conjuntos. As 2 bobinas em cada fase na Fig. 3-12*b*, são ligadas em série de modo que suas tensões se somam, e as 3 fases podem então ser ligadas em Y ou Δ. A Fig. 3-12*c* mostra como as bobinas são interligadas para formar uma ligação Y.

Quando um gerador síncrono supre potência elétrica a uma carga, a corrente na armadura cria uma onda de fluxo no entreferro, que gira à velocidade síncrona, como será mostrado no Item 3-4. Este fluxo reage com o fluxo criado pela corrente de campo e resulta daí um conjugado eletromagnético, devido à tendência dos dois campos magnéticos se alinharem. Em um gerador, este conjugado se opõe à rotação, e a máquina motriz deve aplicar conjugado mecânico a fim de sustentar a rotação. O conjugado eletromagnético é o mecanismo através do qual maior potência elétrica de saída exige maior potência mecânica de entrada.

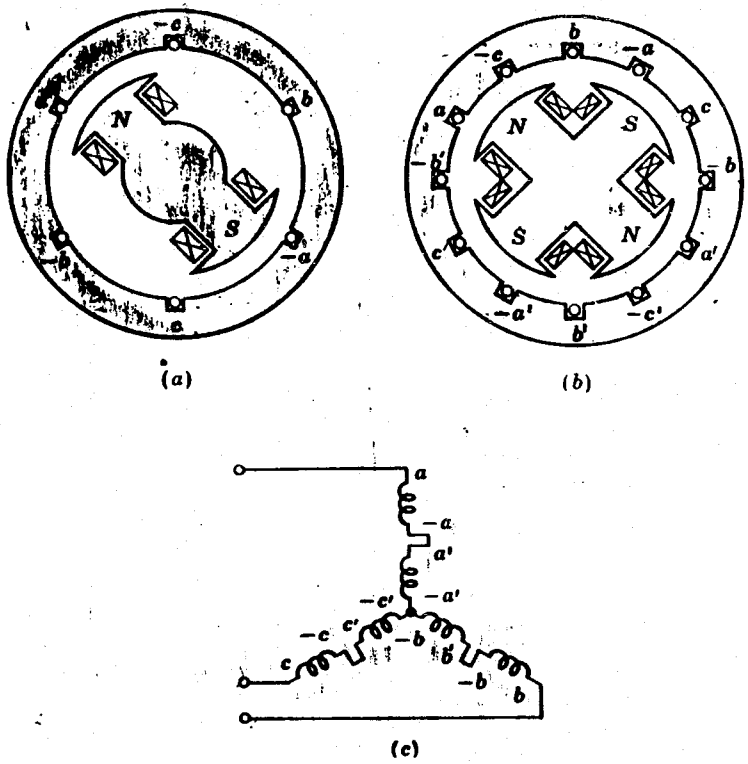


Fig. 3-12. Geradores trifásicos elementares. (*a*) de 2 polos; (*b*) de 4 polos; (*c*) ligação dos enrolamentos em Y.

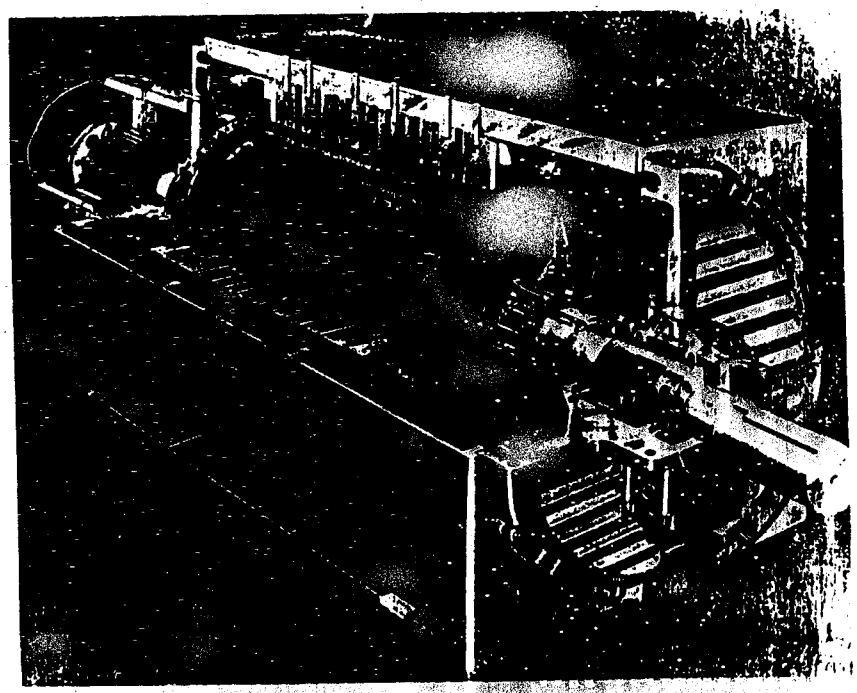


Fig. 3-13. Vista em corte de um motor síncromo de alta velocidade. A excitatriz mostrada na extremidade esquerda do rotor é um pequeno gerador de c.a. com retificadores semicondutores montados no rotor. (*General Electric Company*)

Correspondentemente ao gerador síncrono, temos o *motor síncrono*. Uma vista em corte de um motor síncrono trifásico, 60 Hz, é mostrada na Fig. 3-13. A corrente alternada é fornecida ao enrolamento de armadura (usualmente o estator) e a excitação de c.c. é suprida ao enrolamento de campo (usualmente o rotor). O campo magnético das correntes de armadura gira à velocidade síncrona. Para produzir um conjugado eletromagnético permanente, os campos magnéticos do estator e rotor precisam ser constantes em amplitude e estacionários com respeito um ao outro. Em um motor síncrono, a velocidade de regime permanente é determinada pelo número de polos e a freqüência da corrente de armadura, exatamente como na Eq. 3-2 ou 3-3 para um gerador síncrono. Assim, um motor síncrono alimentado por uma fonte de c.a. de fre-

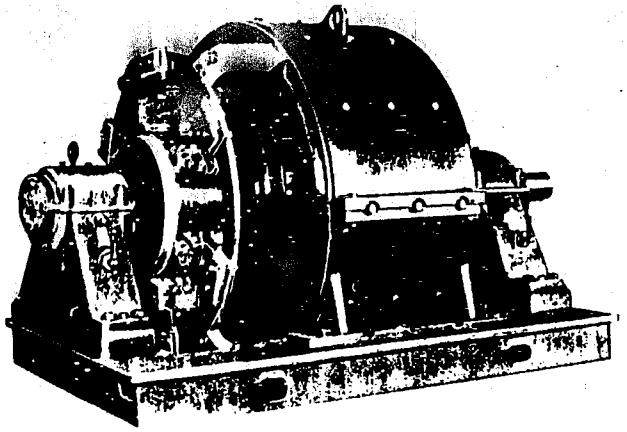


Fig. 3-14. Um grande motor de c.c., mostrando a monstagem das escovas e o comutador. (*Westinghouse Electric Company.*)

qüência constante precisa girar a uma velocidade constante em regime permanente.

Em um motor, o conjugado eletromagnético está na direção de rotação e equilibra o conjugado oponente exigido para mover a carga mecânica. A tensão rotacional, ou de velocidade, age então em oposição à tensão e à corrente aplicadas. Nos geradores e motores são produzidos um conjugado eletromagnético e uma tensão rotacional. Estes são os fenômenos essenciais para a conversão eletromecânica de energia. A análise quantitativa destes fenômenos será discutida de modo preliminar no Cap. 4 e em mais pormenores nos Caps. 6 e 10.

b. Máquinas Elementares de C.C.

O enrolamento de armadura de um gerador de c.c. está no rotor, e a corrente é conduzida até este enrolamento por meio de escovas de carvão. O enrolamento de campo está no estator e é excitado por corrente contínua. Uma fotografia de uma grande máquina de c.c. é mostrada na Fig. 3-14 e uma vista em corte de um motor de c.c., na Fig. 3-15.

Um gerador elementar de c.c. de 2 polos, é mostrado na Fig. 3-16. O enrolamento de armadura, consistindo de uma única bobina de N espiras, está indicado pelos dois lados da bobina a e $-a$ colocados em pontos diametralmente opostos sobre o rotor, com os condutores paralelos ao eixo. O rotor é normalmente girado a velocidade constante por

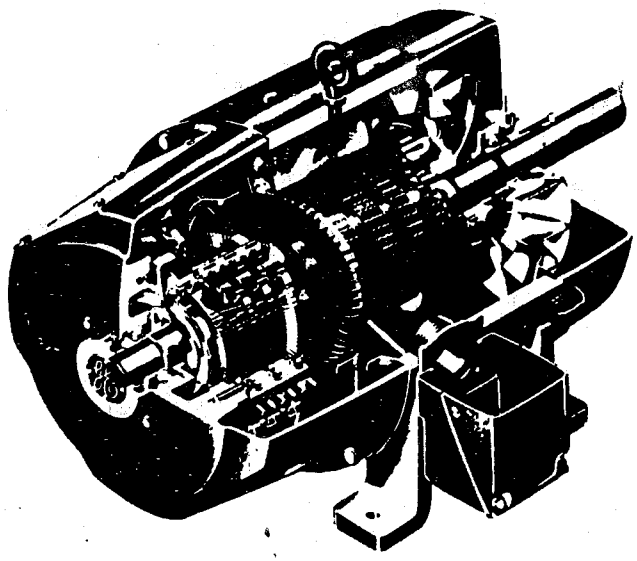


Fig. 3-15. Vista em corte de um motor de c.c. típico de média potência. (*General Electric Company.*)

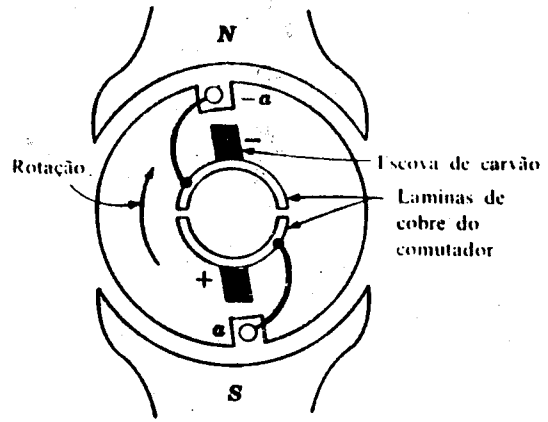


Fig. 3-16. Máquina de c.c. elementar, com comutador.

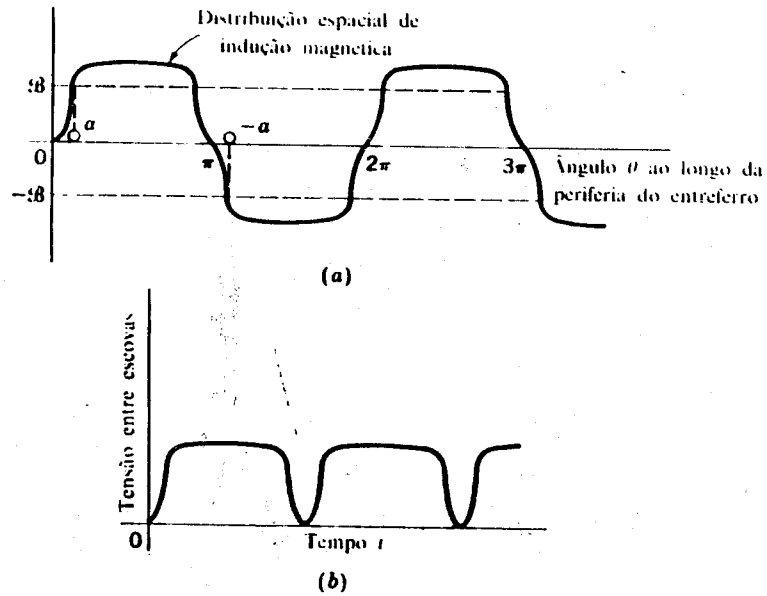


Fig 3-17 (*a*) Distribuição espacial da indução magnética de entreferro em uma máquina de c.c. elementar e (*b*) forma de onda da tensão entre escovas

uma fonte de potência mecânica ligada ao eixo. A distribuição de fluxo no entreferro é usualmente mais parecida com uma onda com o topo achatado, em lugar da onda senoidal encontrada em máquinas de c.a., e é mostrada na Fig. 3-17*a*. A rotação da bobina gera uma tensão que é uma função do tempo, tendo a mesma forma de onda da distribuição espacial da indução magnética.

Embora o objetivo último seja a geração de tensão contínua, a tensão induzida em uma bobina individual da armadura é uma tensão alternada. Esta tensão precisa, portanto, ser retificada. As vezes, a retificação é provida externamente, por exemplo, por meio de retificadores de semicondutores. A máquina é, então, um gerador de c.a. mais retificadores externos. Na máquina de c.c. convencional, a retificação é provida mecanicamente por meio de um *comutador*, que é um cilindro formado de lâminas de cobre, isoladas uma da outra por mica, e montadas sobre o eixo do rotor, mas dele isoladas. As escovas de carvão ou grafite, estacionárias, são mantidas apoiadas contra a superfície do comutador, e ligam o enrolamento aos terminais externos da armadura. O comutador e escovas podem ser vistos nas Figs. 3-14 e 3-15. A necessidade da comutação é a razão pela qual os enrolamentos de armadura de máquinas de c.c. são colocados sobre o rotor.

Para o gerador de c.c. elementar, o comutador toma a forma mostrada na Fig. 3-16. Para a direção de rotação mostrada, o comutador liga sempre o lado da bobina que está sob o poló sul à escova positiva, e o lado que está sob o polo norte à escova negativa. O comutador provê retificação de onda completa, modificando a forma de onda de tensão entre escovas naquela da Fig. 3-17*b*, e fornecendo uma tensão unidirecional ao circuito externo. A máquina de c.c. da Fig. 3-16 é, naturalmente, simplificada, a ponto de não ser realística no sentido prático, e será essencial mais tarde examinar a ação de comutadores mais realísticos.

Se corrente contínua circular pelo circuito externo ligado às escovas, será criado um conjugado pela interação dos campos magnéticos do estator e do rotor. Se a máquina estiver agindo como gerador, este conjugado se oporá à rotação. Se ela estiver agindo como um motor, o conjugado eletromagnético agirá na direção de rotação. Observações semelhantes àquelas já feitas, com relação aos papéis desempenhados pela tensão gerada e conjugado eletromagnético no processo de conversão de energia em máquinas síncronas, aplicam-se igualmente a máquinas de c.c. Pode ser obtida uma ampla variedade de características de operação, como será mostrado em um modo preliminar mais adiante no Cap. 4, e com mais pormenores nos Caps. 5 e 9.

c. Máquinas de Indução Elementares

Uma terceira forma de excitar os enrolamentos do estator e do rotor ocorre na *máquina de indução*, na qual há correntes alternadas nos dois enrolamentos, do estator e do rotor. O exemplo mais comum é o motor de indução, no qual a corrente alternada é fornecida diretamente ao estator e por indução (i.e., por ação de transformador) ao rotor. A máquina de indução pode ser considerada como um transformador generalizado, no qual ocorre transformação de potência elétrica entre estator e rotor, com mudança de freqüência e com fluxo de potência mecânica. Embora o motor de indução seja o mais comum de todos os motores, a máquina de indução é raramente usada como gerador; suas características de desempenho como gerador não são satisfatórias para a maioria das aplicações. A máquina de indução pode ser empregada também como conversor de freqüência.

No motor de indução, o enrolamento de estator é essencialmente o mesmo do motor síncrono. No rotor, o enrolamento é eletricamente fechado sobre si mesmo, e quase sempre não tem terminais externos; as correntes são induzidas nele pela ação de transformador do enrolamento do estator. Uma vista em corte de um motor de indução é mostrada na Fig. 3-18. A característica usual de velocidade-conjugado do motor de indução apresenta uma ligeira queda de velocidade ao aumentar

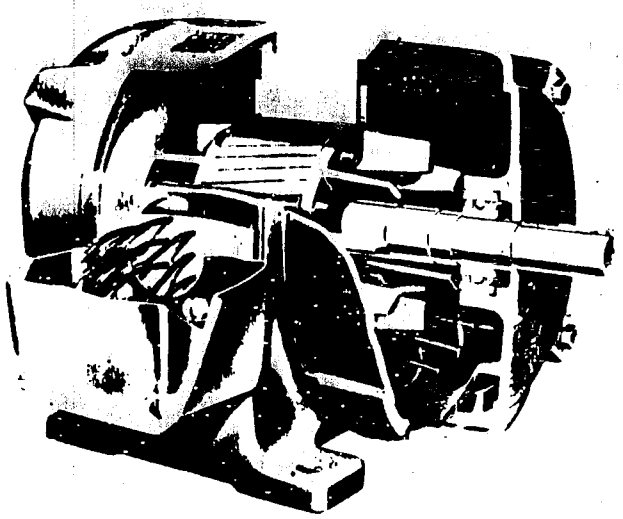


Fig. 3-18 Vista em corte de um motor de indução (*Westinghouse Electric Corporation*)

carga ao seu eixo. Estas características serão discutidas em um modo preliminar no Cap. 4, e com mais pormenores nos Caps. 7 e 10.

Assim, uma variedade de tipos básicos de máquinas é disponível, todas funcionando sobre os mesmos princípios básicos e cada uma tendo suas próprias características e usos especiais. Obviamente, é necessário um estudo subseqüente dos campos magnéticos que interagem, para uma compreensão da teoria básica. Desde que a geometria de máquinas rotativas é bastante complicada para permitir uma solução direta por meio de teoria de campos, será necessário desenvolver um modelo matemático simplificado através de aproximações simplificadoras razoáveis.

3-2 TENSÃO GERADA

O estudo das tensões induzidas num enrolamento de armadura de máquina rotativa, inicia-se considerando a tensão induzida em uma bobina, e se completa pela adição das tensões das bobinas individuais, na maneira ditada pela interligação específica das bobinas que formam o enrolamento completo. A natureza geral da tensão induzida já foi discutida no Item 3-1. O valor da tensão será determinado pela lei de Faraday.

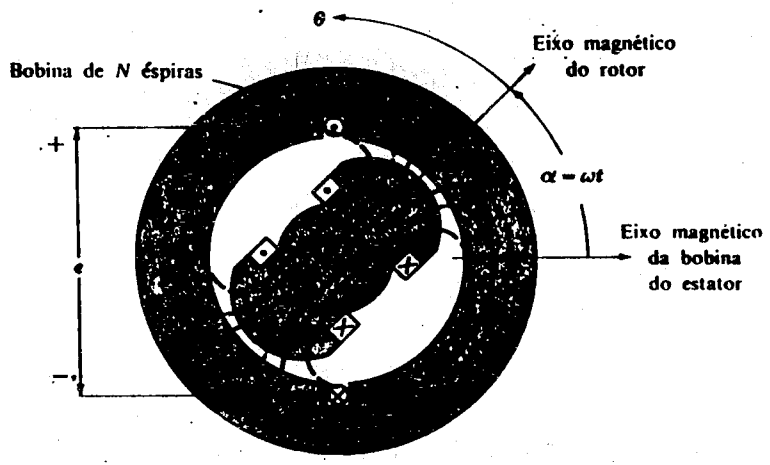


Fig. 3-19. Máquina de c.a. de 2 pólos, elementar, com bobina de estator de N espiras.

a. Máquinas de C.A.

Uma máquina de c.a. elementar é mostrada em seção transversal na Fig. 3-19. O enrolamento de armadura é uma única bobina de N espiras cujos lados são colocados em ranhuras estreitas, diametralmente opostas, na periferia interna do estator. A bobina estende-se por 180 graus elétricos, ou um passo polar completo, e é então uma bobina de *passo pleno*. Para simplicidade é indicada uma máquina de 2 polos, sendo escolhida a de polos salientes para facilidade de representação somente. Supõe-se que o enrolamento de campo no rotor produz uma onda espacial senoidal de indução magnética $\mathscr{B}$ na superfície do estator. O rotor está girando à velocidade angular constante de ω radianos elétricos por segundo.

Quando os polos do rotor estão alinhados com o eixo magnético da bobina do estator, o fluxo concatenado com a bobina de estator é $N\Phi$, onde Φ é o fluxo de entreferro por polo. Para a onda de indução magnética senoidal considerada,

$$\mathscr{B} = B_{\text{pico}} \cos \theta \tag{3-4}$$

onde B_{pico} é o valor de pico no centro do polo do rotor, e θ é medido em radianos elétricos a partir do eixo do rotor. O fluxo no entreferro

por polo é a integral da indução magnética sobre a área polar; assim, para uma máquina de 2 polos,

$$\Phi = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} B_{pico} \cos\theta \, lr \, d\theta = 2B_{pico} lr \tag{3-5}$$

onde l é o comprimento axial do estator e r é o raio no entreferro. Para uma máquina de P polos,

$$\Phi = \frac{2}{P} 2B_{pico} lr \tag{3-6}$$

porque a área polar é $2/P$ vezes a da máquina de 2 polos de mesmo comprimento e diâmetro.

Conforme o rotor gira, o fluxo concatenado varia com o co-seno do ângulo α entre os eixos magnéticos do estator e do rotor. Com o rotor girando à velocidade angular constante ω, o fluxo concatenado com a bobina do estator é

$$\lambda = N\Phi \cos\omega t \tag{3-7}$$

onde o tempo t é arbitrariamente considerado nulo quando o pico da onda de indução magnética coincide com o eixo magnético da bobina do estator. Pela lei de Faraday, a tensão induzida na bobina do estator é

$$e = -\frac{d\lambda}{dt} = \omega N\Phi \operatorname{sen}\omega t - N\frac{d\Phi}{dt}\cos\omega t \tag{3-8}$$

O sinal menos associado à lei de Faraday na Eq. 3-8 corresponde às direções de referência para gerador como mostrado na Fig. 3-19. Isto é, enquanto o fluxo concatenado com a bobina estiver diminuindo, será induzida nela uma fem. na direção que tende a produzir uma corrente que impediria a diminuição do fluxo concatenado com a bobina.

O primeiro termo no primeiro membro da Eq. 3-8 é uma tensão de velocidade, devida ao movimento relativo do campo e da bobina. O segundo termo é uma tensão de transformador, e está presente somente quando a amplitude da onda de indução magnética varia com o tempo. No funcionamento normal em regime permanente da maioria das máquinas rotativas, a amplitude da onda de fluxo de entreferro é constante e a tensão induzida é simplesmente a tensão de velocidade,

$$e = \omega N\Phi \operatorname{sen}\omega t \tag{3-9}$$

A Eq. 3-9 foi deduzida diretamente da lei de Faraday. Alternadamente, a tensão e induzida em um condutor de comprimento que se move com velocidade linear v em um campo magnético constante

no tempo, de indução magnética B, é dada pela equação de "corte de fluxo"

$$e = Blv \tag{3-10}$$

onde B, l, e v são mutuamente perpendiculares. Quando propriamente interpretada, esta equação também se aplica a máquinas rotativas e dá outra possível base para visualizar as tensões induzidas. Para mostrar que a Eq. 3-10 se aplica a máquinas rotativas, será deduzida da Eq. 3-9.

Substituindo a Eq. 3-6 na Eq. 3-9 temos

$$e = \omega N \frac{2}{P} 2B_{pico} lr \operatorname{sen}\omega t \tag{3-11}$$

$$e = \frac{2}{P}\omega r(2lN) B_{pico} \operatorname{sen}\omega t \tag{3-12}$$

Agora $B_{pico} \operatorname{sen}\omega t$ é a indução magnética B_{bobina} no lado a da bobina, Fig. 3-19, $2\omega/P$ é a velocidade angular mecânica ω_m, e $2lN$ é o comprimento ativo total dos condutores nos dois lados da bobina; para uma bobina concentrada, passo pleno,

$$e = B_{bobina}(2lN)r\omega_m = B_{bobina}(2lN)v \tag{3-13}$$

onde $v = r\omega_m$ é a velocidade linear do condutor relativa ao campo. Mesmo se os condutores estão encaixados em ranhuras, a tensão pode ser calculada pelo conceito de "corte de fluxo", segundo a Eq. 3-10, exatamente como se os condutores fossem levantados para fora das ranhuras diretamente no campo de entreferro.

No funcionamento normal em regime permanente de máquinas de c.a., nós estamos usualmente interessados nos valores eficazes de tensões e correntes em lugar de seus valores instantâneos. Da Eq. 3-9, o valor máximo da tensão induzida é

$$E_{max} = \omega N\Phi = 2\pi f N\Phi \tag{3-14}$$

e seu valor eficaz é

$$E_{ef} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N\Phi = 4{,}44 f N\Phi \tag{3-15}$$

onde f é a freqüência em hertz. Estas equações são idênticas em forma às correspondentes equações de fem para um transformador. O movimento relativo de uma bobina, e de uma onda espacial de indução magnética com amplitude constante produz o mesmo efeito de tensão, em uma máquina rotativa, como um fluxo variável no tempo associado a bobinas estacionárias em um transformador. A rotação, com efeito,

introduz o elemento de tempo e transforma uma distribuição *espacial* de indução magnética em uma variação no *tempo* de tensão.

A tensão induzida é uma tensão monofásica. Para a produção de tensões trifásicas, é necessário usar 3 bobinas deslocadas de 120 graus elétricos no espaço, como mostrado em forma elementar na Fig. 3-12. A Eq. 3-15 então dá a tensão eficaz por fase quando N é o total de espiras em série por fase. Todos estes enrolamentos elementares são enrolamentos concentrados de passo pleno porque os dois lados de qualquer bobina estão distantes 180 graus elétricos e todas as espiras desta bobina estão concentradas em um par de ranhuras. Em enrolamentos de máquinas de c.a. reais, as bobinas de armadura de cada fase são distribuídas em um número de ranhuras, como pode ser visto na Fig. 3-2. Um enrolamento distribuído faz melhor uso do ferro e cobre e melhora a forma de onda. Para enrolamentos distribuídos, precisa ser considerado um fator de distribuição k_w, pois as fems induzidas nas bobinas individuais de qualquer grupo monofásico não estão em fase no tempo. Sua soma fasorial, quando eles são ligados em série, é então menor do que sua soma numérica. (Ver Apêndice B para detalhes. Para a maioria dos enrolamentos trifásicos, k_w é cerca de 0,85 a 0,95). Para enrolamentos distribuídos, a Eq. 3-15 torna-se

$$E_{ef} = 4{,}44 f k_w N_{fs} \Phi \text{ volts por fase} \qquad (3\text{-}16)$$

onde N_{fs} é o número de espiras em série por fase.

b. Máquinas de C.C.

Mesmo se o objetivo último é a geração de uma tensão contínua, é evidente que uma tensão de velocidade gerada em uma bobina de armadura é uma tensão alternada. A forma de onda alternada precisa portanto ser retificada. A retificação mecânica é provida pelo comutador, o dispositivo já descrito em forma elementar no Item 3-1*b*. Para a única bobina da Fig. 3-16, o comutador provê retificação de onda completa. Mantendo a hipótese de distribuição de fluxo senoidal, a forma de onda de tensão entre escovas é transformada naquela da Fig. 3-20. O valor médio, ou de c.c., da tensão entre escovas é

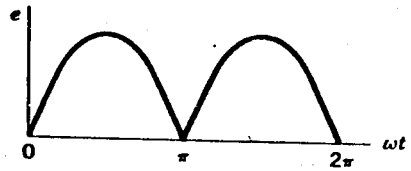


Fig. 3-20. Tensão entre escovas em uma máquina de c.c. elementar

$$E_a = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \omega N\Phi \operatorname{sen} \omega t \, d(\omega t) = \frac{2}{\pi}\omega N\Phi \qquad (3\text{-}17)$$

Para máquinas de c.c. é usualmente mais conveniente expressar a tensão E_a em termos da velocidade mecânica ω_m rad/s ou n rpm. A substituição da Eq. 3-3 na Eq. 3-17, para uma máquina de P polos, então, permite escrever

$$E_a = \frac{PN}{\pi}\Phi\omega_m = 2PN\Phi\frac{n}{60} \qquad (3\text{-}18)$$

O enrolamento de c.c. de bobina única implícito aqui é, naturalmente, pouco realístico no sentido prático, e será essencial mais tarde examinar mais cuidadosamente a ação de comutadores. Na realidade, a Eq. 3-18 dá resultados igualmente corretos para os enrolamentos de armadura distribuídos de c.c., que correspondem a um caso mais prático, mas desde que N seja tomado como o número total de espiras em série entre os terminais de armadura. Usualmente a tensão é expressa em termos do número total de condutores ativos Z_a e o número a de caminhos paralelos através do enrolamento de armadura. Como são necessários dois lados de bobina para fazer uma espira e $1/a$ destes são ligados em série, o número de espiras em série é $N = Z_a/2a$. Substituindo este resultado na Eq. 3-18 então, fornece

$$E_a = \frac{PZ_a}{2\pi a}\Phi\omega_m = \frac{PZ_a}{a}\Phi\frac{n}{60} \qquad (3\text{-}19)$$

Temos agora expressões quantitativas úteis para calcular a tensão eficaz induzida em máquinas de c.a., Eq. 3-16, e para a tensão induzida média entre escovas em máquinas de c.c., Eq. 3-19. Em seguida, examinaremos os campos magnéticos produzidos pelas correntes nos enrolamentos de armadura.

3-3 FMM DE ENROLAMENTOS DISTRIBUÍDOS

A maior parte das armaduras tem enrolamentos distribuídos i.e., enrolamentos que abrangem certo número de ranhuras ao longo da periferia do entreferro, como mostrado nas fotografias das Figs. 3-1 e 3-2. As bobinas individuais são interligadas de modo que o resultado é um campo magnético tendo o mesmo número de polos que o enrolamento de campo.

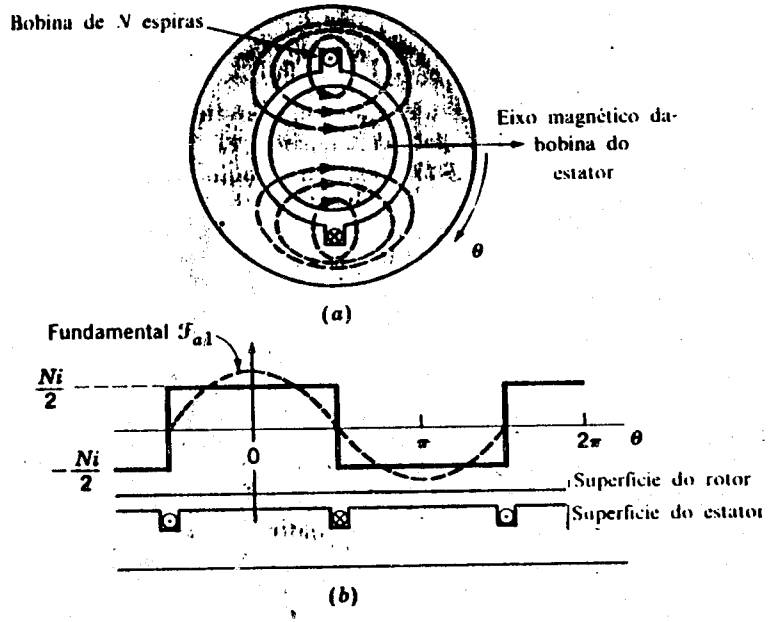


Fig. 3-21. A fmm de uma bobina concentrada, passo pleno

Como no estudo das tensões geradas, o estudo dos campos magnéticos de enrolamentos distribuídos pode ser abordado pelo estudo do campo magnético da bobina única, de passo pleno, N espiras, mostrada na Fig. 3-21*a*. Os pontos e cruzes indicam correntes saindo e entrando no plano da figura, respectivamente. Por simplicidade, é mostrado um rotor cilíndrico concêntrico. A natureza geral do campo magnético produzido pela corrente na bobina é mostrada pelas linhas tracejadas na Fig. 3-21*a*. Como a permeabilidade do ferro da armadura e do campo é muito maior do que a do ar, é suficiente para nossos objetivos presentes supor que toda a relutância do circuito magnético está nos dois entreferros. Da simetria da estrutura é evidente que a intensidade de campo magnético no entreferro, correspondente ao ângulo θ sob um polo, tem o mesmo valor numérico que aquela correspondente a $\theta + \pi$ sob o polo oposto, mas os dois campos estão em direções opostas.

Ao longo de qualquer dos caminhos fechados mostrados pelas linhas de fluxo na Fig. 3-21*a* a fmm é Ni, ou a fmm em cada polo é $Ni/2$ ampère-espiras por polo, onde i é a corrente na bobina. A Fig. 3-21*b*

mostra este enrolamento em forma desenvolvida num plano. A onda de fmm é mostrada pela distribuição em degraus de amplitude $\pm Ni/2$. Na suposição de aberturas de ranhuras estreitas, a onda de fmm pula abruptamente por Ni ao cruzar de um lado ao outro de uma bobina.

a. Máquinas de C.A.

No projeto de máquinas de c.a., são feitos sérios esforços para distribuir o enrolamento de modo a produzir, com boa aproximação, uma distribuição espacial senoidal de fmm. A nossa atenção será centralizada na componente fundamental.

A onda de retangular fmm da bobina concentrada, passo pleno, da Fig. 3-21*b*, pode ser desenvolvida em série de Fourier, com uma fundamental e uma série de harmônicas ímpares. A componente fundamental $\mathcal{F}_{a1}$ é

$$\mathcal{F}_{a1} = \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2}\cos\theta \tag{3-20}$$

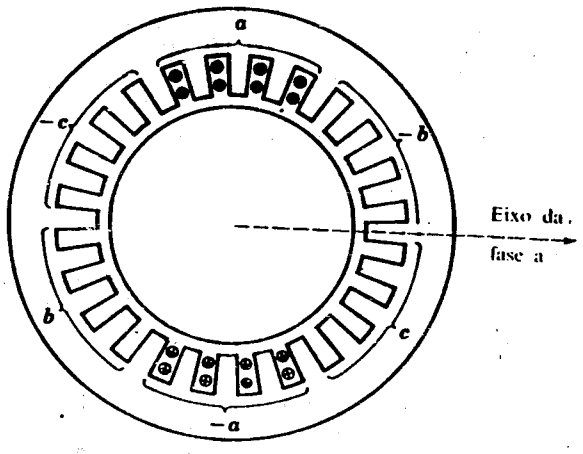
onde θ é medido a partir do eixo da bobina do estator, como mostrado pela senóide pontilhada na Fig. 3-21*b*. É uma onda espacial senoidal, de amplitude

$$F_{1\text{pico}} = \frac{4}{\pi}\frac{Ni}{2} \tag{3-21}$$

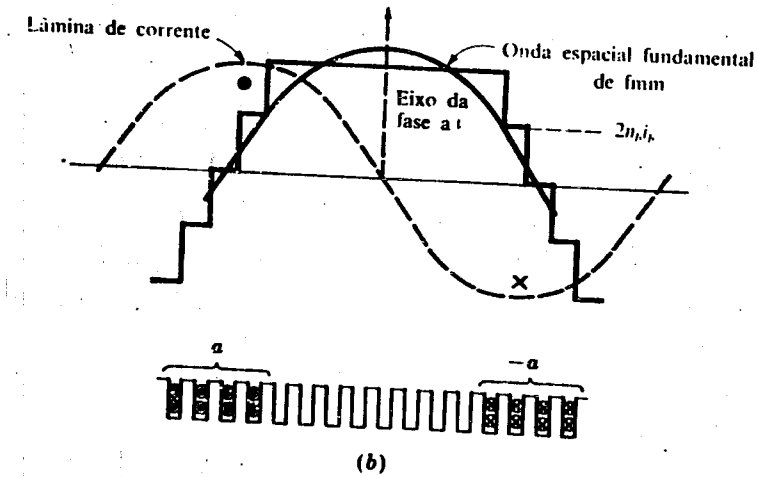
com seu pico alinhado com o eixo magnético da bobina.

Agora, considere-se o efeito da distribuição de um enrolamento em várias ranhuras. Por exemplo, a Fig. 3-22*a* mostra a fase *a* do enrolamento de armadura de uma máquina de c.a., 2 polos, trifásica, algo simplificada. As fases *b* e *c* ocupam as ranhuras vazias. Os enrolamentos das 3 fases são idênticos e são colocados com seus eixos magnéticos distantes 120 graus elétricos. Consideremos inicialmente a fase *a* apenas, deixando a discussão dos efeitos de todas as 3 fases até o Art. 3-4. O enrolamento é arranjado em duas camadas, cada bobina de n_b espiras tendo um lado no topo de uma ranhura e o outro lado no fundo de uma ranhura um passo polar adiante. O arranjo em duas camadas simplifica o problema geométrico de conseguir as espiras finais das bobinas individuais passando umas após as outras.

A Fig. 3-22*b* mostra um polo deste enrolamento desenvolvido num plano. A onda de fmm é uma série de degraus, cada um de altura $2n_{b}i_{b}$ iguais aos ampères-condutores na ranhura, onde i_b é a corrente na bobina. Sua componente espacial fundamental é mostrada pela senóide. Pode ser visto que o enrolamento distribuído produz uma aproximação melhor a uma onda de fmm senoidal do que a bobina concentrada da Fig. 3-21.



(a)



(b)

Fig. 3-22. A fmm de 1 fase de um enrolamento trifásico, 2 polos, distribuído, com bobinas de passo pleno.

A onda fundamental de fmm resultante de um enrolamento distribuído é menor que a soma das componentes fundamentais das bobinas individuais, porque os eixos magnéticos das bobinas individuais não estão alinhados com a resultante. A forma modificada da Eq. 3-20

para um enrolamento distribuído de P polos tendo N_{fs} espiras em série por fase é

$$\mathcal{F}_{a1} = \frac{4}{\pi} k_w \frac{N_{fs}}{P} i_a \cos\theta \tag{3-22}$$

na qual o fator $4/\pi$ vem da análise em série de Fourier da onda retangular de fmm de uma bobina concentrada passo pleno, como na Eq. 3-20, e o fator de distribuição k_w leva em conta a distribuição do enrolamento. (Veja o Apêndice B para detalhes.) Através do uso de bobinas de passo fracionário e outros artifícios, os efeitos de harmônicas espaciais em máquinas de c.a. pode ser bem reduzido.

A Eq. 3-22 descreve a componente espacial fundamental da onda de fmm produzida pela corrente na fase *a*. Ela é igual à onda de fmm produzida por uma lâmina de corrente finamente dividida e distribuída senoidalmente na periferia interna do estator, como mostrado pela onda senoidal chamada "lâmina de corrente" na Fig. 3-22*b*. A fmm é uma onda estacionária cuja distribuição *espacial* ao redor da periferia é descrita por $\cos\theta$. Seu máximo está ao longo do eixo magnético da fase *a* e sua amplitude de pico é proporcional à corrente instantânea i_a. Conseqüentemente, se a corrente é $i_a = I_m \cos\omega t$, o máximo do pico no *tempo*, é

$$F_{max} = \frac{4}{\pi} k_w \frac{N_{fs}}{P} I_m \tag{3-23}$$

No Item 3-4 estudaremos o efeito de correntes trifásicas em todas as 3 fases.

b. Máquinas de C.C.

Devido às restrições impostas pelo comutador no arranjo do enrolamento, a onda de fmm da armadura de uma máquina de c.c. assemelha-se mais a uma onda triangular do que à onda senoidal das máquinas de c.a. Por exemplo, a Fig. 3-23 mostra esquematicamente, em seção transversal, a armadura de uma máquina de c.c. de 2 polos. (Na prática, provavelmente será usado um maior número de ranhuras.) As direções de correntes são mostradas por pontos e cruzes. O enrolamento de armadura é equivalente a uma bobina enrolada ao redor da armadura e produzindo um campo magnético cujo eixo é vertical. Conforme a armadura gira, as ligações da bobina ao circuito externo são mudadas através da ação do comutador, de modo que o campo magnético da armadura está sempre perpendicular àquele do enrolamento de campo, do que resulta um conjugado unidirecional contínuo. A ação do comutador é descrita no Item 4-3.

A Fig. 3-24*a* mostra este enrolamento desenvolvido no plano. A onda de fmm é mostrada na Fig. 3-24*b*. Na hipótese de ranhuras estreitas, a onda consiste de uma série de degraus. A altura de cada degrau é igual ao número de ampères-condutores $2n_b i_b$ em uma ranhura, onde n_b é o número de espiras em cada bobina e i_b é a corrente de bobina, considerando-se um enrolamento de duas camadas e bobinas de passo pleno. O valor de pico da onda de fmm está ao longo do eixo magnético da armadura, a meio caminho entre os polos do campo. Este enromento é equivalente a uma bobina de $12n_b i_b$ ampère-espiras, distribuída ao redor da armadura. Na hipótese de simetria de cada polo, o valor de pico da onda de fmm em cada polo da armadura é $6n_b i_b$ ampère-espiras.

Esta onda de fmm pode ser representada aproximadamente pela onda triangular desenhada na Fig. 3-24*b* e repetida na Fig. 3-24*c*. Para um enrolamento mais próximo da realidade, com um número maior de ranhuras por polo na armadura, a distribuição triangular torna-se

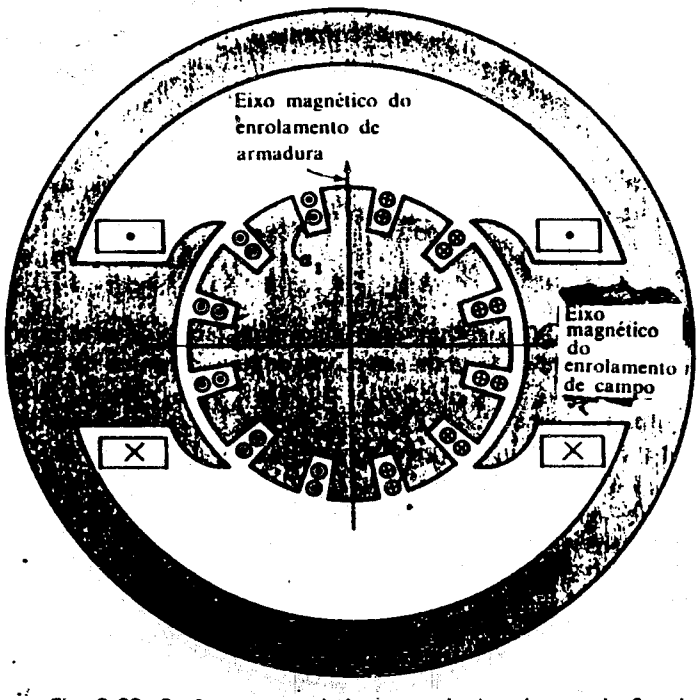


Fig. 3-23. Seção transversal de uma máquina de c.c. de 2 polos.

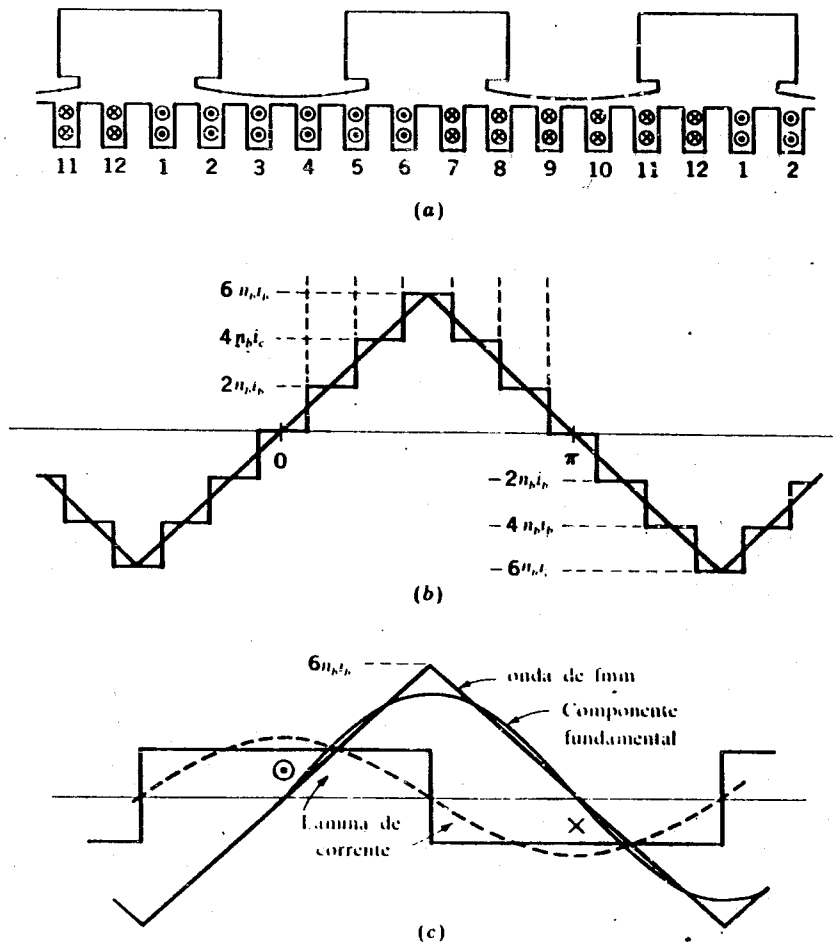


Fig. 3-24 (*a*) Esboço desenvolvido da máquina de c.c. da Fig. 3-23. (*b*) onda de fmm. (*c*) triangular de fmm equivalente, sua componente fundamental e lâmina de corrente retangular equivalente.

uma boa aproximação. É o equivalente exato da onda de fmm de uma lâmina de corrente uniformemente distribuída enrolada ao redor da armadura e levando corrente nas direções de pontos e cruzes, como mostrado pela distribuição espacial retangular de densidade de corrente na Fig. 3-24*c*.

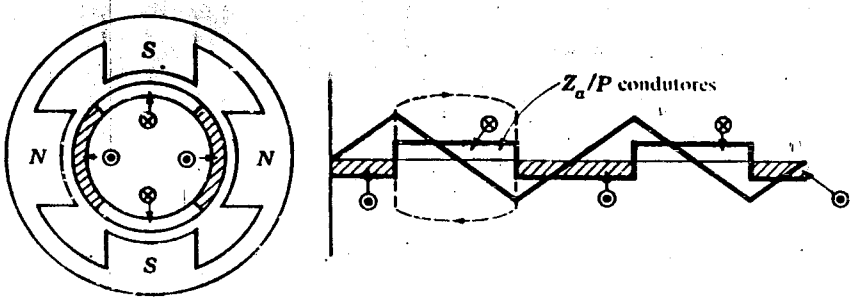


Fig. 3-25 (*a*) Seção transversal de uma máquina de c.c. de 4 polos e (*b*) desenvolvimento de lâmina de corrente e onda de fmm

Para um estudo preliminar, é conveniente desenvolver as ondas de fmm de enrolamentos distribuídos em série de Fourier. A componente fundamental da onda de fmm triangular da Fig. 3-24*c* é mostrada pela onda senoidal. Seu valor máximo é $8/\pi^2 = 0{,}81$ vezes a altura da onda triangular. A onda de fmm fundamental é o equivalente exato da onda de fmm de uma lâmina de corrente senoidalmente distribuída enrolada ao redor da armadura, cujo valor máximo é igual a componente fundamental da lâmina de corrente retangular da Fig. 3-24*c*. Esta lâmina de corrente senoidalmente distribuída é mostrada pontilhada na Fig. 3-24*c*.

Deve-se notar que a onda de fmm depende somente do arranjo do enrolamento e da simetria da estrutura magnética de cada polo. A onda de indução magnética, entretanto, depende não somente da fmm, mas também das condições de contorno magnéticas, principalmente, do comprimento do entreferro, do efeito da abertura das ranhuras, e da forma da face polar. O projetista leva em conta estes efeitos por meio de mapas de fluxo, mas estes detalhes não precisam ser considerados aqui.

Freqüentemente as máquinas têm uma estrutura magnética com mais de 2 polos. Por exemplo, a Fig. 3-25*a* mostra esquematicamente uma máquina de c.c. de 4 polos. O enrolamento de campo produz polaridade alternadamente norte-sul-norte-sul, e os condutores da armadura são distribuídos em quatro faixas de ranhuras e percorridos por correntes, alternadamente saindo e entrando no plano da figura, como simbolizado pelas áreas hachuradas. Esta máquina é mostrada em forma plana na Fig. 3-25*b*. A correspondente onda triangular de fmm da armadura é mostrada também. Na hipótese de simetria do enrolamento e dos polos do campo, cada par sucessivo de polos é semelhante a todos os outros pares de polos. As condições magnéticas no entreferro podem então ser determinadas examinando qualquer par de polos adjacentes – i.e., correspondendo a 360 graus elétricos.

O valor de pico da onda triangular de fmm da armadura é

$$F_a = \frac{1}{2}\frac{Z_a}{P}\frac{i_a}{a} \quad \text{ampère-espiras por polo} \tag{3-24}$$

onde Z_a é o número total de condutores no enrolamento de armadura, P é o número de polos, i_a é a corrente de armadura, e a é o número de caminhos paralelos no enrolamento de armadura. Então i_a/a é a corrente em cada condutor. Esta equação vem diretamente da integral de linha ao redor do caminho fechado pontilhado na Fig. 3-25*b*, que cruza o entreferro duas vezes e envolve Z_a/P condutores, cada um percorrido pela corrente i_a/a na mesma direção. Em forma mais compacta

$$F_a = \frac{N_a}{P} i_a \tag{3-25}$$

onde $N_a = Z_a/2a$ é o número de espiras da armadura em série. Para a onda triangular de fmm da Fig. 3-25*b*, o valor de pico da fundamental espacial é $(8/\pi^2)(N_a/P)i_a$.

Basearemos nossas investigações preliminares das máquinas de c.a. e de c.c. na suposição de distribuições espaciais senoidais de fmm. Será visto que este modelo dá resultados muito satisfatórios para a maioria dos problemas de máquinas de c.a., porque seus enrolamentos podem ser distribuídos de modo a minimizar os efeitos de harmônicas. Devido às restrições impostas pelo comutador sobre o arranjo do enrolamento, as ondas de fmm de máquinas de c.c. inerentemente são mais próximas da forma de onda triangular. Não obstante, a teoria baseada em modelo senoidal revela as características essenciais da teoria da máquina de c.c. Os resultados podem ser facilmente sempre que necessário, para levar em conta quaisquer discrepâncias significantes.

Utilizaremos também, uma máquina de 2 polos como modelo matemático. Os resultados podem ser imediatamente extrapolados para uma máquina de P polos, lembrado que ângulos elétricos θ e velocidades angulares elétricas ω são relacionados a ângulos mecânicos θ_m e velocidades angulares mecânicas ω_m através das Eqs. 3-1 e 3-3.

Para um estudo preliminar, simplificaremos ainda mais nosso modelo supondo que as superfícies de entreferro do estator e rotor são cilindros lisos concêntricos.

3-4
CAMPOS MAGNÉTICOC GIRANTES

Para compreender a teoria de máquinas de c.a. polifásicas, é necessário estudar a natureza do campo magnético produzido por um enrolamento polifásico. Em particular, estudaremos as configurações de fmm de um enrolamento trifásicc tal como aqueles encontrados no estator de máquinas trifásicas de indução e síncronas. Uma vez ainda, será concentrada a atenção sobre uma máquina de 2 polos, ou um par de polos de um enrolamento de P polos.

Em uma máquina trifásica, os enrolamentos das fases individuais são deslocados uns dos outros de 120 graus elétricos ao longo da circunferência do entreferro, como mostrado pelas bobinas a, $-a$, b, $-b$, e c, $-c$ na Fig. 3-26. As bobinas concentradas, de passo pleno, mostradas aqui, podem ser vistas como representações de enrolamentos distribuídos produzindo ondas senoidais de fmm centradas nos eixos magnéticos das respectivas fases. As ondas senoidais de fmm de três componentes conseqüentemente deslocadas 120 graus elétricos estão no *espaço*. Mas cada fase é excitada por uma corrente alternada que varia senoidalmente com o *tempo*. Sob condições trifásicas balanceadas, as correntes instantâneas são

$$i_a = I_m \cos \omega t \tag{3-26}$$

$$i_b = I_m \cos (\omega t - 120°) \tag{3-27}$$

$$i_c = I_m \cos (\omega t - 240°) \tag{3-28}$$

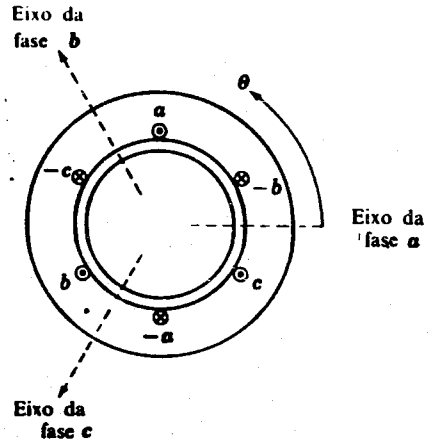


Fig. 3-26. Enrolamento de estator trifásico, 2 polos, simplificado.

onde I_m é o valor máximo da corrente e a origem do tempo é arbitrariamente tomada como o instante em que a corrente da fase a é um máximo positivo. A seqüência de fases é tomada como *abc*. As correntes instantâneas são mostradas na Fig. 3-27. Os pontos e cruzes nos lados das bobinas, Fig. 3-26, indicam as direções de referência para correntes de fase positivas.

As ondas de fmm componentes correspondentes variam senoidalmente com o tempo. Cada componente é uma distribuição senoidal estacionária pulsante de fmm ao redor do entreferro, com o máximo localizado ao longo do eixo magnético de sua fase, e amplitude proporcional à corrente de fase instantânea – em outras palavras, uma onda espacial estacionária pode ser representada por um vetor espacial oscilante desenhado ao longo do eixo magnético de sua fase, com comprimento proporcional à corrente de fase instantânea. A fmm resultante é a soma das componentes de todas as três fases.

a. Análise Gráfica

Considere-se agora na Fig. 3-27, a situação para $t = 0$, que é o momento em que a corrente da fase a está no seu valor máximo I_m. A fmm da fase a tem então seu valor máximo F_{max}, dado pela Eq. 3-23 e mostrado pelo vetor $\mathbf{F}_a = \mathbf{F}_{max}$ desenhado ao longo do eixo magnético da fase a na Fig. 3-28*a*. Neste momento as correntes i_b e i_c são ambas $I_m/2$ na direção negativa, como mostrado pelos pontos e cruzes na Fig. 3-28*a*, indicando as direções *instantâneas reais*. As fmms correspondentes das fases b e c, são mostradas pelos vetores $\mathbf{F}_b$ e $\mathbf{F}_c$, ambos iguais a $\mathbf{F}_{max}/2$, desenhados na direção negativa ao longo dos eixos magnéticos das fases b e c respectivamente. A resultante, obtida pela adição das contribuições individuais das 3 fases, é um vetor $\mathbf{F} = 3/2\,\mathbf{F}_{max}$ alinhado no eixo da fase a. Ele representa uma onda espacial senoidal com a meia onda positiva centrada no eixo da fase a e tendo uma amplitude 3/2 vezes aquela da contribuição da fase a somente.

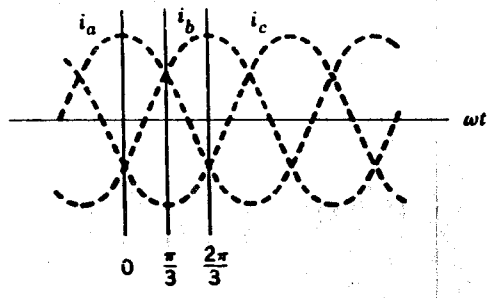


Fig. 3-27 Correntes trifásicos instantâneas.

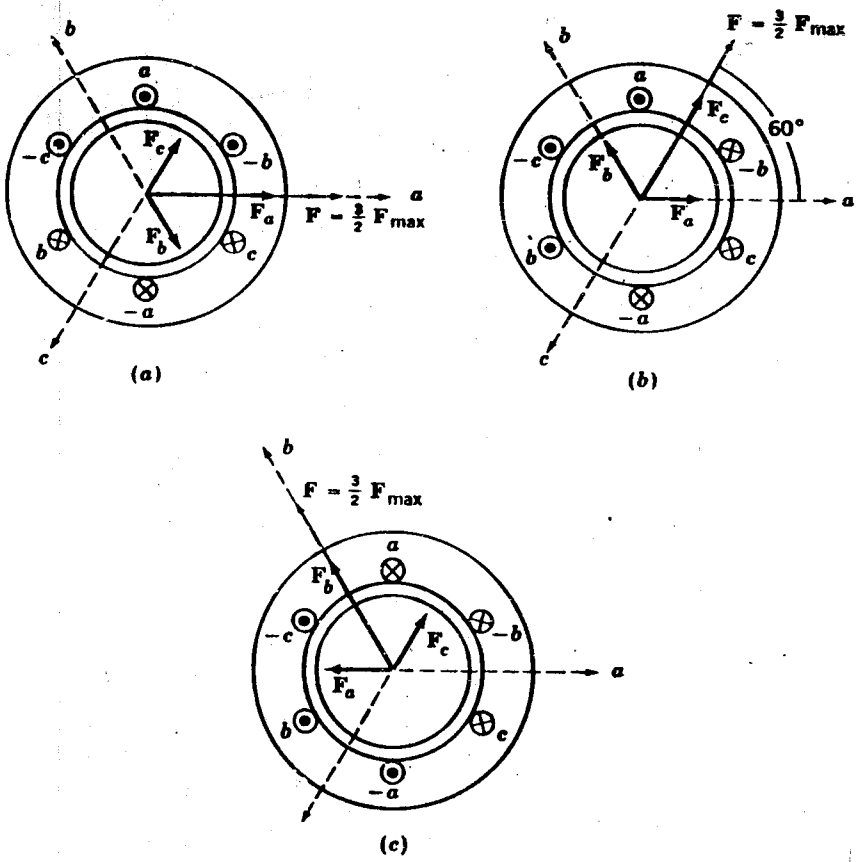


Fig. 3-28. Ilustrando a produção de um campo magnético girante por meio de correntes trifásicas.

Num instante seguinte, $\omega t_1 = \pi/3$ na Fig. 3-27, as correntes nas fases *a* e *b* são um meio máximo positivo e aquela na fase *c* é um máximo negativo. As componentes individuais de fmm e sua resultante são agora mostradas na Fig. 3-28*b*. A resultante tem a mesma amplitude do instante $t = 0$, mas ela agora girou 60 graus elétricos no espaço, em sentido anti-horário. Da mesma forma, em $\omega t_2 = 2\pi/3$ (quando a corrente na fase *b* é um máximo positivo e as correntes nas fases *a* e *c* são um meio máximo negativo) a mesma distribuição de fmm resultante é novamente obtida, mas ela girou mais 60 graus elétricos em sentido anti-horário, e está agora alinhada com o eixo magnético da

fase *b* (veja a Fig. 3-28*c*). Então, conforme o tempo passa, a onda de fmm resultante mantém sua forma senoidal e amplitude, mas se desloca progressivamente ao redor do entreferro. Este deslocamento corresponde a um campo girando uniformemente ao redor da circunferência do entreferro. Podem ser obtidos resultados coerentes com esta conclusão desenhando esboços da distribuição em instantes arbitrários.

No fim de um ciclo, a fmm resultante deve estar de volta à posição da Fig. 3-28*a*. A onda de fmm, portanto, faz uma rotação completa por ciclo, em uma máquina de 2 polos. Em uma máquina de *P* polos a onda viaja um comprimento de onda ou $2/P$ rotações por ciclo.

b. Ondas Progressivas

Para estudar analiticamente o campo resultante, fixemos a origem para o ângulo θ, medido ao longo da periferia do entreferro, no eixo da fase *a* (Fig. 3-26). A qualquer instante *t*, todas as 3 fases contribuem à fmm do entreferro em qualquer ponto θ. A contribuição da fase *a* é

$$F_{a(\text{pico})} \cos \theta$$

onde $F_{a(\text{pico})}$ é a amplitude da onda de fmm componente no instante *t*. Da mesma forma, as contribuições das fases *b* e *c* são

$$F_{b(\text{pico})} \cos (\theta - 120°)$$

e

$$F_{c(\text{pico})} \cos (\theta - 240°)$$

respectivamente. Os deslocamentos de 120° aparecem porque a máquina está enrolada de modo que os eixos das 3 fases estão distantes 120 graus elétricos no espaço. A fmm resultante no ponto θ é então

$$\mathcal{F}(\theta) = F_{a(\text{pico})} \cos \theta + F_{b(\text{pico})} \cos (\theta - 120°) + F_{c(\text{pico})} \cos (\theta - 240°) \quad (3\text{-}29)$$

Mas as amplitudes de fmm variam com o tempo de acordo com as variações das correntes. Assim, com a origem do tempo arbitrariamente tomada no instante em que a corrente de fase *a* é um máximo positivo,

$$F_{a(\text{pico})} = F_{a(\text{max})} \cos \omega t \quad (3\text{-}30)$$

$$F_{b(\text{pico})} = F_{b(\text{max})} \cos (\omega t - 120°) \quad (3\text{-}31)$$

e

$$F_{c(\text{pico})} = F_{c(\text{max})} \cos (\omega t - 240°) \quad (3\text{-}32)$$

As quantidades $F_{a(\text{max})}$, $F_{b(\text{max})}$, e $F_{c(\text{max})}$ são, respectivamente, os valores máximos no tempo das amplitudes $F_{a(\text{pico})}$, $F_{b(\text{pico})}$ e $F_{c(\text{pico})}$. Os deslocamentos de 120° aparecem aqui porque as três correntes estão deslocadas de 120° no tempo. Desde que as correntes nas 3 fases são

balanceadas e portanto de amplitudes iguais, as três amplitudes $F_{a(max)}$, $F_{b(max)}$ e $F_{c(max)}$ são também iguais e o símbolo F_{max} pode ser usado para todas as três. A Eq. 3-29 torna-se, conseqüentemente,

$$\mathcal{F}(\theta, t) = F_{max} \cos\theta \cos\omega t + F_{max} \cos(\theta - 120°) \cos(\omega t - 120°) + F_{max} \cos(\theta - 240°) \cos(\omega t - 240°) \quad (3\text{-}33)$$

Cada uma das três componentes no segundo membro da Eq. 3-33 representa uma onda estacionária pulsante. Em cada termo, a função trigonométrica de θ define a distribuição espacial como uma senoide estacionária, e a função trigonométrica de t indica que as amplitudes pulsam com o tempo. O primeiro dos três termos expressa a componente da fase a; o segundo e terceiro termos expressam, respectivamente, as componentes das fases b e c.

Pelo uso da transformação trigonométrica

$$\cos\alpha \cos\beta = 1/2 \cos(\alpha - \beta) + 1/2 \cos(\alpha + \beta) \quad (3\text{-}34)$$

cada uma das componentes na Eq. 3-33 pode ser expressa como funções co-senos de ângulos soma e diferença. Assim, resulta

$$\mathcal{F}(\theta, t) = 1/2 F_{max} \cos(\theta - \omega t) + 1/2 F_{max} \cos(\theta + \omega t) + 1/2 F_{max} \cos(\theta - \omega t) + 1/2 F_{max} \cos(\theta + \omega t - 240°) + 1/2 F_{max} \cos(\theta - \omega t) + 1/2 F_{max} \cos(\theta + \omega t - 480°) \quad (3\text{-}35)$$

Agora, os três termos em co-seno envolvendo os ângulos $\theta + \omega t$, $\omega t - 240°$, e $\theta + \omega t - 480°$ são três senoides iguais deslocadas em fase de 120°. (Note que um ângulo de atraso de 480° é equivalente a um ângulo de atraso de 480° − 360° = 120°.) Sua soma é portanto, nula, e a Eq. 3-35 se reduz a

$$\mathcal{F}(\theta, t) = 3/2 F_{max} \cos(\theta - \omega t) \quad (3\text{-}36)$$

que é a expressão desejada para a onda de fmm resultante.

A onda descrita pela Eq. 3-36 é uma função senoidal do ângulo espacial θ. Ela tem uma amplitude constante e um ângulo de fase espacial que é uma função linear do tempo. O ângulo ωt provê a rotação da onda inteira ao redor do entreferro à velocidade angular constante ω. Assim, no instante fixo t_x, a onda é uma senoide no espaço com seu pico positivo deslocado ωt_x radianos elétricos do ponto fixo no enrolamento que é a origem para θ; num instante seguinte t_y, o pico positivo da mesma onda está deslocado ωt_y da origem, e a onda moveu-se $\omega(t_y - t_x)$ ao redor do entreferro. Em $t = 0$, a corrente na fase a é um máximo, e o pico positivo da onda de fmm resultante está localizado no eixo da fase a; um terço de ciclo mais tarde, a corrente na fase b é um máximo, e o pico positivo está localizado no eixo da fase b; etc.

A velocidade angular da onda é $\omega = 2\pi f$ radianos elétricos por segundo. Para uma máquina de P polos, a velocidade de rotação é dada por

$$\omega_m = \frac{2}{P}\omega \quad \text{rad/s} \quad (3\text{-}37)$$

$$n = \frac{120f}{P} \quad \text{rpm} \quad (3\text{-}38)$$

resultados que são correntes com as Eqs. 3-2 e 3-3.

Generalizando pode-se mostrar que um campo girante de amplitude constante será produzido por um enrolamento de q fases excitado por correntes equilibradas de q fases, quando as respectivas fases são enroladas $2\pi/q$ radianos elétricos distantes uma da outra no espaço. A amplitude constante será $q/2$ vezes a contribuição máxima de qualquer fase, e a velocidade será $\omega = 2\pi f$ radianos elétricos por segundo.

Vemos assim que um enrolamento polifásico excitado por correntes polifásicas equilibradas produz o mesmo efeito geral que é produzido pela rotação de um ímã permanente em torno de um eixo perpendicular ao ímã, ou pela rotação dos polos de campo excitado por c.c.

3-5 CONJUGADO EM MÁQUINAS DE ROTOR CILÍNDRICO

O comportamento de qualquer dispositivo eletromagnético, como componente de um sistema eletromecânico, pode ser descrito em termos das equações de tensões da lei de Kirchhoff, e do conjugado eletromagnético. O objetivo deste item é deduzir as equações de tensão e conjugado para uma máquina elementar idealizada – resultados que podem ser generalizados mais adiante para máquinas mais complexas. Deduziremos estas equações a partir de dois pontos de vista, e mostraremos que basicamente eles provêm das mesmas idéias.

O primeiro ponto de vista é essencialmente o mesmo do Item 2-6. A máquina será vista como um elemento de circuito cujas indutâncias dependem da posição angular do rotor. Os fluxos concatenados λ e co-energia do campo magnético serão expressos em termos das correntes e indutâncias. O conjugado pode então ser obtido pela derivada parcial da energia ou co-energia do campo magnético em relação ao ângulo, e as tensões nos terminais podem ser obtidos da soma das quedas nas resistências Ri e das tensões da lei de Faraday, $d\lambda/dt$. O resultado será um conjunto de equações diferenciais não-lineares descrevendo o desempenho dinâmico da máquina.

O segundo ponto de vista considera a máquina como dois grupos de enrolamentos produzindo campos magnéticos no entreferro, um

grupo no estator e outro no rotor. Fazendo hipóteses apropriadas a respeito destes campos, podem ser deduzidas expressões simples para os fluxos concatenados e a energia do campo magnético armazenada no entreferro, em termos de grandezas de campo. O conjugado e a tensão gerada podem ser calculados em função destas grandezas. Assim, o conjugado é expresso explicitamente como a tendência para dois campos magnéticos se alinhar, do mesmo modo como ímãs permanentes tendem a se alinhar, e a tensão gerada é expressa como o resultado do movimento relativo entre campo e enrolamento. Estas expressões levam a um quadro físico simples do comportamento normal em regime permanente das máquinas rotativas.

a. O Ponto de Vista de Circuitos Acoplados

Considere-se a máquina elementar da Fig. 3-29 com um enrolamento no estator e um no rotor. Estes enrolamentos são distribuídos entre as ranhuras de modo que as ondas de fmm podem ser aproximadas por senóides espaciais. Na Fig. 3-29*a*, os lados de bobinas e, $-e$ e r, $-r$ marcam as posições dos centros das faixas de condutores compreendendo os enrolamentos distribuídos. Um outro modo de desenhar estes enrolamentos é mostrado na Fig. 3-29*b*, que também indica as direções de referência para as tensões e as correntes. Aqui supõe-se que corrente na direção da seta produz um campo magnético no entreferro também na direção da seta, de modo que uma única seta define as direções de referência para corrente e fluxo. O estator e o rotor

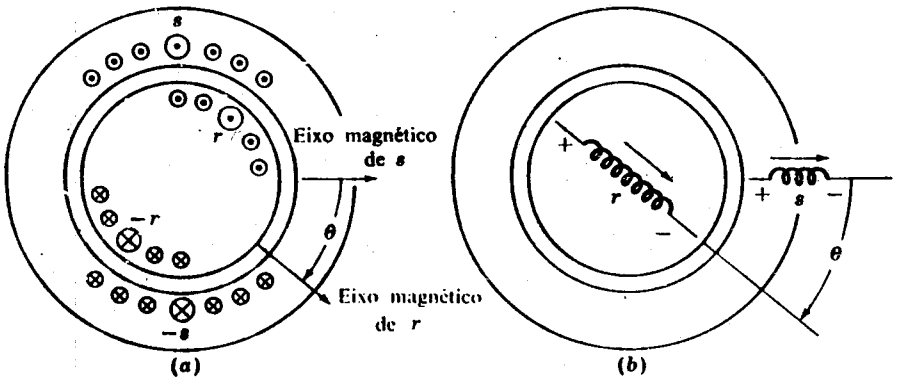


Fig. 3-29. Máquina de 2 polos elementar, com entreferro liso. (*a*) Enrolamento distribuído; (*b*) representação esquemática.

são cilindros concêntricos, e as aberturas das ranhuras são desprezadas. Conseqüentemente, nosso modelo elementar não inclui os efeitos de polos salientes – efeitos que serão investigados em capítulos posteriores. Também suporemos que as relutâncias no ferro do estator e do rotor são desprezíveis.

Com estas hipóteses, as auto-indutâncias do estator e rotor L_{ee} e L_{rr} são constantes, mas a indutâncias mútua estator-rotor depende do ângulo entre os eixos magnéticos dos enrolamentos do estator e do rotor. A indutância mútua tem máximo positivo quando $\theta = 0$ ou 2π, é zero quando $\theta = \pm \pi/2$, e é tem máximo negativo quando $\theta = \pm \pi$. Na hipótese de ondas de fmm senoidais e de entreferro uniforme, a distribuição espacial da onda de fluxo no entreferro é senoidal, e a indutância mútua é

$$\mathscr{L}_{er}(\theta) = L_{er} \cos \theta \tag{3-39}$$

onde o símbolo $\mathscr{L}$ é usado para indicar uma indutância que é uma função do ângulo elétrico θ. O símbolo L indica um valor constante. Assim L_{er} é o valor da indutância mútua quando os eixos magnéticos do estator e rotor estão alinhados. Em termos das indutâncias, os fluxos concatenados com o estator e com o rotor λ e λ_r são

$$\lambda_e = L_{ee} i_e + \mathscr{L}_{er}(\theta) i_r = L_{ee} i_e + L_{er} i_r \cos \theta \tag{3-40}$$

$$\lambda_r = \mathscr{L}_{er}(\theta) i_e + L_{rr} i_r = L_{er} i_e \cos \theta + L_{rr} i_r \tag{3-41}$$

Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} \lambda_e \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ee} & \mathscr{L}_{er}(\theta) \\ \mathscr{L}_{er}(\theta) & L_{rr} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_e \\ i_r \end{bmatrix}$$

As tensões terminais v_e e v_r são

$$v_e = R_e i_e + p\lambda_e \tag{3-42}$$

$$v_r = R_r i_r + p\lambda_r \tag{3-43}$$

onde R_e e R_r são as resistências dos enrolamentos e p é o operador derivada no tempo d/dt. Quando o rotor está girando, θ precisa ser tratado como uma variável. Diferenciando as Eqs. 3-40 e 3-41, e substituindo os resultados nas Eqs. 3-42 e 3-42 obtemos

$$v_e = R_e i_e + L_{ee} p i_e + L_{er} \cos \theta \, (p i_r) - L_{er} i_r \operatorname{sen} \theta \, (p\theta) \tag{3-44}$$

$$v_r = R_r i_r + L_{rr} p i_r + L_{er} \cos \theta \, (p i_e) - L_{er} i_e \operatorname{sen} \theta \, (p\theta) \tag{3-45}$$

onde $p\theta$ é a velocidade instantânea ω em radianos elétricos por segundo. Em uma máquina de 2 polos, θ e ω são iguais ao ângulo instantâneo θ_m e velocidade ω_m do eixo, respectivamente. Em uma máquina

de P polos, eles estão relacionados pelas Eqs. 3-1 e 3-3. O segundo e terceiro termos no segundo membro das Eqs. 3-44 e 3-45 são tensões induzidas $L\,di/dt$, semelhantes àquelas induzidas em circuitos estacionários acoplados, tais como os enrolamentos de transformadores. Os quartos termos são gerados pelo movimento mecânico, e são proporcionais à velocidade instantânea. Eles são os termos de acoplamento, relacionando a troca de potência entre os sistemas elétrico e mecânico.

O conjugado eletromagnético pode ser calculado pela co-energia do campo magnético no entreferro. Da Eq. 2-71

$$W'_{cmp} = 1/2L_{cc}i_c^2 + 1/2L_{rr}i_r^2 + L_{cr}i_c i_r \cos\theta \qquad (3\text{-}46)$$

e da Eq. 2-69

$$T = +\frac{\partial W'_{cmp}(\theta_m, i_c i_r)}{\partial \theta_m} = +\frac{\partial W'_{fld}(\theta, i_c, i_r)}{\partial \theta}\frac{d\theta}{d\theta_m} \qquad (3\text{-}47)$$

onde T é o conjugado eletromagnético agindo na direção positiva de θ_m, e a derivada precisa ser calculada em relação ao ângulo *mecânico* real θ_m, porque aqui estamos tratando com variáveis mecânicas. Diferenciando as Eqs. 3-46 e 3-1, para uma máquina de P polos, obtemos

$$T = -\frac{P}{2}L_{cr}i_c i_r \operatorname{sen}\theta = -\frac{P}{2}L_{cr}i_c i_r \operatorname{sen}\frac{P}{2}\theta_m \qquad (3\text{-}48)$$

com T em newton-metros. O sinal negativo na Eq. 3-48 significa que o conjugado eletromagnético age na direção que tende a alinhar os campos magnéticos do estator e do rotor.

As Eqs. 3-44, 3-45, e 3-48 são um conjunto de três equações diferenciais relacionando as variáveis elétricas v_c, i_c, v_r, i_r com as variáveis mecânicas T e θ_m. Estas equações, junto com as restrições impostas sobre as variáveis elétricas pelos circuitos ligados a seus terminais (fontes ou cargas e impedâncias externas), e as restrições impostas sobre as variáveis mecânicas (conjugados aplicados, conjugados inercial, ∨ ∨ e de atrito e de mola), determinam o desempenho do dispositivo como elemento de acoplamento. Estas são equações diferenciais não-lineares e são difíceis de resolver, exceto sob circunstâncias especiais. Nós não nos propomos a resolvê-las aqui; antes, usamo-las meramente como degraus no desenvolvimento da teoria de máquinas rotativas.

Agora considere-se uma máquina com entreferro uniforme, com vários enrolamentos de rotor e vários enrolamentos de estator. Os mesmos princípios gerais que se aplicam ao modelo elementar da Fig. 3-29 também se aplicam à máquina de enrolamentos múltiplos. Cada enrolamento tem suas próprias auto-indutâncias e indutâncias mútuas com outros enrolamentos. As auto-indutâncias e indutâncias mútuas entre pares de enrolamentos no mesmo lado do entreferro são constantes, na hipótese de entreferro uniforme e saturação magnética desprezível. Mas as indutâncias mútuas entre pares de enrolamentos de estator e rotor variam com o co-seno do ângulo entre os eixos magnéticos dos enrolamentos. O conjugado resulta da tendência do campo magnético dos enrolamentos de rotor se alinhar com aquele dos enrolamentos do estator. Isto pode ser expresso como a soma de termos semelhantes à Eq. 3-48.

EXEMPLO 3-1

Considere-se a máquina rotativa elementar da Fig. 3-29. O eixo está acoplado a um dispositivo mecânico que pode absorver ou fornecer conjugado mecânico numa ampla faixa de velocidades. Esta máquina pode ser ligada e operada de vários modos. Por exemplo, suponha-se que o enrolamento do rotor é excitado com corrente contínua I_r, e o enrolamento do estator é ligado a uma fonte de c.a. que pode absorver ou fornecer potência elétrica. Seja a corrente de estator

$$i_c = I_c \cos\omega_c t$$

onde $t = 0$ é arbitrariamente escolhido como o instante em que a corrente de estator tem seu valor máximo.

a. Deduzir uma expressão para o conjugado magnético desenvolvido pela máquina conforme a velocidade é variada por controle do dispositivo mecânico ligado ao eixo.
b. Determinar a velocidade na qual será produzido conjugado médio, se a freqüência de estator é 60 Hz.
c. Com as excitações antes admitidas, quais serão as tensões induzidas nos enrolamentos do estator do rotor à velocidade síncrona?

Solução

a. Da Eq. 3-48 para uma máquina de 2 polos

$$T = -L_{cr}i_c i_r \operatorname{sen}\theta_m$$

Para as condições deste problema

$$T = -L_{cr}I_c I_r \cos\omega_c t \operatorname{sen}(\omega_m t \pm \delta)$$

onde ω_m é uma velocidade angular, no sentido horário, imposta ao rotor pelo dispositivo mecânico, e δ é a posição angular

do rotor em $t = 0$. Da identidade trigonométrica

$$\text{sen } A \cos B = 1/2 \text{ sen } (A + B) + 1/2 \text{ sen } (A - B)$$

$$T = 1/2 L_{er} I_e I_r \{\text{sen } [(\omega_m + \omega_e)t + \delta] + \text{sen } [(\omega_m - \omega_e)t + \delta]\}$$

O conjugado consiste de dois termos que variam senoidalmente no tempo, de freqüências $\omega_m + \omega_e$ e $\omega_m - \omega_e$.

b. Exceto quando $\omega_m = \pm \omega_e$, o conjugado médio tomado sobre um tempo suficientemente longo é nulo. Mas se $\omega_m = +\omega_e$, o conjugado torna-se

$$T = 1/2 L_{er} I_e I_r [\text{sen } (2\omega_e t + \delta) + \text{sen } \delta]$$

O primeiro termo em seno é uma componente de freqüência dupla, cujo valor médio é nulo. O segundo termo é o conjugado médio

$$T_m = 1/2 L_{er} I_e I_r \text{ sen } \delta$$

A outra possibilidade é $\omega_m = -\omega_e$, que significa apenas rotação em sentido anti-horário. O sinal negativo na expressão de T_m significa que o conjugado magnético tende a reduzir δ. A máquina é uma máquina síncrona monofásica idealizada. (Com máquinas síncronas polifásicas, a direção de rotação é determinada pela seqüência de fases, como mostrado no Item 3-4.)

Com freqüência de estator de 60 Hz,

$$\omega_m = \omega_e = 2\pi(60) \quad \text{rad/s}$$

ou 60 rps, ou 3.600 rpm.

c. Do segundo e quarto termos da Eq. 3-44 com $\omega_m = \omega_e$, a tensão induzida no estator é

$$e_e = -\omega_e L_{ee} I_e \text{ sen } \omega_e t - \omega_e L_{er} I_r \text{ sen } (\omega_e t + \delta)$$

Do terceiro e quarto termos da Eq. 3-45, a tensão induzida no rotor é

$$e_r = -\omega_e L_{er} I_e [\text{sen } \omega_e t \cos (\omega_e t + \delta) + \cos \omega_e t \text{ sen } (\omega_e t + \delta)]$$
$$= -\omega_e L_{er} I_e \text{ sen } (2\omega_e t + \delta)$$

A corrente de estator induz uma tensão de freqüência dupla no rotor.

b. O Ponto de Vista de Campo Magnético

Na discussão precedente, as características do dispositivo, visto de seus terminais elétricos e mecânicos, foram expressas em termos das indutâncias. Este ponto de vista dá muito pouca compreensão dos fenômenos internos e não dá noção dos efeitos de dimensões físicas. Uma outra formulação, em termos dos campos magnéticos que interagem no entreferro, deverá servir para suprir algumas destas características faltantes.

As correntes nos enrolamentos da máquina criam um fluxo magnético no entreferro entre o estator e rotor, os caminhos de fluxo sendo completados através do ferro do estator e do rotor. Esta condição corresponde ao aparecimento de polos magnéticos no estator e no rotor, alinhados com os respectivos eixos magnéticos, como mostrado na Fig. 3-30*a* para uma máquina de 2 polos com um entreferro liso. O conjugado resulta do esforço dos dois campos magnéticos componentes para alinharem seus eixos magnéticos. O quadro físico simples é semelhante ao de dois ímãs retos, livres de girar em torno dos respectivos centros, que estão alinhados. O conjugado é proporcional ao produto das amplitudes das ondas de fmm do estator e do rotor. É também uma função do ângulo δ_{er} entre os eixos magnéticos. Mostraremos que para uma máquina de entreferro liso, o conjugado é proporcional a sen δ_{er}.

A maior parte do fluxo produzido pelos enrolamentos do estator e do rotor (grosso modo, 90 por cento em máquinas típicas) cruza o entreferro e é concatenada com os dois enrolamentos; este fluxo é chamado de *fluxo mútuo*. Pequenas percentagens do fluxo, entretanto, não cruzam o entreferro mas são concatenadas somente com o enrolamento do rotor ou do estator; estes são, respectivamente, o *fluxo disperso de rotor* e o *fluxo disperso de estator*. Eles compreendem a dispersão nas ranhuras e nos dentes, a dispersão nas ligações das

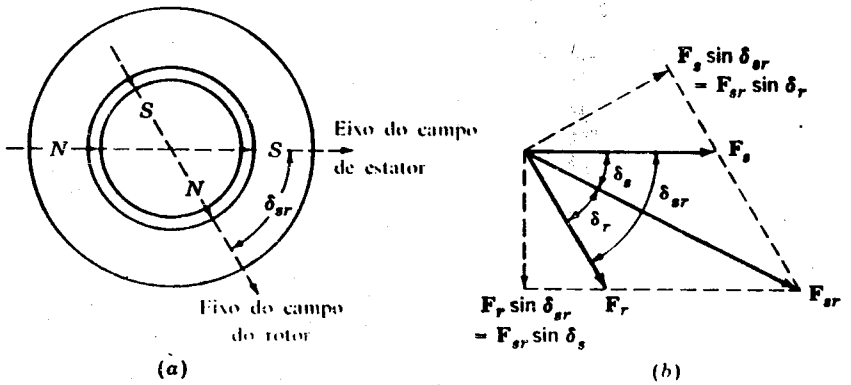


Fig. 3-30 Máquina de 2 polos simplificada (*a*) Modelo elementar e (*b*) diagrama vetorial das ondas de fmm

extremidades, e as harmônicas espaciais no campo de entreferro. É somente o fluxo mútuo que está diretamente relacionado à produção de conjugado. Os fluxos dispersos afetam o desempenho da máquina, entretanto, devido às tensões que eles induzem nos enrolamentos. O efeito sobre as características elétricas é levado em conta por meio de *indutâncias de dispersão*, semelhantes àquelas de um transformador. Este efeito, entretanto, é auxiliar, não fundamental na produção de conjugado.

Nossa análise, então, será em termos do fluxo mútuo resultante. Deduziremos uma expressão para a co-energia magnética armazenada no entreferro em termos das fmms do estator e rotor e o ângulo δ_{er} entre os eixos magnéticos. O conjugado pode então ser calculado pela derivada parcial da co-energia em relação ao ângulo δ_{er}.

Suporemos que a componente tangencial do campo magnético no entreferro é desprezível, quando comparada com a componente radial — em outras palavras, o fluxo mútuo vai diretamente através do entreferro. Também suporemos que o comprimento radial g do entreferro (o espaçamento entre o rotor e o estator) é pequeno comparado com o raio do rotor ou do estator. Com esta suposição, é desprezível a diferença entre a indução magnética na superfície do rotor, na superfície do estator, ou a qualquer distância radial intermediária no entreferro, p. ex., a meio caminho entre estator e rotor. O campo de entreferro então se reduz a um campo radial $\mathscr{H}$ ou $\mathscr{B}$ cuja intensidade varia com o ângulo ao longo da periferia. A integral de linha de $\mathscr{H}$ através do entreferro, então, é simplesmente $\mathscr{H}g$ e é igual à fmm resultante $\mathscr{F}_{er}$ dos enrolamentos de estator e do rotor; assim

$$\mathscr{H}g = \mathscr{F}_{er} \tag{3-49}$$

onde o símbolo indica a onda de fmm, como função do ângulo ao longo da periferia.

As ondas de fmm do estator e rotor são ondas espaciais senoidais, sendo δ_{er} o ângulo de fase entre seus eixos magnéticos, em graus elétricos. Elas podem ser representadas pelos vetores espaciais $\mathbf{F}_e$ e $\mathbf{F}_r$ desenhados ao longo dos eixos magnéticos das ondas de fmm do estator e rotor, como na Fig. 3-30*b*. A fmm resultante $\mathbf{F}_{er}$ agindo através do entreferro, também uma onda senoidal, é a soma vetorial daquelas. Da fórmula trigonométrica para a diagonal de um paralelogramo, obtemos o valor de pico dado pela expressão

$$F_{er}^2 = F_e^2 + F_r^2 + 2F_eF_r\cos\delta_{er} \tag{3-50}$$

na qual os F's são valores de pico das ondas de fmm. O campo radial

resultante $\mathscr{H}$ é uma onda espacial senoidal cujo valor de pico H_{pico} é, da Eq. 3-49

$$H_{pico} = \frac{F_{er}}{g} \tag{3-51}$$

Agora, considere-se a co-energia do campo magnético armazenada no entreferro. A densidade de co-energia no ponto onde a intensidade de campo magnético é $\mathscr{H}$, é dada por

$$\frac{\mu_0}{2}\mathscr{H}^2$$

em unidades do sistema mks racionalizado. A densidade de co-energia média sobre o volume do entreferro é dada por

$$\frac{\mu_0}{2} \quad \text{(valor médio de } \mathscr{H}^2\text{)}$$

O valor médio do quadrado de uma onda senoidal é metade de seu valor de pico. Então,

$$\text{Densidade média de co-energia} = \frac{\mu_0}{2}\frac{H_{pico}^2}{2} = \frac{\mu_0}{4}\left(\frac{F_{er}}{g}\right)^2 \tag{3-52}$$

A co-energia total é

$$W'_{cmp} = (\text{densidade média de co-energia})(\text{volume do entreferro})$$
$$= \frac{\mu_0}{4}\left(\frac{F_{er}}{g}\right)^2 \pi Dlg = \frac{\mu_0\pi Dl}{4g}F_{er}^2 \tag{3-53}$$

onde D é o diâmetro médio do entreferro, l o comprimento axial, g é o espaçamento de entreferro, e $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$. Todas as dimensões estão em metros. Da Eq. 3-50, a co-energia armazenada no entreferro pode agora ser expressa em termos das amplitudes das ondas de fmm de estator e rotor e do ângulo de fase espacial entre elas; assim

$$W'_{cmp} = \frac{\mu_0\pi Dl}{4g}(F_e^2 + F_r^2 + 2F_eF_r\cos\delta_{er}) \tag{3-54}$$

A expressão para o conjugado eletromagnético T pode agora ser obtida em termos dos campos magnéticos que interagem, calculando a derivada parcial da co-energia do campo em relação ao ângulo. Para uma máquina de 2 polos

$$T = +\frac{\partial W'_{cmp}}{\partial\delta_{er}} = -\frac{\mu_0\pi Dl}{2g}F_eF_r\,\text{sen}\,\delta_{er} \tag{3-55}$$

Para uma máquina de P polos, a Eq. 3-55 dá o conjugado por par de polos. O conjugado para uma máquina de P polos então, será

$$T = -\frac{P}{2}\frac{\mu_0}{2}\frac{\pi Dl}{g}F_e F_r \operatorname{sen}\delta_{er} \tag{3-56}$$

Esta importante equação afirma que o conjugado é proporcional aos valores de pico das ondas de fmm do estator e rotor F_e e F_r e ao seno do ângulo elétrico de fase espacial δ_{er} entre eles. O sinal menos significa que os campos tendem a se alinhar. No estator e no rotor conjugados iguais e opostos são exercidos. O conjugado no estator é simplesmente transmitido através da estrutura da máquina à fundação.

Reportando-se à Fig. 3-30*b*, pode ser visto que $F_r \operatorname{sen}\delta_{er}$ é a componente da onda de F_r em quadratura espacial elétrica com a onda de F_e. Da mesma forma $F_e \operatorname{sen}\delta_{er}$ é a componente da onda de F_e em quadratura com a onda F_r. Assim, o conjugado é proporcional ao produto de um campo magnético pela componente do outro em quadratura com ele, semelhante ao produto vetorial da análise vetorial. Também nota-se que na Fig. 3-30*b*.

$$F_e \operatorname{sen}\delta_{er} = F_{er} \operatorname{sen}\delta_r \tag{3-57}$$

e

$$F_r \operatorname{sen}\delta_{er} = F_{er} \operatorname{sen}\delta_e \tag{3-58}$$

O conjugado pode então ser expresso em termos da onda de fmm *resultante* F_{er} por substituição seja da Eq. 3-57 ou Eq. 3-58 na Eq. 3-56; assim

$$T = -\frac{P}{2}\frac{\pi}{2}\frac{\mu_0 Dl}{g}F_e F_{er} \operatorname{sen}\delta_e \tag{3-59}$$

$$T = -\frac{P}{2}\frac{\pi}{2}\frac{\mu_0 Dl}{g}F_r F_{er} \operatorname{sen}\delta_r \tag{3-60}$$

Comparando as Eqs. 3-56, 3-59 e 3-60 vemos que o conjugado pode ser expresso em termos dos campos magnéticos componentes devidos a *cada* corrente agindo sozinha como na Eq. 3-56, ou em termos do campo *resultante* e *qualquer* das componentes como nas Eqs. 3-59 e 3-60, *desde que usemos o ângulo correspondente entre os eixos dos campos.* A capacidade de raciocinar em qualquer destes termos é conveniente na análise de máquinas.

Nas Eqs. 3-56, 3-59 e 3-60, os campos foram expressos em termos dos valores das ondas de fmm. Quando a saturação magnética é desprezada, os campos podem, naturalmente, ser expressos em termos das ondas de indução magnética ou em termos do fluxo total por polo. Assim o valor de pico B do campo, devido a uma onda de fmm senoidalmente distribuída em uma máquina de entreferro uniforme, é $\mu_0 F/g$,

onde F é o valor de pico da onda de fmm. Por exemplo, a fmm resultante F_{er} produz uma onda de indução magnética resultante cujo valor de pico é $\mu_0 F_{er}/g$. Assim,

$$T = -\frac{P}{2}\frac{\pi Dl}{2}B_{er}F_r \operatorname{sen}\delta_r \tag{3-61}$$

Uma das limitações inerentes ao projeto de aparelhos eletromagnéticos é a indução magnética de saturação de materiais magnéticos. Devido à saturação nos dentes da armadura, o valor de pico B_{er} da onda de indução magnética resultante no entreferro é limitada a cerca de 1 weber/m^2 (64,5 kilolinhas/pol^2). O valor máximo permissível da onda de fmm é limitado pela elevação de temperatura no enrolamento e por outras exigências do projeto. Como a indução magnética e a fmm resultantes aparecem explicitamente na Eq. 3-61, esta equação é uma forma conveniente para fins de projeto.

Outras formas surgem se se observa que o fluxo resultante por polo é

$$\Phi = (\text{valor médio de } \mathscr{B} \text{ em um polo})(\text{área polar}) \tag{3-62}$$

e que o valor médio de uma senóide, calculado sobre metade do comprimento de onda, é $2/\pi$ vezes seu valor de pico. Assim

$$\Phi = \frac{2}{\pi}B\frac{\pi Dl}{P} = \frac{2Dl}{P}B \tag{3-63}$$

onde B é o valor de pico da onda de indução magnética correspondente. Por exemplo, substituindo a Eq. 3-63 na Eq. 3-61 temos

$$T = -\frac{\pi}{2}\left(\frac{P}{2}\right)^2 \Phi_{er}F_r \operatorname{sen}\delta_r \tag{3-64}$$

onde Φ_{er} é o fluxo resultante produzido pelo efeito combinado das fmms do estator e do rotor.

Para recapitular, agora temos várias formas nas quais o conjugado de uma máquina de entreferro uniforme pode ser expresso em termos dos campos magnéticos. Todas elas são apenas afirmações de que o conjugado é proporcional aos campos que interagem, e ao seno do ângulo elétrico espacial entre os eixos magnéticos. O sinal negativo indica que o conjugado eletromagnético age na direção que diminui o ângulo de deslocamento entre os campos. Para uma discussão preliminar de tipos de máquinas, a Eq. 3-64 será a forma preferida.

Uma observação ainda pode ser feita, relativa ás equações de conjugado e ao processo de raciocínio que nos levou a elas. Não há restrição de que a onda de fmm ou a onda de indução magnética devam

permanecer estacionárias no espaço. Elas podem permanecer estacionárias, ou podem ser ondas progressivas como mostrado no Item 3-4. Se os campos magnéticos do estator e do rotor são constantes em amplitude e caminham ao redor do entreferro na mesma velocidade, será produzido um conjugado estável pelos esforços dos campos do estator e do rotor de se alinharem, de acordo com as equações do conjugado.

3-6 RESUMO

Neste capítulo apresentamos descrição curta e elementar de três tipos básicos de máquinas rotativas – síncronas, de indução e de c.c. Em todas elas os princípios básicos são essencialmente os mesmos. As tensões são geradas pelo movimento relativo de um campo magnético em relação a um enrolamento, e os conjugados são produzidos pela interação dos campos magnéticos dos enrolamentos de estator e do rotor. As características dos vários tipos de máquinas são determinadas pelos métodos de ligação e de excitação dos enrolamentos, mas os princípios básicos são ainda essencialmente similares.

As ferramentas básicas de análise, para o estudo de máquinas rotativas, são as expressões para as tensões geradas e para o conjugado eletromagnético. Tomadas juntas, elas expressam o acoplamento entre os sistemas elétrico e mecânico. A fim de desenvolver uma teoria quantitativa razoável, sem a confusão que vem de excessivos detalhes, nós fizemos várias aproximações simplificadoras. No estudo de máquinas de c.a., supusemos as tensões e as correntes com variações senoidais no tempo, e ondas espaciais senoidais de indução magnética e fmm no entreferro. A lei de Faraday então resulta na Eq. 3-16 para a tensão eficaz gerada em um enrolamento de máquina de c.a. No exame da fmm de enrolamentos distribuídos para c.a., verificamos que a componente espacial fundamental é a mais importante, segundo as Eqs. 3-22 e 3-23, mas que a fmm de enrolamentos de armadura de máquinas de c.c. é mais próxima à onda triangular, segundo a Eq. 3-24. Para o nosso estudo preliminar neste capítulo, entretanto, supusemos distribuições de fmm senoidais para as máquinas de c.a. e de c.c. No Cap. 5, examinaremos esta suposição mais cuidadosamente para máquinas de c.c.

No exame da onda de fmm de um enrolamento trifásico, deduzimos que correntes trifásicas equilibradas produzem um campo magnético de amplitude constante, que gira no entreferro a velocidade síncrona, como mostrado na Fig. 3-28 e Eq. 3-36. A importância deste fato é muito grande, pois isto significa que o conjugado, que varia no tempo com freqüência dupla, inerentemente associado à componente de freqüência dupla da potência instantânea em um sistema monofásico, é eliminado nas máquinas trifásicas equilibradas, como mostrado no Apêndice A. Imagine-se um gerador a 60 Hz, de muitos megawatts, ou um motor de muitos cavalos-vapor, sujeito a uma pulsação instantânea de potência de muitos megawatts, a 120 Hz! A descoberta de campos girantes levou à invenção do motor de indução polifásico, simples, robusto, confiável, de partida própria, que será descrito brevemente no Item 4-2 e analisado em mais detalhes no Cap. 7. (Um motor de indução monofásico não irá partir por si próprio – ele necessita de um enrolamento de partida auxiliar como mostrado no Cap. 11.) É também possível a construção de geradores síncronos de muitos megawatts. A razão mais significativa para o uso quase universal de geração, transmissão e utilização trifásicas (para cargas acima de alguns kilowatts) é o campo girante nos geradores e motores.

Tendo admitido campos magnéticos senoidalmente distribuídos no entreferro, nós então deduzimos expressões para o conjugado magnético. O quadro físico simples é semelhante ao de dois ímãs, um no estator e um que gira no rotor, como mostrado esquematicamente na Fig. 3-30*a*. O conjugado age na direção de alinhar os ímãs. Para conseguir uma análise quantitativa razoavelmente boa sem nos atrapalharmos com detalhes, supusemos um entreferro liso e desprezamos a relutância dos caminhos magnéticos nas partes de ferro, tomando nota mentalmente de examinar estas hipóteses mais tarde nos Cap.s 5 e 6.

No Item 3-5, deduzimos de dois pontos de vista as expressões para o conjugado magnético, ambos baseados nos princípios fundamentais do Cap. 2. O primeiro ponto de vista considera a máquina como um grupo de circuitos acoplados magneticamente com indutâncias que dependem da posição angular do rotor, no Item 3-5*a*. O segundo ponto de vista leva em conta os campos magnéticos no entreferro, no Item 3-5*b*. Demonstra-se que o conjugado pode ser expresso como produto do campo de estator, do campo de rotor, e o do seno do ângulo entre seus eixos magnéticos, como na Eq. 3-56, ou em qualquer das formas derivadas da Eq. 3-56. Os dois pontos de vista são suplementares, e é útil saber raciocinar em termos de ambos para alcançar a compreensão de como trabalham as máquinas.

Este capítulo é relativo aos princípios básicos que fundamentam a teoria de máquinas rotativas. Por si mesmo, ele é obviamente incompleto. Muitas perguntas permanecem não respondidas. Como aplicamos estes princípios à determinação das características de máquinas síncronas, de indução e de c.c.? Quais são alguns dos problemas práticos que aparecem do uso de ferro, do cobre e da isolação em máquinas físicas? Quais são as considerações econômicas e de engenharia que afetam aplicações de máquinas rotativas? Quais são os fatores físicos

que limitam as condições sob as quais uma máquina pode funcionar com sucesso? O Cap. 4 discute alguns destes problemas. Tomados juntos, os Caps. 3 e 4 servem como uma introdução aos tratamentos mais pormenorizados de máquinas rotativas nos Caps. 5 até 11.

PROBLEMAS

3-1. O objetivo deste problema é ilustrar como os enrolamentos de armadura de certas máquinas (i.e., máquinas de c.c.) podem ser aproximadamente representados por lâminas de corrente uniformes, com o grau de correspondência tornando-se maior à medida que o enrolamento é distribuído em um número maior de ranhuras ao longo da periferia da armadura. Para este propósito, considere uma armadura com 8 ranhuras uniformemente distribuídas sobre 360 graus elétricos, ou um par de polos. O entreferro é de largura uniforme, as aberturas das ranhuras são muito pequenas, e a relutância do ferro é desprezível.

A armadura deve ser desenvolvida, por 360 graus elétricos com as ranhuras como indicado na Fig. 3-24*a*, numeradas de 1 a 8, da esquerda para a direita. O enrolamento consiste de 8 bobinas de espira única, cada uma percorrida por uma corrente contínua de 10 A. Os lados de bobinas colocados nas ranhuras de 1 a 4 levam corrente dirigida para dentro do papel; aqueles colocados nas ranhuras 5 a 8 levam corrente para fora do papel.

a. Considerar-se que todas as 8 bobinas são colocadas com um lado na ranhura 1 e o outro na ranhura 5. As ranhuras restantes estão vazias. Desenhar a onda de fmm retangular produzida por estas bobinas.

b. Considerar em seguida, 4 bobinas com um lado na ranhura 1 e o outro na ranhura 5, enquanto que as 4 restantes têm um lado na ranhura 3 e o outro na ranhura 7. Desenhar as ondas retangulares de fmm componentes produzidas por grupo de bobinas, superpondo as componentes para obter a onda de fmm resultante.

c. Agora, considerar 2 bobinas colocadas nas ranhuras 1 e 5, 2 nas 2 e 6, 2 nas 3 e 7, e 2 nas 4 e 8. Novamente superpondo as ondas retangulares componentes, obter a onda resultante. Note-que a tarefa pode ser sistematizada e simplificada observando que a onda de fmm é simétrica em relação ao eixo e tem um degrau em cada ranhura, o qual depende do número de ampères-condutores na ranhura.

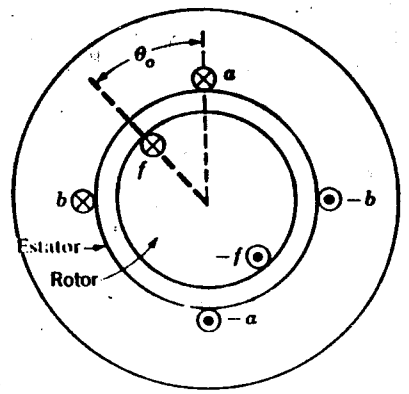


Fig. 3-31. Máquina síncrona difásica, rotor cilíndrico, elementar, Prob. 3-2.

d. Seja agora a armadura de 16 ranhuras por 360 graus elétricos, com um lado de bobina em cada ranhura. Desenhar a onda de fmm resultante.

e. Aproximando cada uma das ondas resultantes de (*a*) a (*d*) por triângulos isósceles, verificar que a representação se torna melhor à medida que o enrolamento é mais finamente distribuído.

3-2. A Fig. 3-31 mostra, em seção transversal, uma máquina com um enrolamento de rotor *ff* e 2 enrolamentos idênticos de estator *aa* e *bb*. A auto-indutância de cada enrolamento de estator é L_{aa} henry e do enrolamento de rotor é L_{ff} henry. O entreferro é uniforme. Os enrolamentos de estator estão em quadratura. A indutância mútua entre um enrolamento de estator e o enrolamento de rotor depende da posição angular θ_e do rotor e pode ser admitida como

$$M_{af} = M \cos \theta_e \qquad M_{bf} = M \operatorname{sen} \theta_e$$

onde M é o valor máximo da indutância mútua. A resistência de cada enrolamento de estator é R_a ohms.

a. Deduzir uma expressão geral para o conjugado T em termos do ângulo θ_e, das constantes das indutâncias, e das correntes instantâneas i_a, i_b, e i_f. Esta expressão aplica-se na imobilidade? Quando o rotor está girando?

b. Supondo-se o rotor parado, com correntes contínuas constantes $I_a = 5$ A, $I_b = 5$ A, $I_f = 10$ A nos enrolamentos, nas direções

indicadas pelos pontos e cruzes da Fig. 3-31. Se for permitido ao rotor mover-se, ele girará continuamente, ou tenderá a alcançar uma posição de repouso? Neste último caso, para que valor de θ_o ocorre?

c. O enrolamento de rotor é agora excitado por uma corrente contínua constante I_f, e os enrolamentos de estator recebem correntes difásicas equilibradas

$$i_a = \sqrt{2}\, I_a \cos \omega t \qquad i_b = \sqrt{2}\, I_a \operatorname{sen} \omega t$$

O rotor está girando em velocidade síncrona, de modo que a posição angular instantânea θ_o é dada por $\theta_o = \omega t - \delta$, onde δ é um ângulo de fase que descreve a posição do rotor em $t = 0$. A máquina é agora uma máquina síncrona difásica elementar. Deduzir a expressão do conjugado nestas condições. Descrever a natureza do conjugado.

d. Nas condições da parte *c*, deduzir a expressão para as tensões instantâneas das fases do estator *a* e *b*.

3-3. A Fig. 3-32 mostra em seção transversal uma máquina com 2 enrolamentos de estator idênticos *aa* e *bb*, arranjados em quadratura sobre um núcleo de chapas. O rotor de polos salientes é feito de aço e leva um enrolamento *f* ligado a anéis coletores. A máquina é uma

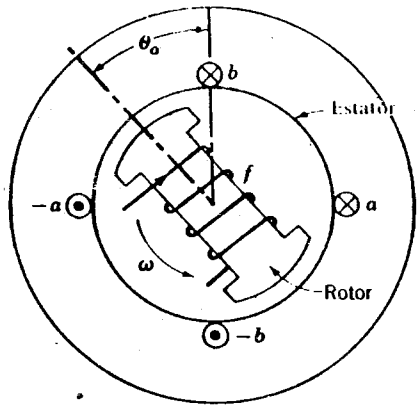


Fig. 3-32. Máquina síncrona difásica, polos salientes, elementar, Prob. 3-3.

máquina síncrona difásica, elementar de polos salientes.

Devido ao entreferro não uniforme, as indutâncias próprias e mútuas dos enrolamentos do estator são funções da posição angular θ_o do rotor, como segue:

$$L_{aa} = L_0 + L_2 \cos 2\theta_o$$
$$L_{bb} = L_0 - L_2 \cos 2\theta_o$$
$$M_{ab} = L_2 \operatorname{sen} 2\theta_o$$

onde L_0 e L_2 são constantes positivas. As indutâncias mútuas entre os enrolamentos de rotor e estator são funções de θ_o como segue:

$$M_{af} = M \cos \theta_o \qquad M_{bf} = M \operatorname{sen} \theta_o$$

onde M é uma constante positiva. A auto-indutância L_{ff} do enrolamento do rotor é constante, independente de θ_o.

O enrolamento de rotor (ou de campo) f é excitado com corrente contínua I_f, e os enrolamentos do estator são ligados a uma fonte de tensão difásica equilibrada. As correntes nos enrolamentos do estator são:

$$i_a = \sqrt{2}\, I_a \cos \omega_t \qquad i_b = \sqrt{2}\, I_a \operatorname{sen} \omega t$$

O rotor está girando à velocidade síncrona, de modo que sua posição angular é dada por

$$\theta_o = \omega t - \delta$$

onde δ é um ângulo de fase, descrevendo a posição do rotor em $t = 0$.

a. Deduzir a expressão para o conjugado eletromagnético sobre o rotor. Descrever a natureza do conjugado.

b. Pode a máquina ser operada como um motor? Como um gerador? Explique.

c. Se a corrente de campo I_f for reduzida a zero, a máquina continuará a girar? Em caso afirmativo, deduzir a expressão do conjugado, dando também uma explicação física.

3-4. A Fig. 3-33 mostra um rotor de 2 polos girando dentro de um estator liso que leva uma bobina de 100 espiras. O rotor produz uma distribuição espacial senoidal de fluxo na superfície do estator, e o valor de pico da onda de indução magnética é de 0,80 weber/m^2 quando a corrente no rotor é de 10 A. O circuito magnético é linear. O diâmetro interno do estator é 0,10 m, e o comprimento axial é 0,10 m. O rotor é movido à velocidade de 60 rps.

a. O rotor é excitado por uma corrente contínua de 10 A. Tomando o instante zero como o instante em que o eixo do rotor está vertical, encontre uma expressão para a tensão instantânea gerada na bobina do estator em circuito aberto.

b. O rotor é agora excitado por uma corrente senoidal alternada, 60 Hz, cujo valor eficaz é 7,07 A. Conseqüentemente, a corrente de rotor se inverte a cada meia volta; verifica-se que ela se anula sempre que o eixo do rotor está vertical. Tomando o instante

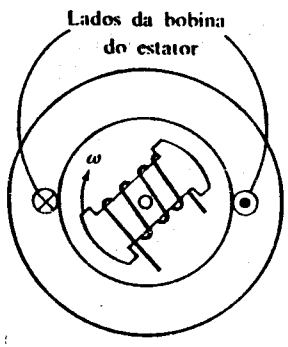


Fig. 3-33. Gerador elementar.

zero como o instante em que o eixo do rotor está vertical, deduzir a expressão para a tensão instantânea gerada na bobina do estator em circuito aberto. Este esquema é sugerido às vezes para um gerador de c.c. sem comutador, o raciocínio sendo que, se os meios ciclos alternados de tensão gerada na parte *a* são invertidos por inversão da polaridade do enrolamento de campo (rotor), então será gerada no estator uma tensão contínua pulsante. Explique se esta invenção trabalhará como descrito.

3-5. Um pequeno alternador trifásico, experimental, de 4 polos tem o enrolamento de armadura concentrado, de passo pleno, ligado em Y, e mostrado esquematicamente nas Figs. 3-12*b* e 3-12*c*. Cada bobina (aquela representada pelos lados de bobina *a* e $-a$, por exemplo) tem 2 espiras, e todas as espiras em qualquer fase são ligadas em série. O fluxo por polo é 0,25 weber e é senoidalmente distribuído no espaço. O rotor é girado a 1.800 rpm.

a. Determinar a tensão eficaz gerada, em relação ao neutro.
b. Determinar a tensão eficaz gerada entre linhas.
c. Considere-se uma ordem de fases *abc*, tornando o tempo zero no instante em que os fluxos concatenados com a fase *a* são máximos. Escrever um sistema coerente de equações no tempo, para as tensões trifásicas dos terminais *a*, *b*, e *c* em relação ao neutro.
d. Sob as condições de *c*, escreva um sistema coerente de equações no tempo para as três tensões entre as linhas *a* e *b*, *b* e *c*, e *c* e *a*.

3-6. Numa máquina difásica equilibrada, os 2 enrolamentos são deslocados de 90 graus elétricos no espaço, e as correntes nos 2 enrolamentos são deslocados em fase de 90 graus elétricos no tempo. Para esta máquina, desenvolva o processo que leva a uma equação como a Eq. 3-36 para a onda de fmm girante.

3-7. As seguintes afirmações são feitas no Item 3-4 imediatamente após deduzir e discutir a Eq. 3-38: "Generalizando, pode-se mostrar que um campo girante de amplitude constante será produzido por um enrolamento de q fases excitado por correntes equilibradas de q fases, quando as respectivas fases são enroladas $2\pi/q$ radianos elétricos distantes uma da outra no espaço. A amplitude constante será $q/2$ vezes a contribuição máxima de qualquer fase, e a velocidade será $\omega = 2\pi f$ radianos elétricos por segundo".

Demonstrar estas afirmações.

4

Máquinas Rotativas: Considerações Tecnológicas

No Item 3-1, fizemos uma apresentação superficial das características estruturais e modos de funcionamento dos tipos comuns de máquinas rotativas. Nos próximos quatro itens deste capítulo, investigaremos os princípios básicos em que se fundamenta a teoria das máquinas rotativas, à luz das equações de tensão e conjugado dos Itens 3-2 e 3-5, e dos campos magnéticos girantes do Item 3-4. A esta altura, o tratamento não será completo ou inteiramente rigoroso; alguns detalhes, que precisam ser esclarecidos mais tarde, serão esquecidos aqui. O objetivo principal é deixar uma base, em raciocínio físico relativamente simples, para as análises mais completas que virão nos Caps. 5 a 11.

Outro objetivo deste capítulo é também discutir alguns dos problemas práticos associados a aplicação de máquinas. Muitos destes problemas são relativos aos fatores físicos que limitam as condições sob as quais uma máquina pode funcionar com sucesso. Entre elas estão a saturação, e os efeitos de perdas sobre as características nominais e o aquecimento da máquina. Estes problemas, comuns a todos os tipos de máquinas, são discutidos neste capítulo.

4-1 INTRODUÇÃO A MÁQUINAS SÍNCRONAS POLIFÁSICAS

Como indicado no Item 3-1*a*, na máquina síncrona a corrente alternada flui no enrolamento de armadura, e a excitação em c.c. é suprida ao enrolamento de campo. Quase invariavelmente, o enrolamento de armadura está no estator e usualmente é um enrolamento trifásico como descrito no Cap. 3. O enrolamento de campo está no rotor. A construção do rotor cilíndrico mostrada nas Figs. 3-11 e 3-12 é usada para turbogeradores de 2 e 4 polos. A construção de polos salientes mostrada na Fig. 3-9 é melhor para geradores hidrelétricos multipolares de baixa velocidade e para a maioria dos motores síncronos. A potência de c.c. necessária para a excitação – aproximadamente 1 a uns poucos por cento da potência nominal da máquina síncrona – usualmente é suprida através de anéis coletores por um gerador de c.c. chamado *excitatriz*, que freqüentemente está montado no mesmo eixo da máquina síncrona. Vários sistemas de excitação usando excitatrizes de c.a. e retificadores de estado sólido são usados com grandes geradores a turbina. Um destes sistemas é descrito no Item 4-7.

Um único gerador síncrono suprindo potência a uma impedância carga age como uma fonte de tensão cuja freqüência é determinada pela velocidade do seu motor primário, como na Eq. 3-2. A corrente e o fator de potência são determinados, então, pela excitação de campo do gerador e pela impedância do gerador e da carga.

Usualmente, entretanto, a máquina síncrona é ligada a um sistema de potência contendo muitas outras máquinas síncronas. A tensão e freqüência nos terminais da armadura são, então, substancialmente fixados pelo sistema. Uma fonte de tensão eficaz e frequência constantes é chamada *barramento infinito*. Quando é percorrido por correntes polifásicas equilibradas, o enrolamento de armadura produzirá um campo magnético componente no entreferro, que gira à velocidade síncrona (Eq. 3-37 ou 3-38) determinada pela freqüência do sistema. Mas o campo produzido pelo enrolamento de c.c. do rotor, gira com o rotor. Para obter um conjugado unidirecional estável, os campos girantes do estator e rotor precisam estar caminhando à mesma velocidade, e portanto o rotor precisa girar exatamente na velocidade síncrona. Um motor síncrono ligado a uma fonte de tensão de freqüência constante funciona, portanto, a uma velocidade de regime permanente constante, independente da carga. Um motor síncrono por si não tem conjugado de partida, e precisam ser providos meios para trazê-lo à velocidade síncrona, como motor de indução, como descrito rapidamente no fim do Item 4-2.

O comportamento do motor síncrono, nas condições de funcionamento, pode ser visualizado em termos da equação de conjugado 3-64:

$$T = \frac{\pi}{2}\left(\frac{P}{2}\right)^2 \Phi_{cr} F_r \operatorname{sen} \delta_r \qquad (4\text{-}1)$$

na qual o sinal negativo da Eq. 3-64 foi omitido, lembrando que o conjugado eletromagnético age no sentido de alinhar os campos que interagem. Nas condições normais, a queda de tensão na resistência da armadura é desprezível, e o fluxo de dispersão da armadura é pequeno, comparado com o fluxo de entreferro resultante Φ_{er}. Conseqüentemente, a tensão gerada pela onda de fluxo de entreferro deve aproximadamente equilibrar a tensão terminal V_t. Da Eq. 3-16, então,

$$\Phi_{er} = \frac{V_t}{444 f k_w N_s} \tag{4-2}$$

Quando os terminais da armadura são ligados a um "barramento infinito" polifásico simétrico, o fluxo resultante no entreferro Φ_{er} é, portanto, aproximadamente constante, independente da carga no eixo. A fmm do rotor F_r é determinada pela corrente contínua de campo e é também constante em funcionamento normal. Conseqüentemente, as variações nas necessidades do conjugado de carga devem inteiramente ser compensadas pela variação do ângulo de carga δ_r, como mostrado pela curva conjugado-ângulo na Fig. 4-1, na qual os valores positivos de T representam o funcionamento como motor, e os valores positivos de δ_r representam ângulos de atraso da onda de fmm do rotor em relação à onda de fluxo resultante no entreferro.

Com uma carga leve no eixo, é suficiente um conjugado eletromagnético relativamente pequeno, e δ_r é pequeno. Quando é adicionada mais carga ao eixo, o rotor precisa se atrasar, em fase espacial, em relação à onda de fluxo girante, justamente o suficiente para que δ_r tome um valor suficiente para suprir o conjugado necessário. O processo de reajusta-

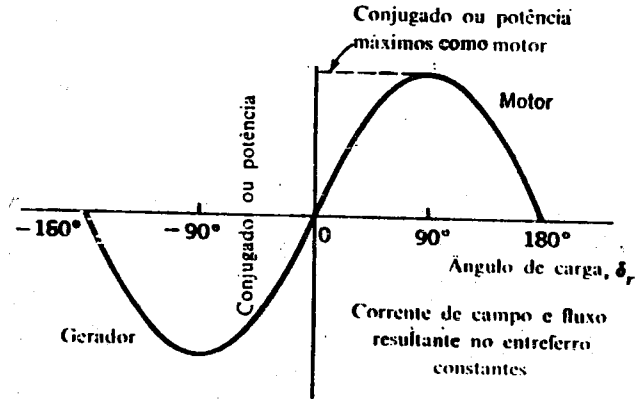


Fig. 4-1. Curva conjugado-ângulo de uma máquina síncrona.

mento é, na realidade, um processo dinâmico acompanhado por uma temporária diminuição da velocidade mecânica instantânea do rotor e uma oscilação mecânica amortecida, chamada *oscilação pendular* do rotor em torno de sua nova posição de fase espacial. Numa máquina prática, algumas variações nas amplitudes das ondas de densidade de fluxo e fmm resultantes podem também ocorrer devido a fatores (tais como saturação e queda na impedância de dispersão) que foram desprezados no presente raciocínio. O ajuste do rotor à sua nova posição de fase, acompanhando uma variação na carga, pode ser demonstrado experimentalmente no laboratório, observando o rotor da máquina com luz estroboscópica tendo uma freqüência de lampejo que faz o rotor parecer estacionário quando está girando à sua velocidade síncrona normal.

Quando δ_r se torna igual a 90°, é alcançado o máximo conjugado ou potência possível, chamado *conjugado máximo em sincronismo* ou *potência máxima em sincronismo*, para tensão terminal e corrente de campo fixas. Se as exigências da carga excedem este valor, a velocidade do motor cai, sob a influência de excesso de conjugado no eixo, e é perdida a ação como motor síncrono, pois os campos de rotor e estator não estão mais estacionários um com respeito ao outro. Nestas condições, o motor é usualmente desligado da linha pela ação de disjuntores automáticos. Este fenômeno é conhecido como *perda de sincronismo*. O conjugado máximo em sincronismo limita a sobrecarga de curta duração que pode ser aplicada ao motor. Com o aumento, seja da corrente de campo ou da tensão terminal, aumenta o conjugado máximo em sincronismo.

A relação entre o funcionamento como motor e gerador e a influência do ângulo de carga são ilustradas na Fig. 4-1, onde o funcionamento como gerador é representado simplesmente estendendo a curva para motor à região negativa. Se a máquina síncrona fosse ligada a um sistema de c.a. de freqüência constante e tensão constante, capaz de absorver ou suprir potência elétrica, a máquina iria suprir potência àquele sistema quando seu rotor fosse movido mecanicamente de modo que a onda de fmm do rotor estivesse na frente da onda de fluxo resultante no entreferro. O sincronismo é perdido se o conjugado aplicado pelo motor de acionamento excede o conjugado máximo em sincronismo do gerador. A velocidade então iria aumentar rapidamente, tornando necessária uma ação rápida do regulador sobre o motor de acionamento, para prevenir velocidades perigosas.

4-2 INTRODUÇÃO A MÁQUINAS DE INDUÇÃO POLIFÁSICAS

Como indicado no Item 3-1*c*, no motor de indução a corrente alternada é fornecida ao estator diretamente, e ao rotor por indução, ou pela ação de transformador do estator. Semelhantemente ao caso da máquina sín-

crona, o enrolamento de estator é do tipo discutido no Item 3-4. Quando excitado por uma fonte polifásica simétrica, o enrolamento produzirá um campo magnético no entreferro, que gira à velocidade síncrona, como determinado pelo número de polos e pela freqüência f aplicada ao estator (Eq. 3-38). O rotor pode ser de dois tipos. O *rotor enrolado* tem um enrolamento polifásico semelhante ao do estator, e enrolado com o mesmo número de polos. Os terminais do enrolamento do rotor são ligados a anéis coletores isolados montados sobre o eixo. Por meio de escovas de grafite apoiadas nestes anéis, os terminais do rotor são disponíveis externamente ao motor, como mostrado na vista em corte na Fig. 4-2. O motor na Fig. 3-18 tem um *rotor em gaiola*, com um enrolamento que consiste de barras condutoras encaixadas no ferro do rotor e curto-circuitadas em cada extremidade por anéis condutores. A extrema simplicidade e robustez da construção em gaiola são destacadas vantagens do motor de indução.

Agora, suponha-se que o rotor está girando com a velocidade fixa de n rpm na mesma direção do campo girante do estator. Seja de n_1 rpm a velocidade síncrona do campo do estator, como se pode obter pela Eq. 3-38. O rotor está então girando na velocidade $n_1 - n$ rpm em direção contrária à do campo do estator, ou o *escorregamento* do rotor é $n_1 - n$ rpm. Mais usualmente, o escorregamento é expresso como uma

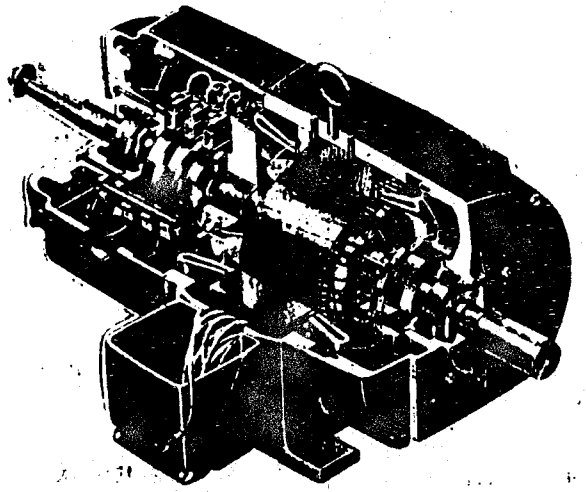


Fig. 4-2. Vista em corte de um motor de indução trifásico com um rotor enrolado e anéis coletores ligados ao enrolamento trifásico do rotor. (*General Electric Company.*)

fração da velocidade síncrona; i.e., o escorregamento por unidade s é

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \tag{4-3}$$

ou

$$n = n_1(1 - s) \tag{4-4}$$

Este movimento relativo do fluxo e dos condutores do rotor induz tensões de freqüência sf, chamada *freqüência de escorregamento*, no rotor. Assim, o comportamento elétrico de uma máquina de indução é semelhante ao de um transformador, mas com a característica adicional da transformação de freqüência. Um rotor enrolado de máquina de indução pode ser usado como um conversor de freqüência.

Quando usado como um motor de indução, os terminais do rotor são curto-circuitados. As correntes do rotor são, então, determinadas pelos valores das tensões induzidas e pela impedância do rotor à freqüência de escorregamento. Na partida, o rotor está imóvel, o escorregamento vale $s = 1$, e a freqüência do rotor é igual à freqüência do estator f. O campo produzido pelas correntes de rotor, portanto, gira à mesma velocidade do campo do estator, e resulta um conjugado de partida tendendo a girar o rotor na direção de rotação do campo induzido pelo estator. Se este conjugado for suficiente para vencer a oposição à rotação criada pela carga no eixo, o motor chegará à sua velocidade de funcionamento normal. Entretanto, a velocidade de funcionamento nunca pode igualar a velocidade síncrona n_1, pois os condutores do rotor estariam então imóveis com respeito ao campo do estator e nenhuma tensão seria neles induzida.

Com o rotor girando na mesma direção de rotação do campo do estator, a freqüência das correntes no rotor é sf, e o campo componente do rotor, criado por elas, girará com sn_1 rpm *em relação ao rotor*, na direção para a frente. Mas superposta a esta rotação está a rotação mecânica do rotor a n rpm. A velocidade do campo do rotor no espaço é a soma destas duas velocidades e é igual a:

$$sn_1 + n = sn_1 + n_1(1 - s) = n_1 \tag{4-5}$$

Os campos de estator e rotor estão, portanto, estacionários um em relação ao outro, e é produzindo um conjugado estável, e a rotação mantém-se. Tal conjugado, que existe em qualquer velocidade mecânica n, diferente da velocidade síncrona, é chamado de *conjugado assíncrono*.

A Fig. 4-3 mostra uma característica conjugado-velocidade, típica para um motor de indução de gaiola. Os fatores que influenciam a forma desta característica podem ser avaliados pela equação de conjugado 4-1. Nesta equação, observa-se que o fluxo resultante no entreferro Φ_{er} é aproximadamente constante quando a tensão e freqüência aplicadas ao estator são constantes (Eq. 4-2). Lembramos também que a fmm do rotor F_r é

proporcional à corrente do rotor I_r. A Eq. 4-1 então se reduz a

$$T = KI_r \operatorname{sen} \delta_r \qquad (4\text{-}6)$$

onde K é uma constante. A corrente do rotor é determinada pela tensão induzida no rotor e pela impedância de dispersão, ambas à freqüência de escorregamento. A tensão induzida no rotor é proporcional ao escorregamento. Sob condições normais de funcionamento, o escorregamento é pequeno – 3 a 10 por cento sob carga nominal, para a maioria dos motores de gaiola. A freqüência do rotor sf portanto, é muito pequena (da ordem de 2 a 6 Hz em motores para 60 Hz). Conseqüentemente, nesta faixa a impedância do rotor é aproximadamente resistiva, e a corrente do rotor é aproximadamente proporcional à tensão do rotor e está em fase com ela, e é, portanto, aproximadamente proporcional ao escorregamento. Ademais, a onda de fmm do rotor está aproximadamente 90 graus elétricos atrasada em relação à onda de fluxo resultante, e portanto sen $\delta_r \approx 1$. (Este ponto está discutido no Item 7-1a.). É portanto de se esperar, na faixa onde o escorregamento é pequeno que o conjugado seja função linear do escorregamento. Conforme o escorregamento aumenta, a impedância do rotor aumenta devido ao efeito crescente da indutância do rotor aumenta devido ao efeito crescente da indutância de dispersão do rotor. Assim a corrente do rotor é menos do que proporcional ao escorregamento. Também a corrente do rotor se atrasa ainda mais em relação à tensão induzida, a onda de fmm se atrasa ainda mais em relação à onda de fluxo resultante, e sen δ_r diminui. O resultado é que o conjugado aumenta com o escorregamento até atingir um valor máximo, e depois diminui como mostrado na Fig. 4-3. O *conjugado máximo* limita a capacidade de sobrecarga de curta duração do motor.

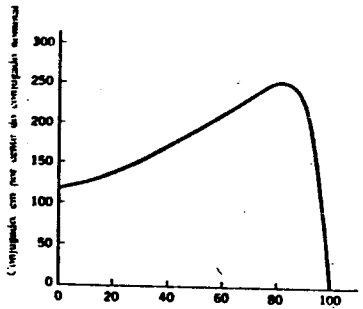


Fig. 4-3 Curva conjugado-velocidade de um motor de indução típico

Fig. 4-4. Rotor de um motor síncrono de 6 polos, 1200 rpm, mostrando as bobinas do campo, o enrolamento amortecedor, e a construção (*General Electric Company*)

O motor de gaiola é substancialmente um motor de velocidade constante, tendo uns poucos por cento de queda na velocidade de funcionamento, desde em vazio até o funcionamento sob carga nominal. A variação de velocidade pode ser obtida usando um motor de rotor enrolado e inserindo resistência externa no circuito do rotor. Na faixa de funcionamento normal, a resistência externa simplesmente aumenta a impedância do rotor, resultando um maior escorregamento para a fmm e o conjugado de rotor desejados.

No Item 4-1 foi mencionado que um motor síncrono por si não tem conjugado de partida. Para fazer um motor síncrono com partida própria, é inserido nas faces polares do rotor um enrolamento em gaiola, chamado *enrolamento amortecedor*, como mostrado na Fig. 4-4. O rotor

então vem até quase a velocidade síncrona por ação de motor de indução, com o enrolamento de campo não excitado. Se a carga e inércia não são demasiado grandes, o motor então entra em sincronismo quando o enrolamento do campo é energizado por uma fonte de c.c..

4-3 FUNCIONAMENTO DO COMUTADOR

A máquina de c.c. difere do modelo ideal do Item 3-5 em vários aspectos. Embora os conceitos básicos do Item 3-5 ainda sejam válidos, um reexame das hipóteses e uma modificação do modelo são desejáveis. O ponto essencial do assunto é o efeito do comutador mostrado nas fotografias das Figs. 3-1, 3-14 e 3-15.

A Fig. 4-5 mostra esquematicamente o enrolamento de armadura da Fig. 3-23, acrescentando o comutador, as escovas e as ligações das bobinas às lâminas do comutador. O comutador é representado pelo anel de lâminas no centro da figura. As lâminas são isoladas uma das outras e do eixo. Duas escovas estacionárias são mostradas pelos retângulos pretos dentro do comutador. Na realidade, as escovas usualmente fazem contato com a superfície externa, como mostrado nas Figs. 3-14 e 3-15. Os lados das bobinas nas ranhuras são mostrados em seção transversal pelos pequenos círculos com pontos e cruzes, indicando correntes saindo e entrando no plano da figura, respectivamente, como na Fig. 3-23. As ligações das bobinas às lâminas do comutador são mostradas pelos arcos circulares. As ligações nas extremidades atrás da armadura são mostradas tracejadas, para duas bobinas nas ranhuras 1 e 7, e as ligações destas bobinas a lâminas adjacentes do comutador são mostradas pelos arcos em traço cheio. Todas as bobinas são idênticas. As ligações nas extremidades traseiras das outras bobinas foram omitidas, para não complicar a figura, mas elas podem facilmente ser traçadas lembrando que cada bobina tem um lado na posição externa de uma ranhura e o outro na posição interna da ranhura diametralmente oposta.

Na Fig. 4-5*a*, as escovas estão em contato com as lâminas 1 e 7 do comutador. A corrente que entra na escova da direita se divide igualmente entre dois caminhos paralelos através do enrolamento. O primeiro caminho leva ao condutor interno da bobina na ranhura 1 e finalmente termina na escova na lâmina 7. O segundo caminho leva ao condutor externo da bobina na ranhura 6 e também finalmente termina na escova no segmento 7. As direções das correntes na Fig. 4-5*a* podem ser verificadas traçando estes dois caminhos. Eles são os mesmos da Fig. 3-23. O efeito é idêntico ao de uma bobina enrolada ao redor da armadura com seu eixo magnético vertical, de modo que resulta um conjugado magnético em sentido horário sobre a armadura, tendendo a alinhar o campo magnético desta com o campo magnético do enrolamento de campo.

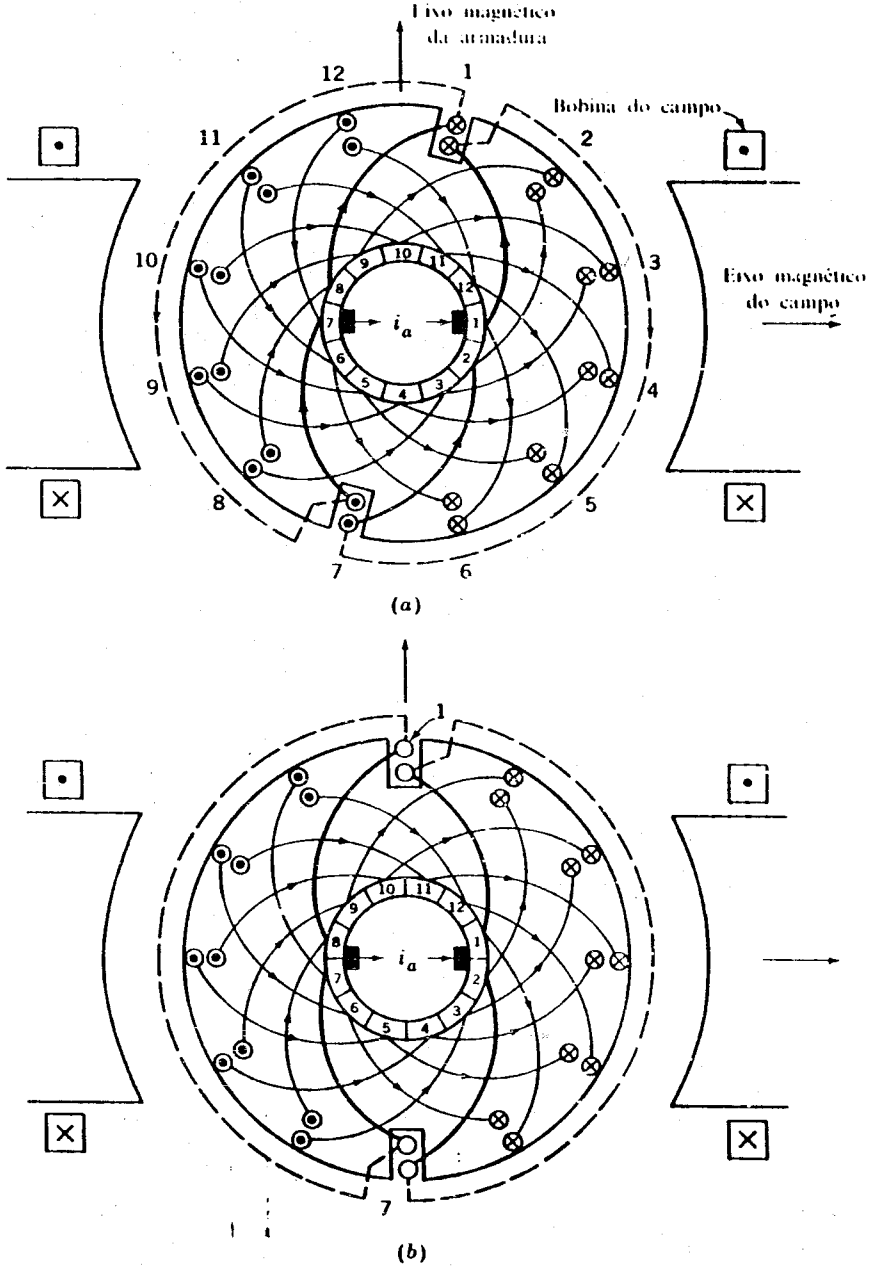


Fig. 4-5. Enrolamento de armadura de máquina de corrente contínua com comutador e escovas. (*a*) e (*b*) Direções de corrente para duas posições da armadura

Agora, suponha-se que a máquina está agindo como um gerador movido em direção anti-horária por um conjugado mecânico aplicado. A Fig. 4-5*b* mostra a situação depois que a armadura girou de um ângulo subentendido por meia lâmina do comutador. A escova da direita está agora em contato com as lâminas 1 e 2, e a escova da esquerda está em contato com as lâminas 7 e 8. As bobinas nas ranhuras 1 e 7 estão agora curto-circuitadas pelas escovas. As correntes nas outras bobinas estão mostradas pelos pontos e cruzes, e elas produzem um campo magnético cujo eixo é novamente vertical.

Depois de mais rotação, as escovas irão estar em contato com as lâminas 2 e 8, e as ranhuras 1 e 7 terão girado para as posições que eram previamente ocupadas pelas ranhuras 12 e 6 na Fig. 4-5*a*. As direções das correntes serão similares àquelas da Fig. 4-5*a* exceto que as correntes nas bobinas nas ranhuras 1 e 7 estarão invertidas. O eixo magnético da armadura é ainda vertical.

Durante o tempo em que as escovas estão simultaneamente em contato com duas lâminas adjacentes do comutador, as bobinas ligadas a estas lâminas estão temporariamente removidas dos circuitos principais ao longo do enrolamento, estão curto-circuitadas pelas escovas, e as correntes nelas são invertidas. Idealmente, a corrente nas bobinas sob comutação deveriam se inverter linearmente com o tempo. O afastamento da comutação linear produz faiscamento nas escovas. Os meios para se obter comutação sem faíscas são discutidos no Item 5-2. Com comutação linear, a forma de onda da corrente em qualquer bobina em função do tempo é trapezoidal, como mostrado na Fig. 4-6.

O enrolamento da Fig. 4-5 é mais simples do que o enrolamento usado na maioria das máquinas de c.c.. Geralmente, são usadas mais ranhuras e lâminas de comutador, e exceto em pequenas máquinas, é comum ter-se mais do que 2 polos. Não obstante, o enrolamento simples da Fig. 4-5 inclui as características essenciais de enrolamentos mais complicados.

4-4 INTRODUÇÃO A MÁQUINAS DE C.C.

As características essenciais de máquinas de c.c. são mostradas esquematicamente na Fig. 4-7. O estator tem polos salientes excitados por uma ou mais bobinas de campo. A distribuição do fluxo no entreferro, criado pelos enrolamentos de campo, é simétrica com relação à linha central dos polos de campo. Este eixo é chamado o *eixo do campo*, ou *eixo direto*. As escovas são posicionadas de tal modo que a comutação ocorre quando os lados das bobinas estão na zona neutra, a meio caminho entre os polos do campo. O eixo da onda de fmm da armadura, então, está a 90 graus elétricos do eixo dos polos de campo; i.é., o *eixo em quadratura*. Na representação esquemática da Fig. 4-7*a*, as escovas são mostradas no eixo em quadratura porque esta é a posição das bobinas às quais elas são ligadas. A onda de fmm da armadura, então, está ao longo do eixo das escovas, como mostrado. (A posição geométrica das escovas em uma máquina real é aproximadamente a 90 graus elétricos de sua posição no diagrama esquemático, devido à forma das ligações terminais do comutador. Por exemplo, ver a Fig. 4-5.) Para simplificação, a representação de circuito usualmente será desenhada como na Fig. 4-7*b*.

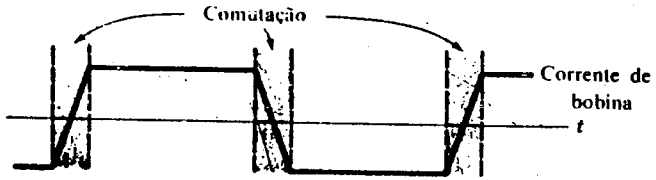


Fig. 4-6. Forma de onda da corrente em uma bobina de armadura com comutação linear

Embora o conjugado magnético e a tensão de velocidade nas escovas sejam independentes da forma de onda espacial da distribuição de fluxo, para conveniência nós continuaremos supondo uma onda senoidal de densidade de fluxo no entreferro. O conjugado pode então ser calculado do ponto de vista de campo magnético do Item 3-5*b*.

O conjugado pode ser expresso em termos da interação do fluxo de entreferro no eixo direto por polo Φ_d, e da componente espacial fundamental F_{a1} da onda de fmm de armadura, em uma forma similar à

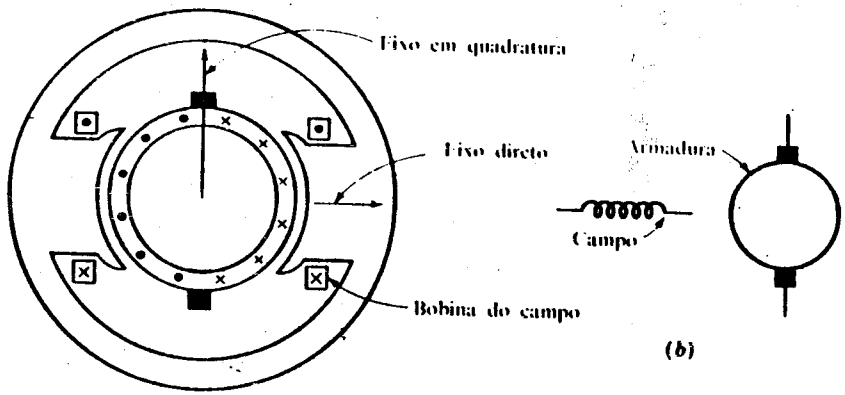


Fig. 4-7. Representações esquemáticas de uma máquina de c.c.

Eq. 3-64. Com as escovas no eixo em quadratura, o ângulo entre estes campos é de 90 graus elétricos e seu seno é igual à unidade. A substituição na Eq. 3-64, então, dá para uma máquina de P polos

$$T = \frac{\pi}{2}\left(\frac{P}{2}\right)^2 \Phi_d F_{a1} \tag{4-7}$$

na qual o sinal negativo foi tirado porque a direção positiva do conjugado pode ser determinada por raciocínio físico. O valor de pico da onda triangular de fmm de armadura é dado pela Eq. 3-24, e a fundamental espacial F_{a1} é $8/\pi^2$ vezes o pico. Introduzindo isto na Eq. 4-7 temos

$$T = \frac{PZ_a}{2\pi a}\Phi_d i_a = K_a \Phi_d i_a \quad \text{newton-metros} \tag{4-8}$$

onde i_a é a corrente no circuito externo da armadura, Z_a é o número total de condutores no enrolamento de armadura, a é o número de caminhos paralelos do enrolamento, e

$$K_a = \frac{PZ_a}{2\pi a} \tag{4-9}$$

é uma constante fixada pelo projeto do enrolamento.

A tensão retificada gerada na armadura já foi determinada no Item 3-2*b* para uma armadura elementar de bobina única, e a forma de onda é mostrada na Fig. 3-20. O efeito devido à distribuição do enrolamento em várias ranhuras é mostrado na Fig. 4-8, na qual cada uma das ondas senoidais retificadas é a tensão gerada em uma das bobinas, com a comutação ocorrendo no instante em que os lados das bobinas estão na zona neutra. A tensão gerada observada nas escovas é a soma das tensões retificadas de todas as bobinas em série entre escovas e é mostrada

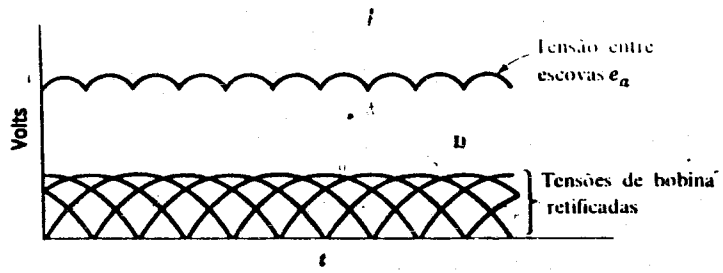


Fig. 4-8 Tensões de bobina retificadas e tensão resultante entre escovas em uma máquina de c.c.

pela linha ondulada, indicada com e_a na Fig. 4-8. Com aproximadamente uma dúzia de lâminas de comutador por polo, a ondulação torna-se muito pequena e a tensão média gerada observada nas escovas é igual à soma dos valores médios das tensões retificadas de bobinas. Da Eq. 3-18, com mudanças na notação, a tensão média de bobina é

$$e_{a(\text{bobina})} = \frac{PN_b}{\pi}\Phi_d \omega_m \tag{4-10}$$

onde N_b é o número de espiras em uma das bobinas. Para um enrolamento distribuído com C bobinas ligadas em a caminhos paralelos entre escovas, a tensão de escova e_a é

$$e_a = \frac{C}{a} e_{a(\text{bobina})} = \frac{PN_b C}{\pi a}\Phi_d \omega_m \tag{4-11}$$

Mas $N_b C = Z_a/2$, onde Z_a é o número total de condutores ativos no enrolamento. Daí

$$e_a = \frac{PZ_a}{2\pi a}\Phi_d \omega_m = K_a \Phi_d \omega_m \tag{4-12}$$

onde K_a é a constante de projeto definida na Eq. 4-9. Compare-se com a Eq. 3-19. A tensão retificada de um enrolamento distribuído tem o mesmo valor médio de uma bobina concentrada. A diferença é que a ondulação é muito reduzida.

Das Eqs. 4-8 e 4-12, com todas as variáveis expressas em unidades mks, temos

$$e_a i_a = T\omega_m \tag{4-13}$$

Esta equação simplesmente diz que a potência elétrica instantânea associada à tensão de velocidade é igual à potência mecânica instantânea associada ao conjugado magnético, e a direção de fluxo de potência é determinada pela ação da máquina como gerador ou motor.

O fluxo de entreferro no eixo direto é produzido pela fmm combinada $\Sigma N_f i_f$ dos enrolamentos de campo, e a característica de fluxo-fmm é a *curva de magnetização* para a geometria do ferro específica da máquina. Uma curva de magnetização é mostrada na Fig. 4-9*a*, na qual se supõe que a fmm de armadura não tem nenhum efeito sobre o fluxo no eixo direto, porque a onda de fmm da armadura é perpendicular ao eixo do campo. Será necessário reexaminar esta hipótese mais tarde no Cap. 5, onde os efeitos da saturação são investigados mais cuidadosamente. Como a fem de armadura é proporcional ao produto do fluxo pela velocidade, é usualmente mais conveniente expressar a curva de magnetização em termos da fem de armadura e_{a0} a uma velocidade

constante ω_{m0}, como mostrado na Fig. 4-9*b*. A fem e_a para um dado fluxo a qualquer outra velocidade ω_m é proporcional à velocidade, i.e., da Eq. 4-12

$$\frac{e_a}{\omega_m} = K_a \Phi_d = \frac{e_{a0}}{\omega_{m0}} \tag{4-14}$$

$$e_a = \frac{\omega_m}{\omega_{m0}} e_{a0} \tag{4-15}$$

A Fig. 4-9*c*, mostra a curva de magnetização com apenas um enrolamento de campo excitado. Esta curva pode ser obtida facilmente por métodos de ensaio, não sendo necessário nenhum conhecimento dos detalhes de projeto.

Sobre uma faixa razoavelmente ampla de excitação, a relutância do ferro é desprezível comparada com a do entreferro. Nesta região, o fluxo é linearmente proporcional à fmm total dos enrolamentos de campo, a constante de proporcionalidade sendo a *permeância de entreferro no eixo direto* $\mathscr{P}_d$; assim resulta

$$\Phi_d = \mathscr{P}_d \Sigma N_f i_f \tag{4-16}$$

A linha reta pontilhada passando pela origem, coincidindo com o trecho reto das curvas de magnetização na Fig. 4-9, é chamada de *linha de entreferro.*

As destacadas vantagens das máquinas de c.c. vêm de uma ampla variedade de características de funcionamento que podem ser obtidas pela seleção do método de excitação dos enrolamentos de campo. Os enrolamentos de campo podem ser excitados independentemente, por uma fonte de c.c. externa; ou eles podem ser *auto-excitados*, i.e., a máquina pode suprir sua própria excitação. Os diagramas de ligações são mostrados na Fig. 4-10. O método de excitação influencia profundamente não somente as características de regime permanente, que descreveremos brevemente neste item, mas também o comportamento dinâmico da máquina em sistemas de controle, este discutido no Cap. 9.

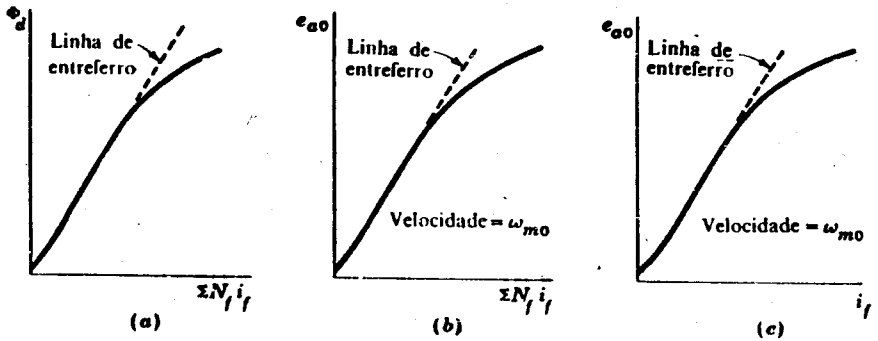


Fig. 4-9. Curvas de imantação de uma máquina de c.c.

O diagrama de ligações de um gerador de excitação independente é dado na Fig. 4-10*a*. A corrente de campo necessária é uma fração muito pequena da corrente nominal de armadura – da ordem de 1 a 3 por cento em um gerador médio. Uma pequena quantidade de potência no circuito de campo pode controlar uma quantidade de potência relativamente grande no circuito de armadura, i.e., o gerador é também um amplificador de potência. O enrolamento de campo é análogo à grade de um amplificador de potência a válvula, a armadura é análoga ao circuito de placa, e a potência mecânica de entrada da fonte mecânica é semelhante à fonte de alimentação do circuito anódico. Os geradores com excitação independente são usados freqüentemente em sistemas de controle com realimentação, quando é necessário um controle de tensão de armadura numa faixa ampla.

Os enrolamentos de campo de geradores auto-excitados podem ser alimentados de 3 modos diferentes. O campo pode ser ligado em série com a armadura (Fig. 4-10*b*), resultando um *gerador série.* O campo pode ser ligado em paralelo com a armadura (Fig. 4-10*c*), resultando em um *gerador paralelo*, ou *derivação.* Ou o campo pode ser dividido em duas partes (Fig. 4-10*d*), uma das quais é ligada em série e a outra em paralelo com a armadura, resultando um *gerador composto.* Em geradores auto-

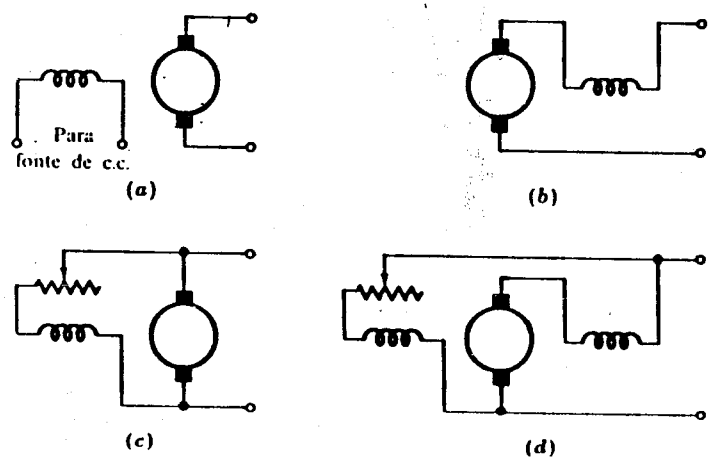


Fig. 4-10. Ligações do circuito do campo de máquinas de c.c.. (*a*) Excitação independente; (*b*) série; (*c*) derivação; (*d*) composta.

excitados, o magnetismo residual precisa estar presente no ferro da máquina para iniciar o processo de auto-excitação.

As características típicas de regulação de tensão em regime permanente são mostradas na Fig. 4-11, supondo-se acionamento com velocidade constante. A relação entre a fem gerada em regime permanente E_a e a tensão terminal V_t é

$$V_t = E_a - I_a R_a \tag{4-17}$$

onde I_a é a corrente de saída da armadura e R_a é a resistência do circuito de armadura. Em um gerador, E_a é maior do que V_t e o conjugado eletromagnético é um conjugado que se opõe à rotação.

A tensão terminal de um gerador de excitação independente diminui levemente com aumento na corrente de carga, principalmente devido à queda de tensão na resistência de armadura. A corrente de campo de um gerador de excitação série é a própria corrente de carga, de modo que o fluxo de entreferro e portanto a tensão variam bastante com a carga. Como conseqüência, os geradores série não são usados muito freqüentemente. A tensão de geradores em derivação cai um pouco com carga, mas não tanto que se torne um inconveniente, para muitas finalidades. Os geradores compostos são normalmente ligados de modo que a fmm do enrolamento série ajuda a do enrolamento em derivação. A vantagem é que, através da ação do enrolamento em série, o fluxo por polo pode

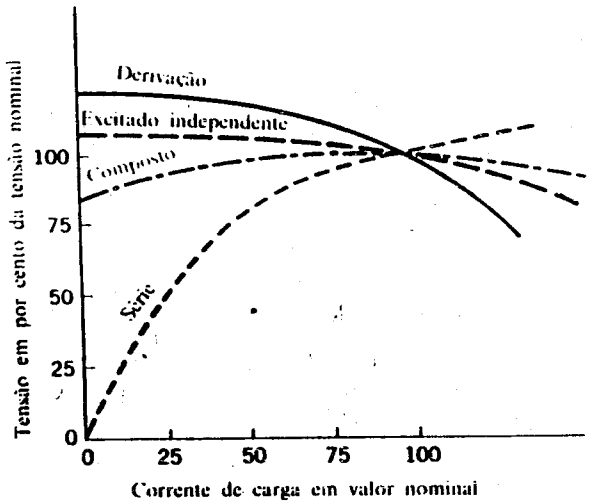


Fig 4-11. Características de regulação de tensão de geradores de c.c.

aumentar com carga, resultando em uma de saída que é aproximadamente constante, ou que até aumenta um pouco quando a carga aumenta. Usualmente o enrolamento em derivação contém muitas espiras de fio relativamente fino. O enrolamento série, enrolado por cima, consiste de umas poucas espiras de condutor relativamente grosso, porque precisa ser percorrido pela corrente total de armadura da máquina. A tensão dos geradores derivação e composto pode ser controlada entre limites razoáveis por meio de reostatos de campo derivação.

Qualquer dos métodos de excitação empregados para geradores pode também ser utilizado para motores. As características típicas de regulação de velocidade em regime permanente são mostradas na Fig. 4-12, na qual se supõe que os terminais do motor são alimentados por uma fonte de tensão constante. Em um motor, a relação entre a fem E_a gerada na armadura e a tensão terminal V_t é

$$V_t = E_a + I_a R_a \tag{4-18}$$

ou

$$I_a = \frac{V_t - E_a}{R_a} \tag{4-19}$$

onde I_a é agora a corrente de entrada da armadura. A fem gerada E_a é agora menor do que a tensão terminal V_t, e a corrente de armadura está na direção oposta à de um gerador, e o conjugado eletromagnético tem sentido tal que tende a manter a rotação da armadura.

Em motores independentemente excitados ou em derivação, o fluxo do campo é aproximadamente constante. Conseqüentemente, um

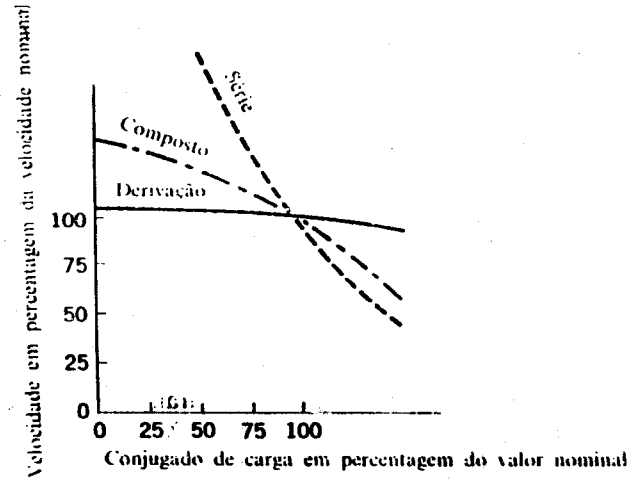


Fig 4-12. Características velocidade-conjugado de motores de c.c.

aumento no conjugado precisa ser acompanhado por um aumento aproximadamente proporcional da corrente de armadura e, portanto, por uma pequena diminuição na fcem para permitir esta corrente aumentada através da pequena resistência de armadura. Desde que a fcem é determinada pelo fluxo e pela velocidade (Eq. 4-12), a velocidade precisa cair ligeiramente. Como o motor de indução de gaiola, o motor derivação é substancialmente um motor de velocidade constante, tendo cerca de 5 por cento de queda de velocidade entre funcionamento em vazio e a carga nominal. Uma característica típica de regulação de velocidade é mostrada pela curva contínua na Fig. 4-12. O conjugado de partida e o conjugado máximo são limitados pela máxima corrente de armadura que pode ser comutada sem problemas.

Uma destacada vantagem do motor derivação é a facilidade de controle de velocidade. Com um reostato no circuito de campo em derivação, a corrente de campo e o fluxo por polo podem ser variados à vontade, e variação de fluxo produz a variação inversa de velocidade para manter a fcem aproximadamente igual à tensão imposta. Uma faixa máxima de velocidade de cerca de 4 a 5 para 1 pode ser obtida por este método, com a limitação, ainda, imposta pelas condições de comutação. Pela variação da tensão imposta à armadura, podem ser obtidas faixas muito amplas de velocidade.

No motor série, cada aumento na carga é acompanhado por um aumento correspondente na corrente e fmm de armadura e no fluxo de campo do estator (desde que o ferro não esteja completamente saturado). Como o fluxo aumenta com carga, a velocidade precisa cair a fim de manter o equilíbrio entre tensão imposta e fcem; além disto, o aumento na corrente de armadura, solicitado pelo conjugado, é menor do que no motor derivação, porque o fluxo também é aumentado. O motor série é, portanto, um motor de velocidade variável com uma característica de regulação de velocidade marcadamente decrescente, do tipo mostrado em linha pontilhada na Fig. 4-12. Para aplicações que requerem sobrecargas pesadas de conjugado, esta característica é particularmente vantajosa porque as correspondentes sobrecargas de potência são mantidas a valores mais razoáveis pelas quedas de velocidade associadas. As características de partida muito favoráveis também resultam do aumento no fluxo com aumento da corrente de armadura.

No motor composto, o campo série pode ser *aditivo*, de modo que sua fmm se adiciona àquela do campo derivação, ou *subtrativo*, de modo que ela se opõe. A ligação subtrativa é raramente usada. Como mostrado pela curva em ponto-e-traço da Fig. 4-12, um motor composto aditivo terá uma característica de velocidade-carga intermediária entre as do motor derivação e do motor série, pois a queda de velocidade com carga depende do número relativo de ampères-espiras nos campos derivação e

série. Este motor não tem a desvantagem de velocidade muito alta com carga pequena, associada a um motor série, mas retém, em grau considerável, as vantagens da excitação série.

As vantagens de aplicação das máquinas de c.c. baseiam-se na variedade de características de desempenho oferecidas pelas possibilidades de excitação derivação, série e composta. Algumas destas características foram tratadas brevemente neste item. Ainda existem maiores possibilidades se são utilizados conjuntos adicionais de escovas, de modo que outras tensões podem ser obtidas do comutador. Assim, a versatilidade de sistemas de máquinas de c.c. e sua adaptabilidade a controle, manual e automático, são suas destacadas características. Estas características serão discutidas nos Caps. 5, 8 e 9, para regime permanente e operação dinâmica.

4-5 A NATUREZA DOS PROBLEMAS DE MAQUINARIA

Ao chegar na teoria das máquinas rotativas, precisamos refletir um pouco sobre nosso objetivo: quais são as características das máquinas que nós precisamos conhecer em forma razoavelmente precisa e quantitativa? A resposta depende do que, especificamente, se espera que as máquinas façam para nós. A máquina é um componente de sistema de conversão eletromecânica de energia, e as características das máquinas freqüentemente são a parte predominante na determinação do comportamento do sistema completo.

Em muitas aplicações de motores elétricos, o motor é alimentado com potência elétrica por um gerador de tensão constante. O motor move uma carga mecânica, cujo conjugado varia com a velocidade na qual ela é movida. A velocidade de funcionamento em regime permanente é então fixada pelo ponto ao qual o conjugado que o motor pode fornecer eletromagneticamente é igual ao conjugado que a carga pode absorver mecanicamente. Na Fig. 4-13, por exemplo, a curva sólida é a

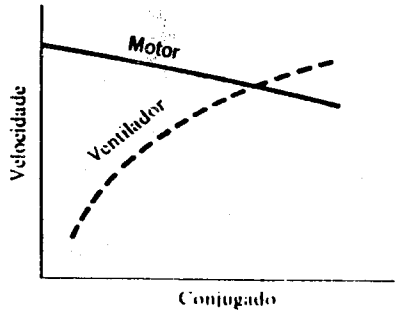


Fig. 4-13. Superposição das características do motor e da carga.

característica velocidade-conjugado de um motor de indução. A curva tracejada é um gráfico do conjugado exigido por um ventilador em função de velocidade de funcionamento. Quando o ventilador e o motor são acoplados, o ponto de funcionamento da combinação, em regime permanente é a interseção destas duas curvas — onde o que o motor pode fornecer é igual ao que o ventilador precisa receber.

A potência ou o conjugado do motor varia, naturalmente, dependendo de condições do equipamento movido. Algumas cargas para motores exigem uma velocidade que permanece aproximadamente constante conforme a carga varia; uma bomba hidráulica normal é um exemplo. Outras, como um toca-disco, requerem velocidade absolutamente constante. Ainda outras, exigem velocidade sincronizada com outra velocidade: a elevação de ambas as extremidades de uma ponte levadiça de movimento vertical, por exemplo. Algumas aplicações de motores, tais como guindastes e motores de tipo tração, requerem baixas velocidades e conjugados elevados numa extremidade da faixa, e velocidades relativamente altas e conjugadas leves na outra — uma característica de velocidade variável, em outras palavras. Outras podem requerer uma velocidade constante ajustável (e.g., alguns motores de máquinas operatrizes nas quais a velocidade de funcionamento requer ajuste sobre uma ampla faixa, mas precisa sempre ser cuidadosamente predeterminada) ou uma velocidade variável ajustável (um guindaste é novamente um exemplo). Em quase todas as aplicações, o conjugado que o motor é capaz de fornecer na partida, o conjugado máximo que ele pode fornecer girando, e as exigências de corrente, são itens de importância.

Muitas observações similares podem ser feitas para geradores. Por exemplo, a tensão terminal e potência de saída de um gerador são determinadas pelas características do gerador e da carga. Assim, a curva em traço cheio da Fig. 4-14 é um gráfico da tensão terminal de um gerador

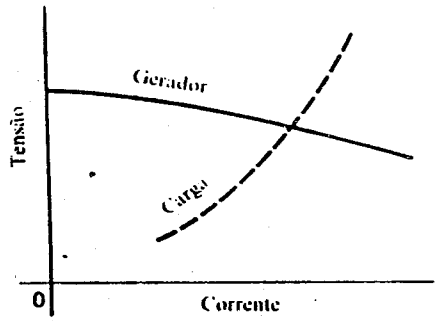


Fig. 4-14. Superposição das características do gerador e da carga.

de c.c., tipo derivação, em função da corrente de saída. A curva pontilhada é um gráfico da característica tensão-corrente de uma carga. Quando a carga é ligada aos terminais do gerador, o ponto de funcionamento da associação está na interseção destas duas curvas — onde o que o gerador pode fornecer é o mesmo que a carga pode receber. Freqüentemente, como na usina central usual, é necessário que a tensão terminal permaneça substancialmente constante sobre uma ampla faixa de carga. Não raramente, entretanto, o motor é associado ao seu próprio gerador individual, a fim de prover maior flexibilidade e controle mais preciso, Então, pode fazer variar a tensão terminal com carga de algum modo particular.

Entre as características de destacada importância, portanto, estão as características de conjugado-velocidade de motores e as características de tensão-carga de geradores, junto com o conhecimento dos limites entre os quais estas características podem ser variadas e de idéias de como tais variações podem ser obtidas. Ademais, as características econômicas pertinentes são o rendimento, o fator de potência, os custos comparativos, e o efeito de perdas sobre o aquecimento e características nominais das máquinas. Um dos objetivos de nossa análise de maquinaria nos Caps. 5 a 8, é, conseqüentemente, estudar e comparar estas características para os vários tipos de máquinas. Naturalmente há muitos problemas tecnológicos importantes, interessantes e complexos, associados ao projeto, desenvolvimento, e manufatura de máquinas, para os quais estes estudos são apenas a introdução; a maior parte de tais problemas estão além do alcance do livro.

Um conhecimento das características de regime permanente é insuficiente, entretanto, para uma compreensão do papel desempenhado pelas máquinas rotativas na tecnologia moderna. Na classe cada vez mais importante de aplicações no campo de controle automático, a ênfase é maior sobre o comportamento dinâmico do sistema eletromecânico completo do qual a máquina é um componente. Por exemplo, pode-se desejar o controle da velocidade ou posição de um eixo que move uma carga, de acordo com alguma função especificada do tempo ou de alguma outra variável. Uma aplicação industrial típica é o controle preciso da tensão num processo de bobinamento de longas tiras de material, como papel. Já foram desenvolvidos controles dinâmicos de grande precisão e rapidez de resposta. Em aplicações deste tipo, o comportamento eletromecânico transitório do sistema como um todo é a consideração de maior importância; o sistema deverá responder precisa e rapidamente à função de controle, e as oscilações devem desaparecer rapidamente. Não somente as características elétricas mas também as propriedades mecânicas do sistema, tal como rigidez, inércia e atrito, precisam ser consideradas, e sem dúvida podem tornar-se os fatores predominantes.

Em tais estudos, então, uma teoria adequada deve ser capaz de tratar

o comportamento dinâmico de máquinas como componentes de sistemas. Como a análise de um sistema eletromecânico completo é um problema complexo, uma teoria de máquinas apropriada para estes propósitos precisa ser simplificada tanto quanto possível, ainda retendo os elementos essenciais. O desenvolvimento de tal teoria é o objetivo primário dos Caps. 9 e 10.

4-6 SATURAÇÃO MAGNÉTICA

O conjugado eletromagnético e tensão gerada em todas as máquinas dependem da variação de fluxos concatenados com os enrolamentos das máquinas. Para fmms especificadas nos enrolamentos, os fluxos dependem das relutâncias dos trechos de ferro dos circuitos magnéticos, bem como dos entreferros. A saturação, portanto pode influenciar apreciavelmente as características das máquinas. Um outro aspecto da saturação, mais sutil e mais difícil de ser avaliado sem comparações experimentais e teóricas, se refere a sua influência sobre as premissas básicas nas quais é desenvolvida a abordagem analítica da maquinaria. Especificamente, todas as relações para fmm são baseadas na relutância desprezível no ferro. Quando estas relações são aplicadas a máquinas práticas com graus variáveis de saturação no ferro, a máquina real é substituída, devido a essas considerações, por uma máquina equivalente: uma máquina cujo ferro tem relutância desprezível, mas cujo comprimento de entreferro é aumentado de uma quantidade suficiente para absorver a queda de potencial magnético no ferro da máquina

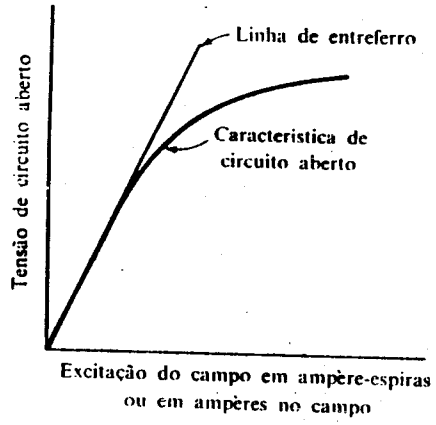


Fig. 4-15. Caracaterística de circuito aberto e linha de entreferro típicas.

real. Incidentalmente, os efeitos de não-uniformidades no entreferro, tais como ranhuras e canais de ventilação, são também incorporados por meio de um entreferro liso equivalente, uma substituição que, em contraste àquela acima, é feita explicitamente durante cálculos de circuitos magnéticos para a estrutura da máquina. Assim, são feitos sérios esforços para reproduzir corretamente as condições magnéticas no entreferro, e o cálculo do desempenho das máquinas é baseado sobre estas condições. A certeza final quanto à legitimidade da abordagem deve ser dada por provas experimentais rigorosas.

Os dados sobre os circuitos magnéticos, essenciais ao tratamento de saturação, são fornecidos pela *característica de circuito aberto*, ou *característica de saturação em vazio*. Um exemplo é mostrado na Fig. 4-15. Basicamente, esta característica é a curva de magnetização para a geometria

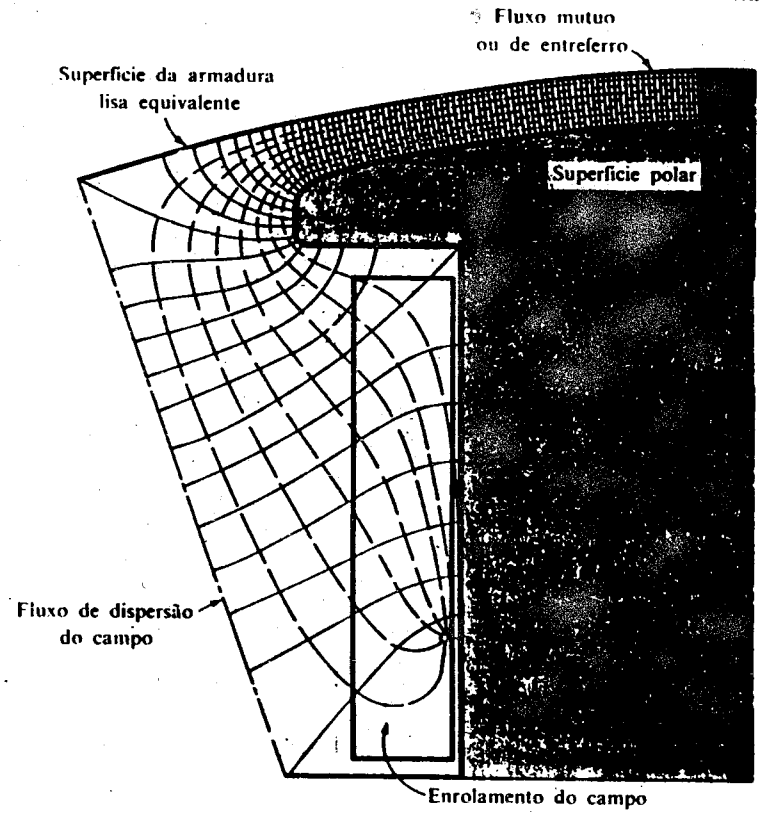


Fig. 4-16. Distribuição de fluxo ao redor de um polo saliente. As linhas sólidas são linhas de fluxo; as linhas tracejadas são lugares geométricos de potencial magnético constante.

particular do ferro e do ar da máquina em consideração. Freqüentemente, a abscissa é traçada em termos da corrente de campo ou corrente de magnetização, em lugar da fmm em ampères-espiras. Também, a tensão gerada com corrente de armadura nula é diretamente proporcional ao fluxo quando a velocidade é constante. Para conveniência de uso, então, a tensão terminal em circuito aberto é traçada na escala de ordenadas, em lugar do fluxo de entreferro por polo, e a curva inteira é desenhada para uma velocidade prefixada, usualmente a velocidade nominal. A linha reta tangente ao trecho inferior da curva é a *linha de entreferro*, indicando aproximadamente, a fmm necessária para vencer a relutância do entreferro. Se não houvesse efeitos de saturação, a linha de entreferro e a característica de circuito aberto iriam coincidir, de modo que o afastamento da curva da linha de entreferro é uma indicação do grau de saturação presente. Em uma máquina normal sob tensão nominal, a relação entre a fmm total e o valor do entreferro somente está usualmente entre 1,1 e 1,25.

A característica de circuito aberto pode ser calculada a partir de dados de projeto, por métodos de circuito magnético, auxiliados freqüentemente por mapeamento do fluxo. Como amostra, na Fig. 4-16 é dado um pequeno mapa da distribuição de fluxo ao redor do polo de uma máquina de polos salientes. A distribuição do fluxo de entreferro encontrada por meio deste mapa, juntamente com as componentes fundamental e de terceira harmônica, são mostradas na Fig. 4-17. O mapa é desenhado

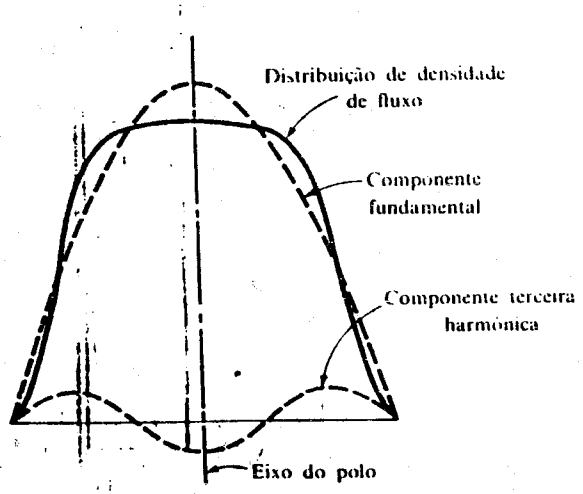


Fig. 4-17. Onda de densidade de fluxo correspondente à Fig. 4-16, com as componentes fundamental e de terceira harmônica.

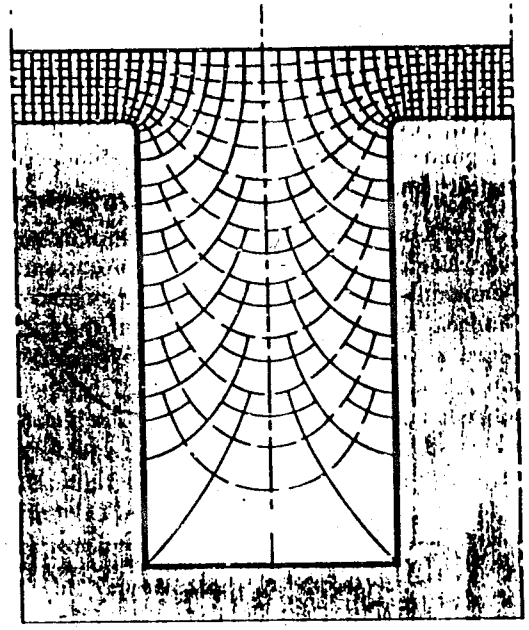


Fig. 4-18 Distribuição de fluxo em uma ranhura. As linhas sólidas são linhas de fluxo; as linhas tracejadas são lugares geométricos de potencial magnético constante

supondo permeabilidade infinita no ferro e para uma superfície de armadura lisa com a largura do entreferro aumentada para compensar pelo efeito das ranhuras sobre o fluxo por polo. Os efeitos das ranhuras podem ser estudados separadamente, seja analítica ou graficamente. A influência de uma ranhura sobre um campo, que de outra forma seria uniforme, é indicada graficamente nas Figs. 4-18 e 4-19. Note-se que na Fig. 4-18, a escala na qual o campo é mapeado é maior nas regiões onde as linhas de fluxo são desenhadas somente até certo ponto, onde elas cruzam uma linha equipotencial. Quando esta mudança é tida em mente, é visto que a densidade de fluxo na ranhura é muito menor do que no dente. A natureza geral da onda de densidade de fluxo, com efeitos de ranhura superpostos, é mostrada na Fig. 4-20. Os efeitos de ranhura são indicados aqui em uma forma pronunciada, devido ao uso de somente poucas ranhuras por polo, e ainda relativamente largas. Os mapas de fluxo, do tipo indicado nas Figs. 4-16 e 4-18, fornecem resultados quantitativos precisos, pois são soluções gráficas da equação de Laplace para as condições de contorno adotadas.

Se a máquina já existe, a característica em vazio é determinada mais comumente fazendo-a funcionar como um gerador em vazio, e lendo os valores de tensão terminal correspondentes a uma série de valores de corrente de campo. Para um motor de indução, a máquina deve girar na velocidade síncrona, ou perto dessa velocidade, e os valores da corrente de magnetização são lidos em correspondência a uma série de valores de tensão imposta ao estator.

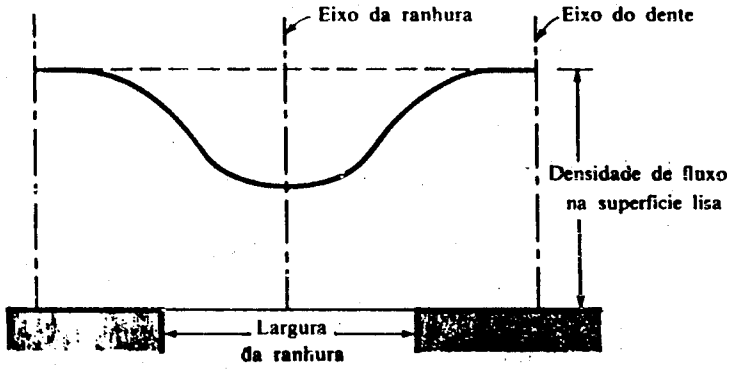


Fig. 4-19. Efeito de uma ranhura sobre a densidade de entreferro.

4-7 FONTES DE EXCITAÇÃO

O fluxo resultante no circuito magnético de uma máquina é estabelecido pela fmm combinada de todos os enrolamentos da máquina. Para a máquina de c.c. convencional, a maior parte da fmm efetiva é fornecida

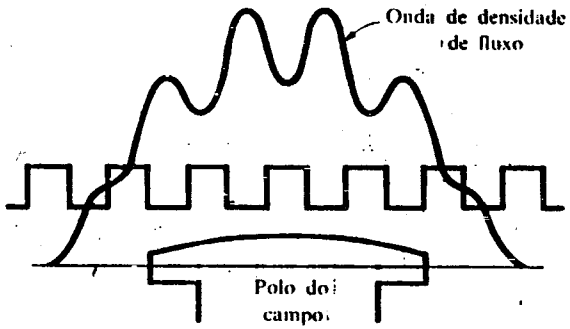


Fig. 4-20. Distribuição de fluxo do campo principal com efeitos de ranhuras superpostos. Os efeitos de ranhuras estão exagerados porque somente são mostrados poucas ranhuras largas.

pelos enrolamentos de campo. Para o transformador, a excitação líquida pode ser fornecida seja pelo enrolamento primário, ou pelo secundário, ou pode ser fornecida uma parte por cada um. Uma situação similar existe em máquinas de c.a.. O fornecimento de excitação a máquinas de c.a. tem associado dois aspectos operacionais diferentes, que são de importância econômica na aplicação das máquinas.

a. Fator de Potência em Máquinas de C.A.

O fator de potência ao qual as máquinas de c.a. funcionam é uma característica economicamente importante devido ao custo de potência reativa. Um fator de potência baixo afeta desfavoravelmente o funcionamento do sistema, de três modos principais. Em primeiro lugar, os geradores, os transformadores e o equipamento de transmissão são especificados em termos de potência aparente, em lugar de potência ativa, devido ao fato de as perdas e o aquecimento serem aproximadamente determinados pela tensão e corrente, independentemente do fator de potência. O tamanho físico e o custo de aparelhos de c.a. é, grosso modo, proporcional à sua potência aparente nominal. O investimento em geradores, transformadores, e equipamento de transmissão para suprir uma dada quantidade útil de potência ativa portanto é, grosso modo, inversamente proporcional ao fator de potência. Em segundo lugar, um fator de potência baixo significa mais corrente e maiores perdas no cobre no equipamento de geração e transmissão. Outra desvantagem, ainda, é a regulação de tensão alta.

Os fatores que determinam a potência reativa dos motores podem ser visualizados em termos da relação entre esta potência e o estabelecimento do fluxo magnético. Como em qualquer dispositivo eletromagnético, o fluxo resultante, necessário para o funcionamento como motor, precisa ser estabelecido por uma componente magnetizante de corrente. Não faz diferença, no circuito magnético ou no processo fundamental de conversão de energia, se esta corrente de magnetização percorre o enrolamento do rotor ou do estator, justamente como não faz diferença, num transformador, qual enrolamento recebe a corrente de excitação. Em alguns casos, parte dela é suprida através de cada enrolamento. Se toda ou parte da corrente de magnetização é suprida a um enrolamento de c.a., a entrada deste enrolamento precisa incluir potência reativa atrasada, pois a corrente de magnetização se atrasa de 90° em relação à queda de tensão. Em efeito, é a potência reativa atrasada que estabelece o fluxo no motor.

A única fonte de excitação possível em um motor de indução é a entrada do estator. O motor de indução, portanto, precisa funcionar a um fator de potência indutivo. Este fator de potência é muito baixo em vazio, e aumenta a cerca de 85 a 90 por cento sob carga nominal; esta melhora ocorre porque aumenta a solicitação de potência ativa, com o aumento de carga.

Com um motor síncrono, há duas fontes de excitação possíveis: corrente alternada na armadura, e corrente contínua no enrolamento de campo. Se a corrente de campo é exatamente suficiente para suprir a fmm necessária, nenhuma componente de corrente de magnetização ou potência reativa é necessária na armadura, e o motor funciona a fator de potência unitário. Se a corrente de campo é menor do que o suficiente (i.e., o motor está *subexcitado*), a deficiência em fmm precisa ser suprida pela armadura, e o motor funciona a um fator de potência atrasado. Se a corrente de campo é maior do que o necessário (i.e., o motor está *sobreexcitado*), o excesso de fmm deve ser contrabalanceado na armadura e uma componente de corrente adiantada está presente; o motor então funciona a um fator de potência adiantado.

Como é necessário suprir corrente de magnetização a cargas indutivas, tais como transformadores e motores de indução, a capacidade de motores síncronos sobreexcitados de serem fontes de corrente atrasada é uma característica altamente desejável, podendo ter considerável importância econômica. Em efeito, os motores síncronos sobreexcitados agem como geradores de potência reativa atrasada e assim aliviam a fonte de alimentação da necessidade de fornecer esta componente. Eles podem assim desempenhar a mesma função de um banco de capacitores. Às vezes, são instaladas máquinas síncronas em vazio em sistemas de potência somente para correção de fator de potência, ou para controle do fluxo de potência reativa. Tais máquinas, chamadas *condensadores síncronos*, podem ser mais econômicas, nos tamanhos maiores, do que capacitores estáticos.

As máquinas síncronas e de indução podem ser auto-excitadas, quando uma carga capacitiva suficientemente grande é ligada nos circuitos de estator. A corrente capacitiva fornece então a excitação, e pode causar séria sobretensão ou conjugados transitórios excessivos. Devido à inerente capacitância das linhas de transmissão, este problema pode aparecer quando geradores síncronos estão energizando linhas longas sem carga ou pouco carregadas. Às vezes é necessário ligar reatores em paralelo no lado de alimentação da linha, para compensar a corrente capacitiva. Para motores de indução, é prática normal evitar a auto-excitação, limitando o tamanho de qualquer capacitor em paralelo, quando o motor e o capacitor estão ligados à mesma chave.

b. Sistemas de Excitação de Turbogeradores

A medida que as potências nominais dos turbogeradores têm aumentado, os problemas relacionados ao suprimento da excitação de campo em c.c. (indo a 4 000 A ou mais nas unidades maiores) têm-se tornado progressivamente mais difíceis. A fonte de excitação convencional é um gerador de c.c., cuja saída é ligada ao campo do alternador através de escovas e

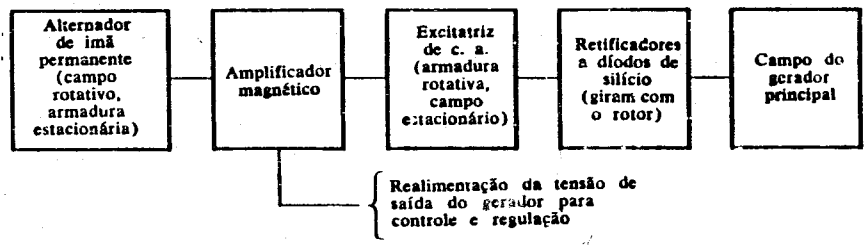


Fig. 4-21 Representação diagramática de sistemas de excitação sem escovas.

anéis coletores. Existem problemas de refrigeração e manutenção, inevitavelmente associados a anéis coletores, comutadores e escovas. Muitos sistemas modernos de excitação têm minimizado estes problemas minimizando o uso de contatos deslizantes e escovas.

Um diagrama esquemático de um sistema moderno é dado na Fig. 4-21. No coração do sistema estão os diodos retificadores de silício, montados no mesmo eixo do campo do gerador e fornecendo excitação em c.c. diretamente ao campo. Uma excitatriz de c.a. com armadura girante alimenta, pelo eixo, os retificadores em rotação. O campo estacionário da excitatriz de c.a. é alimentado através de um amplificador magnético que controla e regula a tensão de saída do gerador principal. Para tornar o sistema independente e livre de contatos deslizantes, a potência de excitação para o amplificador magnético é obtida da armadura estacionária de um pequeno alternador a ímã permanente, também movido pelo eixo principal. A tensão e a freqüência da excitatriz de c.a. são escolhidas de modo a otimizar o desempenho e o projeto do sistema como um todo. Os atrasos na resposta a um sinal controlador são pequenos comparados com a constante de tempo do campo principal do gerador. O sistema pode ter a vantagem adicional de eliminar a necessidade de excitatrizes de reserva, disjuntores de campo do gerador, e reostatos de campo.

Um outro sistema de excitação utiliza um alternador de projeto convencional para a função de excitatriz principal. Este alternador tem uma armadura estacionária e um enrolamento de campo girante. A freqüência pode ser 180 ou 240 Hz. A saída alimenta um retificador estacionário, do estado sólido, que por sua vez supre o campo do turbogerador através de anéis coletores.

4-8 PERDAS

A consideração das perdas das máquinas é importante por três razões: as perdas determinam o rendimento da máquina e influenciam apreciavel-

mente o custo de funcionamento; as perdas determinam o aquecimento da máquina e dai a potência nominal, ou potência de saída que pode ser obtida sem excessiva deterioração da isolação; e as quedas de tensão ou componentes de corrente associadas às das perdas precisam ser levadas em conta apropriadamente em uma representação de máquinas. O rendimento das máquinas, semelhante ao de transformadores ou de qualquer dispositivo de transformação de energia, é dado por

$$\text{Rendimento} = \frac{\text{saída}}{\text{entrada}} \tag{4-20}$$

que também pode ser expresso como

$$\text{Rendimento} = \frac{\text{entrada} - \text{perdas}}{\text{entrada}} = 1 - \frac{\text{perdas}}{\text{entrada}} \tag{4-21}$$

$$\text{Rendimento} = \frac{\text{saída}}{\text{saída} + \text{perdas}} \tag{4-22}$$

As máquinas rotativas em geral funcionam eficientemente, exceto com pouca carga. O rendimento de motores médios, em carga nominal, por exemplo, está na vizinhança de 74 por cento para tamanhos de 1 cv, 89 por cento para 50 cv, 93 por cento para 500 cv, e 97 por cento para 5 000 cv. O rendimento de motores de baixa velocidade é usualmente menor do que o de motores de alta velocidade, numa faixa total de 3 a 4 por cento.

As fórmulas das Eqs. 4-21 e 4-22 são freqüentemente usadas para máquinas elétricas, pois nelas o rendimento é mais comumente determinado pela medição de perdas, em lugar da medição direta da entrada e da saída sob carga. As medições das perdas têm a vantagem de conveniência e economia, e de produzir valores mais exatos e precisos do rendimento, pois um dado erro percentual na medição de perdas produz apenas cerca de um décimo deste erro percentual no rendimento. Os rendimentos determinados por medições de perdas podem ser usados para comparar máquinas competitivas, pois são usados em cada caso exatamente os mesmos métodos de medição e cálculo. Por esta razão, as várias perdas e as condições para sua medição são definidas pela American National Standards Association (ANSI). A discussão seguinte sobre perdas individuais incorporam muitas daquelas normas, dadas no American National Standard C50, embora nenhum empenho seja posto em apresentar todos os detalhes.

1 *As perdas no cobre*, ou I^2R, existem, naturalmente, em todos os enrolamentos da máquina. Por convenção, estas perdas são calculadas considerando as resistências do enrolamento medidas em c.c. a 75°C. Na realidade, a perda I^2R depende da resistência efetiva do enrolamento sob condições de fluxo e freqüência de funcionamento. O incremento na perda representado pela diferença entre as resistências em c.c. e efetiva é incluída nas perdas suplementares, discutidas abaixo. Nos circuitos de campo de máquinas síncronas e de c.c., somente as perdas no enrolamento de campo são atribuídas à máquina; a perda I^2R no reostato que controla a corrente de campo e todas as perdas nas fontes externas que suprem a excitação, são atribuídas à instalação da qual a máquina faz parte. Intimamente associada à perda I^2R, está a *perda elétrica nas escovas*. Por convenção, esta perda é normalmente desprezada para máquinas de indução e síncronas, e para máquinas de c.c. tipo industrial, a queda de tensão nas escovas é considerada constante, de 2 volts, quando são usadas escovas de carvão e grafite com rabichos ligados.

2 *As perdas mecânicas* consistem de atritos nas escovas e nos mancais, de ventilação, e da potência necessária para circular o ar através da máquina e sistema de ventilação, se é utilizado algum, seja por ventiladores internos ou externos (exceto a potência necessária para circular o ar através de dutos longos ou estreitos, externos à máquina). As perdas por atritos e ventilação podem ser medidas pela determinação da potência de entrada à máquina girando em velocidade apropriada mas sem carga e sem excitação. Freqüentemente estas perdas são nas perdas no ferro e determinadas ao mesmo tempo.

3 *Perdas no ferro em circuito aberto*, ou *em vazio*, consistem das perdas por histerese e correntes de Foucault que se originam da variação de densidades de fluxo no ferro da máquina, estando energizado somente o enrolamento de excitação principal. Em máquinas de c.c. e síncronas, estas perdas são limitadas, na maior parte, ao ferro da armadura, embora as pulsações de fluxo originadas nas aberturas das ranhuras produzem igualmente perdas no ferro do campo, particularmente nas sapatas polares ou superfícies do ferro do campo. Em máquinas de indução, as perdas são confinadas quase totalmente, no ferro do estator. As perdas no ferro podem ser medidas pela medição da potência de entrada na máquina quando ela está funcionando sem carga à velocidade ou freqüência nominal e sob as condições apropriadas de fluxo ou tensão, e depois subtraindo as perdas por atrito e ventilação e, se a própria máquina é o motor durante o ensaio, também as perdas no cobre da armadura em vazio (ou as perdas no cobre do estator em vazio, para um motor de indução). Usualmente, são tomados valores para traçar uma curva de perdas no ferro em função da tensão de armadura, na vizinhança da tensão nominal. As perdas no ferro em carga são determinadas então para uma tensão em

vazio igual à tensão nominal menos a queda na resistência ohmica da armadura em carga (correção fasorial para máquinas de c.a.). Para motores de indução, entretanto, esta correção é dispensada, e as perdas no ferro são determinadas na tensão nominal. Para a determinação do rendimento apenas, não há necessidade de separar as perdas no ferro e as perdas por atrito e ventilação; a soma destas duas perdas é chamada a *perda rotacional em vazio*.

As perdas por correntes de Foucault dependem do quadrado da densidade de fluxo, da freqüência, e da espessura das chapas. Nas condições normais das máquinas, estas perdas podem ser expressas, com boa aproximação, por

$$P_f = K_f(B_{max} f\tau)^2 \tag{4-23}$$

onde τ é a espessura das chapas, B_{max} é a indução máxima, f é a freqüência, e K_f é uma constante de proporcionalidade cujo valor depende das unidades usadas, do volume do ferro, e da resistividade do ferro. A variação das perdas por histerese pode ser expressa somente por uma equação empírica. A relação mais comumente usada é

$$P_h = K_h f B_{max}^n \tag{4-24}$$

onde K_h é uma constante de proporcionalidade que depende das características e volume de ferro e das unidades usadas, e o expoente n varia entre 1,5 e 2,5, com um valor de 2,0 freqüentemente usado para estimativas em máquinas. Nas Eqs. 4-23 e 4-24, a freqüência pode ser substituída pela velocidade e a densidade de fluxo pela tensão apropriada quando as constantes de proporcionalidade convenientemente são alteradas. Tais substituições estão implícitas quando os ensaios de perdas no ferro são realizados à velocidade nominal e tensão correta.

Quando a máquina está em carga, a distribuição espacial da indução é bastante alterada pela fmm das correntes de carga, e as perdas reais no núcleo aumentam muito. Por exemplo, as harmônicas de fmm causam perdas apreciáveis no ferro perto das superfícies do entreferro. O aumento total nas perdas no ferro é classificado como parte das perdas suplementares.

4 *As perdas suplementares* consistem das perdas que aparecem da distribuição não-uniforme de corrente no cobre, e das perdas adicionais no ferro produzidas por distorção do fluxo magnético devido à corrente de carga. São perdas difíceis de se determinar com precisão. Por convenção, são tomadas como 1,0 por cento da saída, para máquinas de c.c.. Para máquinas síncronas e de indução, estas perdas podem ser determinadas por ensaios.

Examinando a classificação acima das perdas das máquinas, vê-se que ela tem algumas características algo artificiais, de um ponto de vista fundamental. Por exemplo, a divisão de perdas no ferro em perdas no ferro em vazio e mais uma parcela que aparece sob carga, ou a divisão das perdas no cobre em perdas I^2R ôhmicas e mais uma parcela criada pela distribuição não-uniforme de corrente, ou a inclusão daquelas parcelas na categoria "de restos", de perdas suplementares. Estas características são ditadas pela facilidade dos ensaios. Elas são justificadas pelo fato de que o interesse principal está na determinação das perdas totais e do rendimento, tão próximos aos valores reais quanto possível, para efetuar a comparação econômica de máquinas. Devido a esta aparente predominância dos aspectos de rendimento, devemos ressaltar mais uma vez, que as perdas têm um papel mais importante, no funcionamento da máquina, do que simplesmente aparecer na "contabilidade".

Num gerador, por exemplo, é necessário haver conjugado mecânico de entrada no eixo para suprir as perdas no cobre e no ferro, bem como as perdas por atritos e ventilação, além da saída do gerador. Estas perdas podem, portanto, ser fatores importantes no amortecimento de transitórios elétricos e mecânicos da máquina. Os componentes das perdas suplementares, embora possam ser individualmente apenas uma pequena percentagem da saída, podem ser de grande importância no projeto da máquina. Assim, o aquecimento do rotor é usualmente um fator restritivo no projeto de alternadores de alta velocidade, e as componentes de perdas suplementares na superfície da estrutura do rotor são de grande importância porque elas afetam diretamente as dimensões de um alternador de potência especificada. Com relação mais direta aos aspectos teóricos, temos a influência da histerese e das correntes de Foucault no atraso do fluxo em relação à fmm. Há um pequeno ângulo de atraso entre as ondas de fmm girantes numa máquina e as correspondentes ondas de indução magnética. Associado a esta influência, aparece um conjugado sobre material magnético em um campo girante, proporcional às perdas por histerese e às correntes de Foucault no material. Embora o conjugado que acompanha estas perdas seja relativamente pequeno em máquinas normais, ele é utilizado para acionar um tipo de pequeno motor, o motor de histerese.

4-9 CARACTERÍSTICAS NOMINAIS E AQUECIMENTO

Uma das mais comuns e importantes questões na aplicação de máquinas, transformadores, e outros equipamentos elétricos é "Qual a máxima potência de saída que pode ser obtida?" A resposta, naturalmente, depende de vários fatores, pois a máquina, ao fornecer esta potência de saída, precisa em geral satisfazer padrões de desempenho definidos. Uma

exigência universal é que a vida da máquina não deverá ser indevidamente encurtada por sobreaquecimento. A elevação de temperatura resultante das perdas consideradas no item anterior é portanto um fator importante na especificação da máquina.

A temperatura de funcionamento de uma máquina está intimamente associada à sua vida esperada, pois a deterioração da isolação é uma função do tempo e da temperatura. Tal deterioração é um fenômeno químico envolvendo uma oxidação lenta e um endurecimento (que a torna quebradiça), levando à perda de durabilidade mecânica e de rigidez dielétrica. Em muitos casos a taxa de deterioração é tal que a vida da isolação é uma exponencial

$$\text{Vida} = Ae^{B/T} \tag{4-25}$$

onde A e B são constantes e T é a temperatura absoluta. Assim, de acordo com a Eq. 4-25, quando a vida é traçada, com escala logarítmica, em função do inverso da temperatura absoluta, com uma escala uniforme, deverá resultar uma linha reta. Tais gráficos constituem valiosos guias na avaliação térmica de materiais e de sistemas de isolação. Uma idéia aproximada da relação vida-temperatura pode ser obtida da velha regra empírica, já mais ou menos obsoleta de que o tempo para a isolação orgânica falhar diminui à metade para cada 8°C a 10°C de elevação.

A avaliação de materiais isolantes e de sistemas completos de isolação (que podem incluir associações de materiais e técnicas muito diferentes) é uma avaliação do funcionamento baseada em ensaios de vida acelerados. A vida esperada normal e as condições de serviço variam amplamente para classes diferentes de equipamento elétrico. A vida esperada, por exemplo, pode ser uma questão de minutos em algumas aplicações militares e em mísseis, pode ser 500 a 1000 horas em certos equipamentos aeronáuticos e eletrônicos, e varia de 10 a 30 anos ou mais em grandes equipamentos industriais. Os procedimentos de ensaio dependem do tipo de equipamento. Os ensaios de vida acelerados, em modelos, são comumente empregados na avaliação de isolação. Tais ensaios, entretanto, não podem ser facilmente aplicados a todos os equipamentos, especialmente aos sistemas de isolação de grandes máquinas.

Os ensaios de vida tentam geralmente simular as condições de serviço. Usualmente, eles incluem os seguintes elementos:

1 Choque térmico resultante de aquecimento até a temperatura de teste
2 Aquecimento continuado a esta temperatura
3 Choque térmico resultante de esfriamento até a temperatura ambiente ou até menos
4 Vibração e esforço mecânico, tal como pode ser encontrado em serviço real

5 Exposição à umidade
6 Ensaio dielétrico para determinar a condição da isolação

Deve ser ensaiado um número suficientemente grande de amostras, para que se possam utilizar estatísticos na análise dos resultados. As relações vida-temperatura obtidas destes ensaios levam à classificação da isolação, ou do sistema de isolação, numa classe de temperatura apropriada.

Para os limites permissíveis de temperatura de sistemas isolantes usados comercialmente, devem ser consultadas as últimas normas da ANSI, do IEEE, e da National Electrical Manufactures Association (NEMA). As três classes da NEMA para sistemas de isolação, e de interesse principal para máquinas industriais, são a Classe B, a Classe F, e a Classe H. A isolação de Classe B inclui mica, fibra de vidro, asbesto, e materiais similares com substâncias aglutinantes apropriadas. A isolação de Classe F também inclui mica, fibra de vidro e substâncias sintéticas similares àquelas na Classe B, mas o sistema precisa ser capaz de suportar temperaturas mais altas. A isolação de Classe H, para temperaturas ainda mais altas, pode consistir de materiais tais como elastômeros de silicone e associações incluindo mica, fibra de vidro, asbesto etc., com substâncias aglutinantes tais como resinas siliconizadas apropriadas. Os critérios de classificação são as experiências e os ensaios que mostram ser o material ou sistema capaz de funcionamento à temperatura recomendada.

Quando a classe de temperatura da isolação é estabelecida, as elevações de temperatura observáveis, toleradas para as várias partes de máquinas industriais, podem ser encontradas nas Normas apropriadas. São feitas distinções razoavelmente detalhadas em relação ao tipo de máquina, ao método de medição de temperatura, à parte da máquina envolvida, se a máquina é fechada ou não, e o tipo de resfriamento (a ar, com ventilador, a hidrogênio etc.). Também são feitas classificações entre máquinas de aplicação geral e máquinas de aplicações especiais ou determinadas. O termo *motor de aplicação geral* se refere a um motor padronizado de "até 200 hp, de características de funcionamento e construção mecânica normais, para utilização sob condições usuais de serviço, sem restrição de uma utilização específica". Em contraste, um *motor de aplicação especial* é "projetado com características de funcionamento e ou construção mecânica, para uma utilização específica". Para a mesma classe de isolação, a elevação de temperatura tolerada é mais baixa para um motor de aplicação geral do que para um motor de aplicação especial, principalmente para permitir um maior fator de segurança onde as condições de serviço são desconhecidas. Parcialmente compensando a menor elevação de temperatura, entretanto, está o fato de que aos motores de aplicação geral se permite um fator de serviço de 1,15 quando funcionam à tensão

nominal; o *fator de serviço* é um multiplicador que, aplicado à potência de saída nominal, fornece a carga permissível que pode ser suportada continuamente sob as condições especificadas para este fator de serviço.

Na tabela abaixo, extraída das Normas NEMA, podem ser vistos exemplos de elevações de temperatura permitidas. A tabela aplica-se a

Elevação permissível de temperatura, C°

	Classe B	*Classe F*	*Classe H*
Motores com fator de serviço 1,15	90	115	
Motores com fator de serviço 1,00 com enrolamento encapsulado	85	110	
Motor totalmente fechado, refrigeração forçada	80	105	125
Motor totalmente fechado, sem ventilação	85	110	135

motores de indução de potência média, e é baseada numa temperatura ambiente de 40°C, e supondo-se que a elevação de temperatura seja medida pelo aumento de resistência dos enrolamentos.

A especificação mais comum de máquinas é a *potência nominal contínua*, definindo a saída (em kilowatts para geradores de c.c., kilovolts-ampères a um determinado fator de potência para geradores de c.a., e potência mecânica em cavalos-vapor para motores) que pode ser fornecida indefinidamente sem exceder as limitações estabelecidas. Para regime intermitente, periódico, ou variável, pode ser considerada uma *especificação de regime de tempo limitado*, indicando a carga que pode ser ligada à máquina por tempo determinado. Os períodos normalizados para características de tempo limitado são 5, 15, 30 e 60 minutos. A velocidade, a tensão, e a freqüência são também especificadas nas características nominais de máquinas, levando-se em conta as possíveis variações na tensão e na freqüência. Os motores, por exemplo, precisam funcionar bem com tensões 10 por cento acima e abaixo da tensão nominal, e motores de c.a., com freqüências 5 por cento acima e abaixo da freqüência nominal; a variação combinada de tensão e de freqüência não pode exceder 10 por cento. Outras condições de desempenho são estabelecidas de modo que possam ser suportadas sobrecargas razoáveis por tempo limitado. Assim, o usuário de um motor pode esperar que o motor agüente, por um tempo limitado e com ampla margem de segurança, uma sobrecarga de, por exemplo, 25 por cento com 90 por cento da tensão nominal.

O problema inverso da especificação de maquinaria, o de escolher o tamanho de máquina para uma utilização especificada, é relativamente simples quando a carga permanece praticamente constante. Para muitas aplicações de motores, entretanto, a carga varia mais ou menos ciclicamente e sobre uma faixa ampla. O ciclo de serviço de um motor típico de

guindastes ou guinchos pode ser avaliado por um exemplo. Do ponto de vista térmico, o aquecimento médio do motor precisa ser determinado pelo estudo detalhado das perdas do motor durante as várias partes do ciclo. É preciso levar em conta as variações na ventilação com a velocidade do motor, para motores abertos e semifechados. Uma escolha criteriosa deve ser baseada em um grande número de dados experimentais e larga experiência considerável com os motores que se pretende usar. Para uma estimativa da potência de motores funcionando em velocidades substancialmente constantes, considera-se às vezes que o aquecimento da isolação varia com o quadrado da potência mecânica de carga, hipótese esta que obviamente exagera a importância das perdas I^2R de armadura em relação às perdas no ferro. Inicialmente determina-se o valor eficaz da função potência mecânica-tempo num ciclo completo de serviço, pela mesma técnica empregada para determinar o valor eficaz de correntes periódicas, e depois é escolhida a potência do motor, em função daquele resultado; i.e.,

$$\text{cv eficazes} = \sqrt{\frac{(\text{cv})^2 \text{ tempo}}{\text{tempo em rotação} + (\text{tempo em repouso}/k)}} \qquad (4\text{-}26)$$

onde a constante k leva em conta que a ventilação é pior em repouso e é igual a aproximadamente 4 para um motor aberto. O tempo para um ciclo completo deve ser curto em comparação com o tempo que o motor leva para alcançar uma temperatura estável.

Embora grosseiro, o método de potência mecânica eficaz é usado bastante freqüentemente. A necessidade de arredondar o resultado para um tamanho de motor comercialmente disponível alivia a exigência de cálculos precisos; se a potência mecânica eficaz for 87 cv, por exemplo, seria escolhido um motor de 100 cv. Os motores que trabalham com partidas ou reversões freqüentes devem receber consideração especial, pois tais operações são termicamente equivalentes a pesadas sobrecargas. Deve-se levar em conta também que existem ciclos de serviço com picos de conjugado tão altos que os motores de saída contínua, escolhidos com critérios puramente térmicos, seriam incapazes de fornecê-los. É para tais ciclos de serviço que são utilizados os motores de aplicações especiais com características de tempo limitado. Os motores especificados em regime de tempo limitado em geral tem melhor capacidade de produção de conjugado do que motores especificados para produzir a mesma potência de saída mas continuamente, embora, naturalmente, eles tenham uma menor capacidade térmica. Estas propriedades decorrem do fato de que um motor especificado para tempo limitado é projetado para altas induções magnéticas no ferro e densidades de corrente altas no cobre. Em geral, a relação entre a capacidade de conjugado e a capacidade térmica aumenta conforme o período da especificação de tempo limitado diminui. Nestes motores especiais são permitidas elevações de temperatura maiores do

que para motores de aplicação geral. Um motor com uma potência nominal de 150 cv, 1 h, 50°C, por exemplo, pode ter a capacidade de conjugado de um motor de potência nominal de 200 cv, serviço contínuo; entretanto, ele será capaz de suportar somente cerca de 0,8 da potência nominal, ou 120 cv, em serviço contínuo. Em muitos casos ele será a solução econômica para uma situação em que se requer uma capacidade térmica contínua de 120 cv, mas com picos de conjugado que exigiriam um motor especificado em 200 cv, se fosse de serviço contínuo.

4-10 MEIOS PARA RESFRIAMENTO DAS MÁQUINAS ELÉTRICAS

A dificuldade do resfriamento dos aparelhos elétricos aumenta com o aumento do tamanho. A superfície para a perda de calor aumenta, grosso modo, com o quadrado das dimensões, enquanto que o calor produzido pelas perdas é aproximadamente proporcional ao volume e portanto aumenta aproximadamente com o cubo das dimensões. Este problema é particularmente sério em grandes turbogeradores, onde por economia, pelas exigências mecânicas, para o transporte, e a instalação, exige-se a maior compacidade possível, e especialmente para a forjadura do rotor. Mesmo em máquinas de tamanho médio (e.g., acima de uns poucos milhares de kVA para geradores), é comumente usado um sistema de ventilação fechado. São empregados sistemas elaborados, com ductos refrigerantes, para assegurar que o meio refrigerante efetivamente remova o calor que vem das perdas.

Para turbogeradores, o hidrogênio é comumente usado como meio refrigerante no sistema de ventilação totalmente fechado. O hidrogênio tem as seguintes propriedades, que o tornam adequado para este objetivo:

1 A densidade é somente cerca de 0,07 da densidade do ar, à mesma temperatura e pressão, e portanto as perdas por atrito com fluido e por ventilação são muito menores.
2 O calor específico é cerca de 14,5 vezes o do ar, para o mesmo peso. Isto significa que, para a mesma temperatura e pressão, o hidrogênio e o ar são aproximadamente igualmente efetivos na capacidade de armazenamento de calor por unidade de volume. Mas a transferência de calor por convecção forçada entre as partes quentes da máquina e o gás refrigerante é consideravelmente maior no hidrogênio do que no ar.
3 A vida da isolação é aumentada, e as despesas de manutenção são diminuídas, devido à ausência de poeira, umidade, e oxigênio.

4 O risco de fogo é minimizado. Uma mistura hidrogênio-ar não irá explodir se o conteúdo de hidrogênio estiver acima de 70 por cento.

O resultado das primeiras duas propriedades é que, para as mesmas condições de funcionamento, o calor que precisa ser dissipado é reduzido e ao mesmo tempo aumenta a facilidade com a qual ele pode ser retirado.

A máquina e o trocador de calor refrigerado a água para resfriamento do hidrogênio precisam ser selados em um invólucro estanque a gases. O ponto crucial do problema é a selagem dos mancais. O sistema é mantido a uma pequena pressão (ao menos 0,035 kgf/cm²) acima da pressão atmosférica, de modo que qualquer vazamento de gás ocorre para fora, e não pode se acumular uma mistura explosiva dentro da máquina. A esta pressão, a potência nominal da máquina pode ser aumentada de cerca de 30 por cento acima da potência nominal com refrigeração a ar, e o rendimento sob carga nominal aumenta de cerca de 0,5 por cento. A tendência é para uso de pressões maiores (1, 0 a 4,0 kgf/cm²). Um aumento da pressão de hidrogênio de 0,035 a 1,0 kgf/cm² permite aumentar a potência de saída, para a mesma elevação de temperatura, de cerca de 15 por cento; um aumento maior, de 2,0 kgf/cm², permite mais 10 por cento, aproximadamente.

Um passo importante, que tornou possível quase dobrar a potência de um turbogerador refrigerado a hidrogênio de dado tamanho físico, foi o desenvolvimento da *refrigeração dos condutores*. Neste sistema, o refrigerante (líquido ou gás) é forçado através de canais ou ductos dentro do condutor ou dos feixes de condutores. Alguns exemplos de tais condutores podem ser vistos na Fig. 4-22. Assim, a barreira

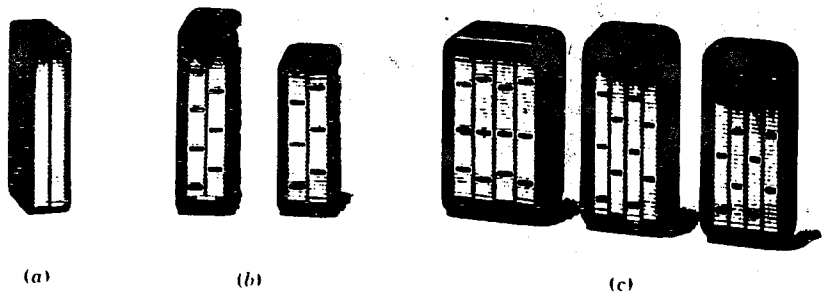


Fig. 4-22. Seções transversais de barras para enrolamento de estator de duas camadas de turbogeradores. A isolação é de resina sintética com impregnação a vácuo. Tipo A: barra refrigerada indiretamente, com elementos tubulares. Tipo B: barras refrigeradas a água, elementos mistos, dois condutores de largura. Tipo C: barras refrigeradas a água, elementos mistos, quatro condutores de largura. (*Brown Boveri Corporation*.)

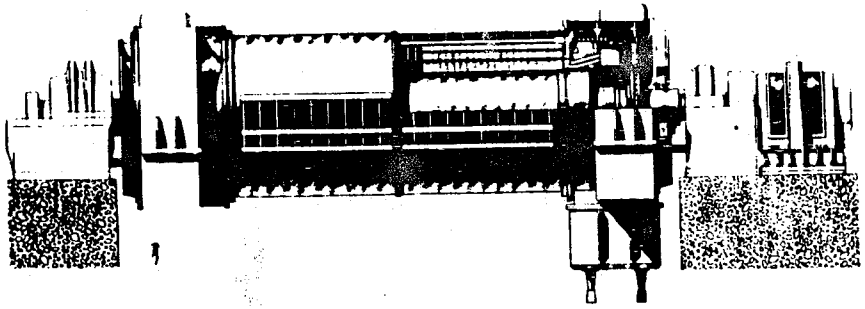


Fig. 4-23. Vista em corte de um turbogerador de 4 rolos, 1800 rpm, potência de 1333 MVA, fator de potência 0,85, 26 KV, 60 Hz, pressão de H_2 de 4,0 kgf/cm^2.

térmica apresentada pela isolação elétrica é contornada em grande parte, e as perdas do condutor podem ser absorvidas diretamente pelo refrigerante. Usualmente, o meio refrigerante para os condutores do rotor é o hidrogênio. A refrigeração a gás ou líquido pode ser usada para os condutores do estator. No primeiro caso o refrigerante é o hidrogênio, e o óleo ou a água são comumente usados no último caso. Uma vista em corte de um turbogerador com refrigeração de condutores é dada na Fig. 4-23. Um grande gerador hidrelétrico no qual o estator e o rotor são refrigerados a água é mostrado nas Figs. 3-2 e 3-9.

4-11 RESUMO

Conforme nos aprofundamos no estudo de máquinas rotativas, começam a aparecer pormenores diferentes para os vários tipos de máquinas. Por exemplo, a comutação é um problema exclusivo das máquinas de c.c.. A saturação magnética e os polos salientes podem ter efeitos significantes sobre máquinas de c.c. e síncronas. O controle de velocidade de motores de indução apresenta problemas. Para compreender os sistemas de controle de velocidade de motores alimentados por retificadores de estado sólido é necessário estudar o retificador e o motor juntos. Em muitas aplicações de máquinas aparecem importantes problemas relativos a características transitórias e dinâmicas. Os motores de pequena potência têm suas características específicas, incluindo aquela de ter um mercado altamente competitivo. Os capítulos 5 a 11 referem-se a alguns destes problemas.

Deve ser reconhecido que a limitação no desempenho de uma máquina é determinada basicamente pelas propriedades dos materiais

dos quais ela é feita. Assim, grande parte do progresso em maquinaria elétrica ao longo dos anos tem resultado de melhoria na qualidade e características do aço e dos materiais isolantes, e também no resfriamento das máquinas.

Um grupo de problemas inter-relacionados, comuns a todas as máquinas, é criado pelas perdas na máquina e a necessidade de dissipar o calor associado. A potência nominal da máquina está intimamente ligada à sua capacidade de funcionar a temperaturas compatíveis com uma vida razoável da isolação e da máquina como um todo. A determinação da potência nominal, a elevação de temperatura permissível, e determinação de perdas, constam das normas de organizações profissionais tais como o IEEE, NEMA, e ANSI. Tais assuntos são obviamente de grande importância na economia e na engenharia de um projeto que envolve maquinaria.

PROBLEMAS

4-1. Um motor síncrono com seu estator ligado a uma fonte polifásica equilibrada está funcionando com fator de potência 1,00 e conjugado de carga constante, igual à metade do valor de plena carga. Especificar em que sentido (na direção de rotação ou contra a direção de rotação) o rotor irá se mover relativamente à onda de indução magnética resultante no entreferro, à medida que a corrente de campo for aumentada.

4-2. Um motor síncrono alimentado por uma rede de tensão constante, está alimentando uma carga de conjugado constante. Os efeitos de perdas e de reatância de dispersão da armadura podem ser ignorados. A corrente de campo está inicialmente ajustada de modo que o motor funciona com fator de potência unitário. Descrever, justificando, o efeito da diminuição da corrente de campo sobre as seguintes grandezas:

a. O valor da onda de fluxo resultante
b. A componente da corrente de armadura em fase com a tensão
c. O ângulo de fase espacial δ entre a fmm da armadura e a onda de fluxo resultante

4-3. Deve-se alimentar um sistema trifásico, sob 25 Hz, a partir de um sistema trifásico de 60 Hz, através de um conjunto motor-gerador consistindo de duas máquinas síncronas acopladas diretamente.

a. Qual é o número mínimo de polos que o motor pode ter?
b. Qual é o número mínimo de polos que o gerador pode ter?
c. A que velocidade em rpm irá funcionar o conjunto especificado em *a* e *b*?

4-4. Um motor de indução trifásico gira a quase 1 200 rpm em vazio, e a 1 140 rpm a plena carga, quando ligado a uma linha trifásica de 60 Hz.

a. Quantos polos tem o motor?
b. Qual é o escorregamento percentual a plena carga?
c. Qual é a freqüência correspondente das tensões do rotor?
d. Qual é a velocidade correspondente (1) do campo do rotor em relação ao rotor? (2) Do campo do rotor em relação ao estator? (3) Do campo do rotor em relação ao campo do estator?
e. Que velocidade terá o rotor, com um escorregamento de 10 por cento?
f. Qual é a freqüência do rotor a esta velocidade?
g. Repita a parte *d* para um escorregamento de 10 por cento.

4-5. Um motor linear, baseado no princípio do motor de indução, consiste de um carro montado sobre uma pista. A pista é um enrolamento de gaiola desenvolvido, e o carro, que tem 3,6 m de comprimento, 1,0 m de largura, e somente 14 cm de altura, tem um enrolamento trifásico, 8 polos, desenvolvido. A distância entre polos adjacentes sobre a linha central, é 3,6/8 = 0,45 m. A corrente a 60 Hz é levada ao carro através de braços que se estendem através de ranhuras a trilhos abaixo do nível da base.

a. Qual é a velocidade síncrona em quilômetros por hora?
b. O carro irá atingir esta velocidade? Explicar a resposta.
c. A que freqüência de escorregamento corresponde uma velocidade do carro de 120 km/h?

Os motores de indução lineares têm sido propostos para uma variedade de aplicações, incluindo transporte terrestre em alta velocidade.

4-6. Descrever o efeito, sobre a característica normal de conjugado-velocidade de um motor de indução, produzido por:

a. Diminuição da tensão aplicada à metade, com freqüência normal
b. Diminuição à metade da tensão e da freqüência aplicadas

Esboçar as características de conjugado-velocidade associadas, em suas posições relativas aproximadas em relação à normal. Desprezar os efeitos da resistência e reatância de dispersão do estator.

4-7. O estator de um motor de indução com rotor enrolado, trifásico, de 6 polos, é ligado a um gerador de 60 Hz, e o rotor é ligado a um gerador de 25 Hz.

a. Haverá conjugado de partida?
b. A que velocidade ocorrerá o funcionamento estável como motor? Há duas respostas possíveis, dependendo de circunstâncias em casos particulares.
c. O que determina na qual das duas velocidades em *b* o motor irá funcionar em um caso específico?

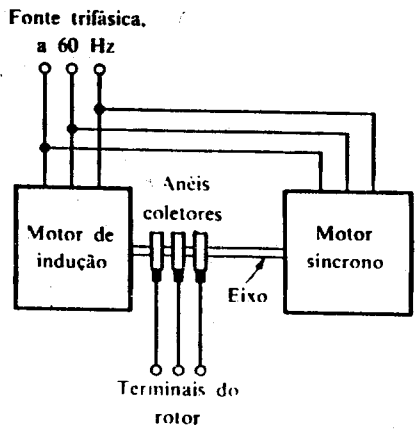


Fig. 4-24. Máquinas de indução e síncrona interligadas. Probs. 4-8 e 4-9.

d. Suponha-se agora que a freqüência do gerador do rotor é variada na faixa de 0 a 25 Hz. Esboçar curvas mostrando a velocidade do motor em rpm como função da freqüência do rotor, interpretando a freqüência zero como corrente contínua.
e. Que mudanças devem ser feitas nas respostas anteriores se o motor estiver a plena carga em lugar de estar em vazio?

4-8. A Fig. 4-24 mostra uma máquina de indução com rotor enrolado, trifásica, cujo eixo está rigidamente acoplado ao eixo de um motor síncrono trifásico. O enrolamento trifásico do rotor da máquina de indução é ligado a anéis coletores, como mostrado. A máquina de indução é acionada pelo motor síncrono à velocidade apropriada e no sentido correto de rotação, de modo que são disponíveis nos anéis coletores tensões trifásicas a 120 Hz. A máquina de indução tem um enrolamento de estator de 6 polos.

a. Quantos polos precisa ter o enrolamento do rotor da máquina de indução?
b. Se o campo do estator da máquina de indução gira em sentido horário, qual deve ser o sentido de rotação do rotor?
c. Qual é a velocidade em rpm?
d. Quantos polos deve ter o motor síncrono?

4-9. O sistema mostrado na Fig. 4-24 é usado para converter simétricas tensões de 60 Hz em outras freqüências. O motor síncrono tem

2 polos e aciona o eixo no sentido horário. A máquina de indução tem 12 polos, e os enrolamentos de estator são ligados à rede de modo a produzir um campo girante anti-horário (na direção oposta à do motor síncrono). A máquina tem um rotor enrolado cujos terminais são acessíveis através de anéis coletores.

a. A que velocidade gira o motor?
b. Qual é a freqüência das tensões do rotor na máquina de indução?

4-10. *a.* Compare o efeito sobre a velocidade de um motor de c.c. com excitação em derivação, de uma variação na tensão de linha, com o efeito de uma variação somente na tensão de armadura, de modo que a corrente de campo permaneça constante.
b. Compare êstes efeitos com aquela de uma variação somente na corrente do campo, permanecendo fixa a tensão terminal de armadura.

4-11. Descreva de modo aproximado como a corrente de armadura e a velocidade de um motor de c.c. com excitação em derivação serão afetadas por cada uma das seguintes alterações nas condições de funcionamento:

a. Redução da tensão terminal de armadura à metade, permanecendo constante a corrente de campo e o conjugado de carga.
b. Redução da tensão terminal de armadura à metade, permanecendo constante a corrente de campo e a potência de saída.
c. Aumento do fluxo do campo para o dobro, permanecendo constantes a tensão terminal de armadura e o conjugado de carga.
d. Redução do fluxo de campo e da tensão terminal de armadura à metade, permanecendo constante a potência de saída.
e. Redução da tensão terminal de armadura à metade, permanecendo constante o fluxo do campo, e o conjugado de carga variando com o quadrado da velocidade.

Em cada caso, dar apenas curtas afirmações quantitativas da ordem de grandeza das variações, como por exemplo: "velocidade aproximadamente dobrada".

4-12. Uma máquina de c.c., 25 kW, 250 volts, tem uma resistência de armadura de 0,10 ohm. A característica em vazio a uma velocidade constante de 1 200 rpm é mostrada na Fig. 4-25.

A máquina tem excitação independente, e ela é movida por um motor síncrono a uma velocidade constante de 1 200 rpm.

que o fluxo é linearmente proporcional à corrente das bobinas e que o efeito magnético das correntes de Foucault geradas no disco do freio é desprezível. Despreze também os conjugados de ventilação e atrito.
b. Na mesma folha, traçar uma família de quatro características de conjugado-velocidade para o motor série com tensões aplicadas de 120, 100, 80, e 60 por cento da tensão nominal. Supor que todas as perdas são desprezíveis, que o fluxo do motor é linearmente proporcional à corrente de campo do motor, e que as quedas de tensão resistivas nos enrolamentos de campo e armadura são desprezíveis.
c. Traçar as características de conjugado e velocidade em função da corrente de bobina do freio, quando o motor é alimentado com tensão nominal.
d. Traçar as características de conjugado e velocidade em função da tensão aplicada ao motor, quando a corrente de bobina do do freio é constante e igual a 10 A.

4-15. Temos à disposição alguns motores de indução trifásicos de 60 Hz, de aplicação geral, com 2, 4, 6, ou 8 polos, e nas seguintes potências nominais em cv: 2, 3, 5, 7,5, 10, 15, 20 etc.. Estes motores desenvolvem a potência nominal com um escorregamento de cerca de 5 por cento, e desenvolvem um conjugado máximo de 200 por cento do conjugado nominal com um escorregamento de cerca de 15 por cento.

Selecionar o motor apropriado para uma aplicação que requer um conjugado de 68 N.m a uma velocidade de cerca de 1500 rpm por um período de 30 s, seguido de 4 min girando em vazio, e ainda seguido por repetições do mesmo ciclo de carga. Especificar a potência e a velocidade síncrona nominais.

4-16. Um motor de c.c. com excitação composta deve ser selecionado para a operação de um elevador. O motor deve mover continuamente um cabo de aço que corre sobre polias no ponto mais baixo e no ponto mais alto da instalação. Quando a carga está descendo, o motor torna-se um gerador e envia potência de volta à linha, e o conjugado resultante tem uma ação de freio.

O ciclo de regime é como segue, e é repetido continuamente ao longo do dia:

Carga subindo (1 min) = 75 cv
Período de carregamento no alto (2 min) = 5 cv
Carga descendo (1 min) = −60 cv
Período de carregamento embaixo (3 min) = 5 cv

Traçar uma família de curvas da tensão terminal de armadura em função da corrente de armadura, para correntes de campo constantes de 2,5, 2,0, 1,5 e 1,0 ampères.

4-13. A máquina de c.c. do Prob. 4-12 funciona como um motor de excitação independente.

a. Para uma corrente de campo constante de 2,0 A, traçar uma família de curvas da velocidade em rpm em função do conjugado em newton-metros, para tensões aplicadas aos terminais de armadura de 250, 200, 150 e 100 volts.

b. Para uma tensão aplicada aos terminais de armadura de 200 volts, traçar uma família de curvas da velocidade em função do conjugado, para correntes de campo de 2,5, 2,0, 1,5, 1,0 ampères.

4-14. Um freio de correntes de Foucault, do tipo usado para ensaios de carga em motores, requer um conjugado de 136 N.m para movê-lo à velocidade de 1 000 rpm, quando a corrente nas bobinas de excitação é 10,0 A.

Este freio é acionado por um motor de c.c. com excitação série, de potência nominal de 20 cv a 1 000 rpm com uma tensão aplicada de 230 volts.

a. Traçar uma família de cinco características de conjugado-velocidade para o freio, com correntes de bobina de 6, 8, 10, 12 e 14 A respectivamente. Para os objetivos deste problema, supor

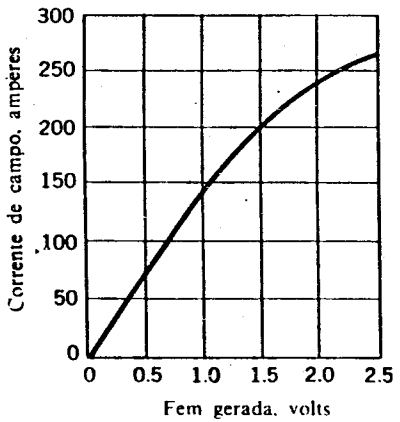


Fig. 4-25. Curva de magnetização de máquina de corrente contínua a 1200 rpm. Probs. 4-12 e 4-13

Com critérios de aquecimento, pede-se selecionar o menor motor apropriado para esta aplicação. Os motores são disponíveis nos seguintes tamanhos: 25, 30, 40, 50, 60, 75, e 100 cv.

Que outros fatores, além de aquecimento, deveriam ser considerados?

4-17. No projeto de um guindaste de caçamba de mandíbulas para descarregamento de carvão de uma barcaça em uma carvoeira, foi feito o estudo das exigências mecânicas para determinar o ciclo de funcionamento do motor. Os resultados são dados na seguinte tabela, para um ciclo médio:

Parte do ciclo	*Tempo decorrido* s	*Potência absorvida* cv
Fechar a caçamba	6	40
Levantar	10	80
Abrir a caçamba	3	30
Baixar a caçamba	10	45
Repouso	16	0

Devido às condições de serviço, deve ser usado um motor fechado à prova de poeiras, sem ventilação forçada, e a constante k associada ao tempo de repouso pode ser tomada como unitária.

a. Usando o método do valor eficaz, especificar a potência nominal contínua do motor. Escolher um tamanho de motor disponível comercialmente.

b. Dois fabricantes submetem propostas para fornecimento deste motor. Estas propostas contêm as seguintes garantias de rendimento e preços:

	Rendimento, porcentagem						
Motor	$^1/_4$ *carga*	$^1/_2$ *carga*	$^3/_4$ *carga*	1,0 *carga*	$1^1/_4$ *carga*	$1^1/_2$ *carga*	*Preço líquido em dólares*
A	83,4	90,5	90,3	88,0	86,8	85,0	2.500
B	81,3	88,6	90,3	90,6	90,3	89,6	3.000

*Preços f.o.b. fábrica.

O custo médio de energia nesta instalação é de 1,5 cents por kilowatt-hora. As despesas fixas totais sobre o capital investido são de 25 por cento. O guindaste estará em operação uma média de 2000 h/ano.

Qual dos dois motores é mais recomendável?

5

Máquinas de C. C.

A fim de considerar a máquina de c.c. numa base completamente realística, vamos primeiro reexaminar as condições de fluxo e fmm na máquina. Este reexame, juntamente com a consideração da ação do comutador, evidencia as condições que limitam a capacidade da máquina, bem como os meios para combater estas condições. Ele também leva a métodos para incluir a saturação e os efeitos da fmm de armadura na análise da máquina. Os resultados da análise ilustram a versatilidade da máquina de c.c. por si mesma e em combinação com outras máquinas de c.c..

5-1 EFEITO DA FMM DE ARMADURA

A fmm de armadura tem efeitos definidos sobre a distribuição espacial do fluxo de entreferro e o valor do fluxo líquido por polo. O efeito sobre a distribuição de fluxo é importante porque os limites de comutação satisfatória, são influenciados diretamente; o efeito sobre o valor do fluxo é importante porque a tensão gerada e o conjugado por unidade de corrente de armadura são influenciados por isso. Estes efeitos, e os problemas que deles decorrem, são descritos neste artigo.

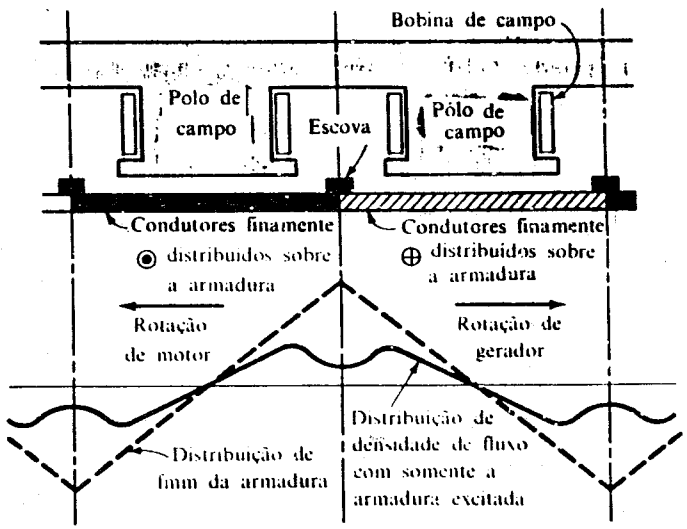


Fig. 5-1 Distribuição de fmm e densidade de fluxo de armadura com as escovas na posição neutra e somente a armadura excitada.

No Item 3-3*b* e na Fig. 3-24 vê-se que a onda de fmm da armadura pode ser aproximada por um triângulo, correspondente à onda produzida por um enrolamento de armadura finamente distribuido, ou uma lâmina de corrente. Para uma máquina com escovas na posição neutra, a onda de fmm idealizada é novamente mostrada pelo triângulo tracejado na Fig. 5-1, na qual uma ordenada de fmm positiva indica linhas de fluxo deixando a superfície da armadura. As direções de corrente em todos os enrolamentos, com exceção do campo principal, são indicadas por faixas pretas e hachuradas. Devido à estrutura de campo de polos salientes encontrada em quase todas as máquinas de c.c., a distribuição espacial de fluxo associada não será triangular. A distribuição da indução magnética no entreferro com somente a armadura excitada é dada pela curva de traço cheio na Fig. 5-1. Como se pode ver, ela diminui apreciavelmente no espaço interpolar por causa do entreferro muito longo.

O eixo da fmm de armadura é fixado a 90 graus elétricos do eixo do campo principal, pela posição das escovas. O fluxo correspondente segue as trajetórias mostradas na Fig. 5-2. Vê-se que o efeito da fmm de armadura é o de criar fluxo varrendo transversalmente as faces polares; assim, seu caminho nas sapatas polares atravessa o caminho do fluxo do campo principal. Por esta razão, a reação de armadura

deste tipo é chamada *reação de armadura por magnetização transversal.* Ela evidentemente causa um decréscimo na densidade de fluxo resultante no entreferro sob uma metade do polo e um aumento sob a outra metade.

Quando os enrolamentos de armadura e campo são ambos excitados, a distribuição de indução magnética resultante no entreferro é da forma dada pela curva de traço cheio na Fig. 5-3. Superposta a esta figura estão as distribuições de fluxo com somente a armadura excitada (curva tracejada) e com somente o campo excitado (curva pontilhada). O efeito da reação de armadura por magnetização transversal em diminuir o fluxo numa ponta do polo, e aumentar o fluxo na outra ponta, pode ser visto comparando as curvas em traço cheio e pontilhada. Em geral, a curva em traço cheio não é a soma algébrica das curvas pontilhada e tracejada, devido à não-linearidade do circuito magnético de ferro. Devido à saturação do ferro, a indução magnética é diminuída de uma quantidade maior sob uma ponta de polo do que é aumentada sob a outra. Conseqüentemente, o fluxo resultante por polo é menor do que seria produzido pelo enrolamento de campo apenas, uma conseqüência conhecida como o *efeito desmagnetizante da reação de armadura por magnetização transversal.* Desde que ele é provocado pela saturação, seu valor é uma função não-linear da corrente de campo e da corrente de armadura. Para funcionamento normal da máquina às induções magnéticas usadas comercialmente, este efeito é geralmente apreciável, especialmente com carga elevada, e freqüentemente precisa ser levado em conta na análise do desempenho.

A distorção da distribuição de fluxo pela reação de armadura por magnetização transversal pode ter uma influência prejudicial sobre a capacidade de comutar a corrente, especialmente se a distorção se torna excessiva. De fato, esta distorção pode ser um fator importante que limita a sobrecarga momentânea de uma máquina de c.c. A tendência à distor-

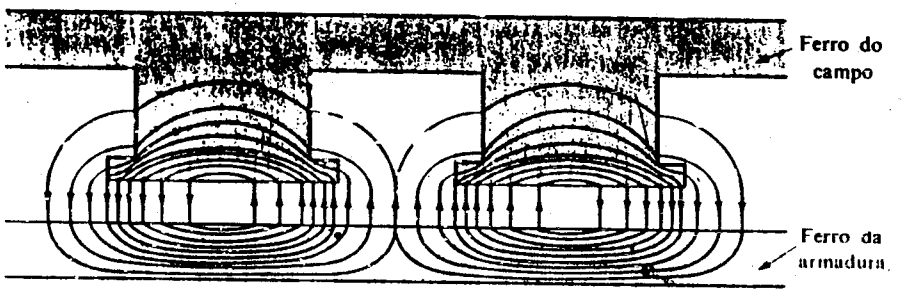


Fig. 5-2. Fluxo com somente a armadura excitada e escovas na posição neutra.

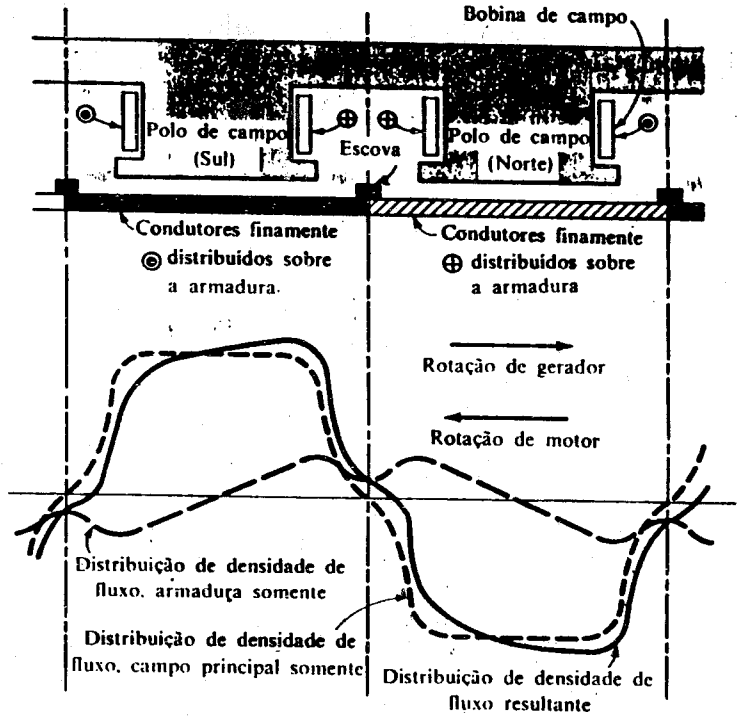


Fig. 5-3. Distribuições de densidade de fluxo da armadura, do campo principal, e distribuição resultante, com escovas na posição neutra.

ção da distribuição de fluxo é pronunciada ao máximo em certas máquinas, como o motor derivação, em que a excitação de campo permanece praticamente constante, enquanto a fmm de armadura pode atingir valores muito altos quando a carga é elevada. A tendência é menos pronunciada em uma máquina série, tal como um motor série, pois tanto a fmm do campo como da armadura aumentam com a carga.

O efeito da reação de armadura por magnetização transversal pode ser limitado por projeto e construção adequadas da máquina. A fmm do campo principal exercerá controle predominante sobre o fluxo de entreferro, de modo que a condição de fraca fmm de campo e forte fmm de armadura pode ser evitada. A relutância da trajetória de fluxo transversal — essencialmente, os dentes da armadura, sapatas polares, e entreferro, especialmente nas pontas dos polos — pode ser aumentadas pelo aumento do grau de saturação nos dentes e faces polares, evitando entreferro muito pequeno, e usando uma face polar chanfrada

ou excêntrica, que aumenta o entreferro nas pontas dos polos. Estes expedientes afetam da mesma forma o caminho do fluxo principal, mas a influência sobre o fluxo transversal é muito maior. A melhor, mas também a mais cara medida, consiste em compensar a fmm de armadura por meio de um enrolamento encaixado nas faces polares, medida que é discutida no Item 5-3.

Se as escovas não estiverem na posição neutra, o eixo da onda de fmm da armadura não estará a 90 graus do eixo do campo principal. A fmm de armadura então produzirá não somente magnetização transversa mas também um efeito de desmagnetização ou magnetização direta, dependendo da direção do deslocamento das escovas. O deslocamento das escovas da posição neutra não é usualmente intencional, e ocorre devido a posicionamento incorreto ou montagem deficiente das escovas. Antes da invenção dos interpolos, entretanto, o deslocamento de escovas era um método comum para assegurar uma comutação satisfatória, e a direção do deslocamento era tal que fosse produzida uma ação desmagnetizante. Pode ser mostrado que o deslocamento das escovas na direção de rotação em um gerador, ou contra a rotação em um motor, produz uma fmm direta desmagnetizante que pode resultar em funcionamento instável de um motor ou excessiva queda na tensão de um gerador. A correção do posicionamento das escovas pode ser verificada por meio de um teste em carga. Se as escovas estão sobre a posição neutra, a tensão terminal de um gerador ou a velocidade de um motor serão as mesmas, para condições idênticas de excitação de campo e corrente de armadura, quando a direção de rotação for invertida.

5-2 COMUTAÇÃO E INTERPOLOS

Uma das mais importantes limitações no funcionamento satisfatório de uma máquina de c.c. é a capacidade de transferir a corrente de armadura através do contato de escovas no comutador, sem faiscamento e sem excessivas perdas locais e sem aquecimento das escovas e do comutador. O faiscamento produz o enegrecimento, a corrosão e o desgaste destrutivo do comutador e das escovas, condições que rapidamente se tornam piores e levam à queima do cobre e do carvão. O faiscamento pode ser provocado por condições mecânicas defeituosas, tais como trepidação das escovas ou um comutador áspero, ou gasto irregularmente, ou, como em qualquer problema de comutação, por condições elétricas. Estas últimas condições são seriamente influenciadas pela fmm de armadura e a onda de fluxo resultante.

Como indicado no Item 4-3, a bobina que passa pela comutação está em transição entre dois grupos de bobinas de armadura: ao final do período de comutação, a corrente de bobina precisa ter o mesmo valor

mas sentido oposto á do início. A Fig. 4-5*b* mostra a armadura em uma posição intermediária durante a qual as bobinas formadas por indutores estão sendo comutadas. As bobinas comutadas são curto-circuitadas pelas escovas. Durante este período, as escovas precisam continuar a conduzir a corrente de armadura I_a do enrolamento de armadura ao circuito externo. A bobina curto-circuitada constitui um circuito indutivo com resistências variáveis com o tempo no contato de escovas, em geral com tensões rotacionais induzidas na bobina, e com acoplamento condutivo e indutivo ao resto do enrolamento da armadura.

A obtenção de boa comutação é mais uma arte empírica do que uma ciência quantitativa. O principal obstáculo à análise quantitativa baseia-se no comportamento elétrico do filme de contato grafite-cobre. Sua resistência é não-linear, e é uma função da densidade de corrente, da direção da corrente, da temperatura, do material da escova, e da umidade e pressão atmosférica. Seu comportamento em alguns aspectos é semelhante ao de um gás ionizado. O fato mais significativo e que uma densidade de corrente muito alta em uma porção da superfície da escova (e portanto uma densidade de energia muito alta nesta parte do filme de contato) resulta em faiscamento e num rompimento do filme neste ponto. O filme de contato também tem um papel importante no comportamento mecânico das superfícies em fricção. Em altas altitudes, devem ser tomadas providências para preservá-lo, ou ocorrerá um desgaste das escovas extremamente rápido.

A base empírica para assegurar comutação sem faiscamento, então, é evitar excessivas densidades de corrente em qualquer ponto no contato cobre-carvão. Esta base, combinada com o princípio de utilizar todo o material o mais possível, indica que condições ótimas são obtidas quando a densidade de corrente é uniforme sobre a superfície da escova durante o período inteiro de comutação. Uma variação linear de corrente com o tempo na bobina em comutação, correspondente a comutação linear como mostrada na Fig. 4-6, realiza esta condição e é, conseqüentemente, o ótimo.

Os fatores principais que tendem a produzir comutação linear são as mudanças na resistência de contato da escova, resultante de decréscimo linear na área na borda de trás da escova, e aumento linear na área na borda dianteira. Vários fatores elétricos atuam contra a linearidade. A resistência na bobina comutada é um exemplo. Usualmente, entretanto, a queda de tensão nos contatos de escovas é suficientemente grande (da ordem de 1,0 volt) em comparação com a queda resistiva em uma única bobina de armadura, de modo que esta última pode ser ignorada. A indutância da bobina é um fator muito mais sério. A tensão de auto-indução na bobina comutada e a tensão de indução mútua de outras bobinas (particularmente aquelas na mesma ranhura) passando

por comutação ao mesmo tempo, se opõem a mudanças na corrente na bobina comutada. A soma destas duas tensões é freqüentemente referida como a *tensão de reatância*. O resultado é que a corrente na bobina curto-circuitada está atrasada no tempo em relação ao valor ditado pela comutação linear. Esta condição é conhecida como *subcomutação*, ou *comutação atrasada*.

A indutância de armadura, portanto, tende a produzir perdas altas, e faiscamento na extremidade detrás da escova. Para a melhor comutação, a indutância precisa ser mantida a um mínimo pelo uso do menor número possível de espiras por bobina de armadura e pelo uso de um desenho multipolar com uma armadura curta. O efeito de uma dada tensão de reatância em comutação atrasada é minimizado quando a queda de tensão resistiva no contato de escova é comparável com ela. Este fato é uma das principais razões para o uso de escovas de grafite, com sua apreciável queda de tensão de contato. Quando é assegurada uma boa comutação em virtude de quedas resistivas, o processo é conhecido como *comutação resistiva*. Esta é usada hoje como recurso único somente em máquinas de pequena potência.

Um outro fator importante no processo de comutação é a tensão rotacional induzida na bobina curto-circuitada. Dependendo do sinal, esta tensão pode prejudicar ou ajudar a comutação. Na Fig. 5-3, por exemplo, reação de armadura por magnetização transversal cria um fluxo apreciável na região interpolar. A direção da tensão rotacional correspondente na bobina comutada é a mesma da corrente sob a face polar imediatamente precedente. Esta tensão, então, encoraja a continuação da corrente na direção antiga, e semelhantemente à tensão de reatância, se opõe à sua inversão. Para ajudar a comutação, a tensão rotacional precisa se opor à tensão de reatância. O princípio geral de produzir, na bobina sob comutação, uma tensão rotacional que aproximadamente compensa a tensão de reatância, princípio este chamado *comutação por tensão*, é usado em quase todas as máquinas modernas. A indução magnética apropriada é introduzida na zona de comutação por meio de polos pequenos e estreitos polos colocados entre os polos principais. Estes polos auxiliares são chamados *interpolos*, ou *polos de comutação*.

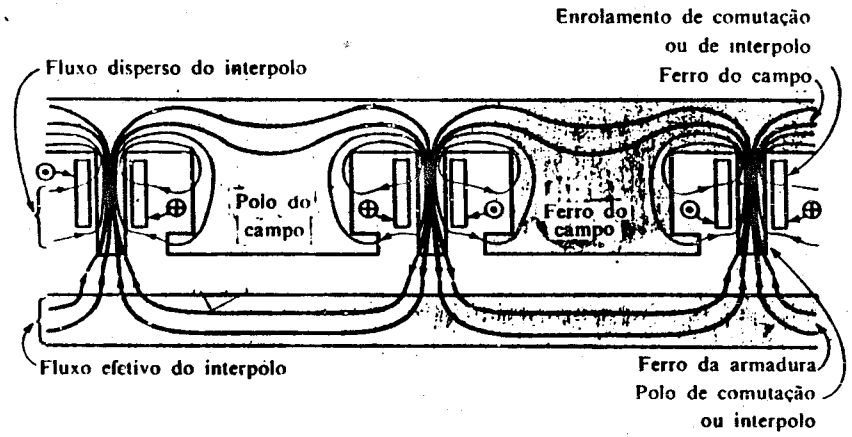


Fig. 5-4. Interpolos e seus fluxos componentes associados.

Na Fig. 5-4 podem ser vistos tanto aparência geral de interpolos, como um mapa aproximado do fluxo produzido quando eles são excitados isoladamente. (Os interpolos são os polos menores entre os polos principais maiores na Fig. 5-6.) A polaridade de um polo de comutação precisa ser a do polo principal imediatamente seguinte (i.e., na direção de rotação) para um gerador e imediatamente precedente para um motor. A fmm de interpolo precisa ser suficiente para neutralizar a fmm de magnetização transversal da armadura na região interpolar, mas também suficiente para fornecer a indução magnética necessária para que a tensão rotacional na bobina de armadura curto-circuitada cancele a tensão de reatância. Como a fmm de armadura e a tensão de reatância são proporcionais à corrente de armadura, o enrolamento de comutação precisa ser ligado em série com a armadura. Para preservar a linearidade desejada, o polo de comutação deve funcionar com saturação baixa. Pelo uso dos campos de comutação, então, a comutação sem faiscamento é assegurada em uma ampla faixa em máquinas modernas. De acordo com as normas da NEMA, as máquinas de c.c. de aplicação geral devem ser capazes de suportar por 1 min, com comutação satisfatória, cargas de 150 por cento da corrente de serviço contínuo, com o reostato de campo ajustado para excitação de carga nominal.

5-3 ENROLAMENTOS COMPENSADORES

Para máquinas sujeitas a sobrecargas pesadas, ou a cargas rapidamente variáveis, ou para funcionamento com um campo principal reduzido, ainda há a possibilidade de outro problema, além do simples faiscamento nas escovas. No instante em que uma bobina de armadura está localizada no pico de uma onda de fluxo fortemente distorcida, a tensão de bobina pode ser suficientemente elevada para romper o ar entre as lâminas adjacentes às quais a bobina está ligada, e resulta em formação de um arco entre as lâminas. A tensão de ruptura aqui não é alta, porque o ar perto do comutador está em condição favorável à ruptura. A máxima tensão permitida entre lâminas é da ordem de 30 a 40 volts, fato

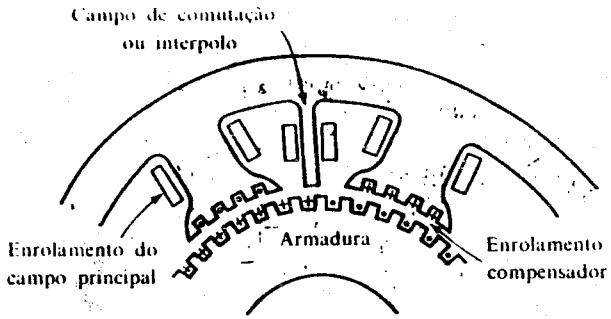


Fig. 5-5 Seção de uma máquina de c.c. mostrando o enrolamento compensador.

este que limita a tensão média entre lâminas a valores baixos e assim determina o número mínimo de segmentos que pode ser usado num projeto proposto. Sob condições transitórias, podem resultar altas tensões entre lâminas, provenientes das tensões induzidas associadas ao aumento e queda do fluxo de armadura. Na Fig. 5-2, vê-se por exemplo que tensões muito altas desta natureza são induzidas numa bobina sob

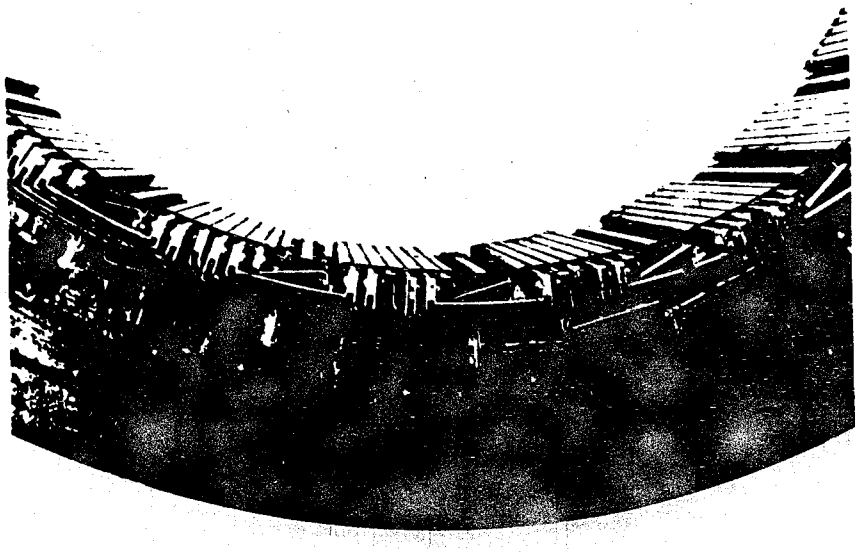


Fig. 5-6. Seção do estator ou campo de um motor de c.c. mostrando bobinas derivação e série, interpolos, e enrolamento compensador. (*Westinghouse Electric Corporation.*)

os centros polares pelo aumento e queda do fluxo de armadura mostrado. O sinal desta tensão induzida mostra que ela se soma à fem rotacional normal quando a carga é retirada de um gerador, ou é adicionada a um motor. A formação de arco entre lâminas pode rapidamente estender-se em volta do comutador inteiro e, além dos efeitos possivelmente destrutivos sobre o comutador, constitui um curto-circuito direto na linha. Mesmo com interpolos, portanto, a reação de armadura sob os polos limita bastante as condições sob as quais uma máquina pode operar.

Estas limitações podem ser consideravelmente aliviadas por compensação ou neutralização da fmm da armadura sob as faces polares. Tal compensação pode ser conseguida por meio de um *enrolamento compensador* (Fig. 5-5) encaixado em ranhuras na face polar e tendo uma polaridade oposta à do enrolamento de armadura adjacente. A aparência física de tal enrolamento pode ser vista no estator da Fig. 5-6. Desde que o eixo do enrolamento compensador é o mesmo que o da armadura, ele neutralizará quase completamente a reação de armadura dos indutores de armadura sob as faces polares quando tiver o número apropriado de espiras. Ele pode ser ligado em série com a armadura a fim de ser percorrido por uma corrente proporcional à corrente desta. O efeito global do campo principal, da armadura, do enrolamento de comutação, e do enrolamento compensador, sobre o fluxo de entreferro resultante é que, exceto pela zona de comutação, a distribuição de indução magnética resultante é substancialmente a mesma que aquela produzida pelo campo principal apenas (Fig. 5-3). Além disso, a adição de um enrolamento compensador melhora a resposta de velocidade, porque ele reduz a constante de tempo do circuito de armadura.

A principal desvantagem de enrolamentos compensadores é o custo. Eles são usados em máquinas projetadas para pesadas sobrecargas e cargas rapidamente variáveis (motores para laminadores de aço são um

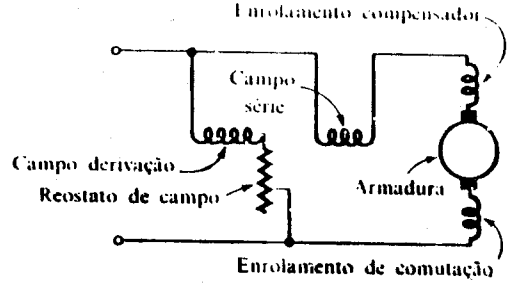


Fig. 5-7. Diagrama esquemático de ligações de uma máquina de c.c.

bom exemplo de máquinas sujeitas a ciclos de serviço severos) ou em motores destinados a funcionar em amplas faixas de velocidade por controle do campo em paralelo. De forma esquemática, a Fig. 5-7 mostra o diagrama de circuito de uma máquina composta, com enrolamento compensador. A posição relativa das bobinas neste diagrama indica que os campos de comutação e compensação agem ao longo do eixo da armadura, e os campos derivação e série agem ao longo do eixo dos polos principais. Consegue-se assim controlar quase completamente o fluxo de entreferro na periferia inteira da armadura.

5-4 FUNDAMENTOS DA ANÁLISE: ASPECTOS DE CIRCUITO ELÉTRICO

Das Eqs. 4-8 e 4-12, o conjugado eletromagnético e a tensão gerada de uma máquina de c.c. são, respectivamente,

$$T = K_a \Phi_d I_a \tag{5-1}$$

$$E_a = K_a \Phi_d \omega_m \tag{5-2}$$

$$K_a = \frac{PZ_a}{2\pi a} \tag{5-3}$$

Aqui, os símbolos em letras maiúsculas E_a para tensão gerada, e I_a para corrente de armadura, são usados para enfatizar que estamos nos referindo principalmente a considerações de regime permanente, neste capítulo. Os símbolos restantes são como definidos no Item 4-4. Estas são equações básicas para análise da máquina. A quantidade $E_a I_a$ é freqüentemente chamada *potência eletromagnética*; das Eqs. 5-1 e 5-2, ela é relacionada ao conjugado eletromagnético pela equação

$$T = \frac{E_a I_a}{\omega_m} \tag{5-4}$$

As Figs. 5-8 e 5-9 apresentam os balanços de potência para geradores e motores de c.c., respectivamente, com enrolamentos de campo em derivação e série. O diagrama de ligações é dado na Fig. 5-10 Quando o enrolamento de campo derivação ou o enrolamento de campo série não estão presentes na máquina, a entrada correspondente é omitida nas Figs. 5-8 a 5-10. Nestes diagramas, V_t é a tensão terminal da máquina, V_{ta} a tensão terminal da armadura, I_L a corrente de linha, I_s a corrente de campo série (igual a I_a para as ligações mostradas na Fig. 5-10), I_f a corrente do campo derivação, R_a a resistência da armadura, R_f a resistência do campo derivação, e R_s a resistência do campo série. Incluída em R_a está a resistência dos enrolamentos

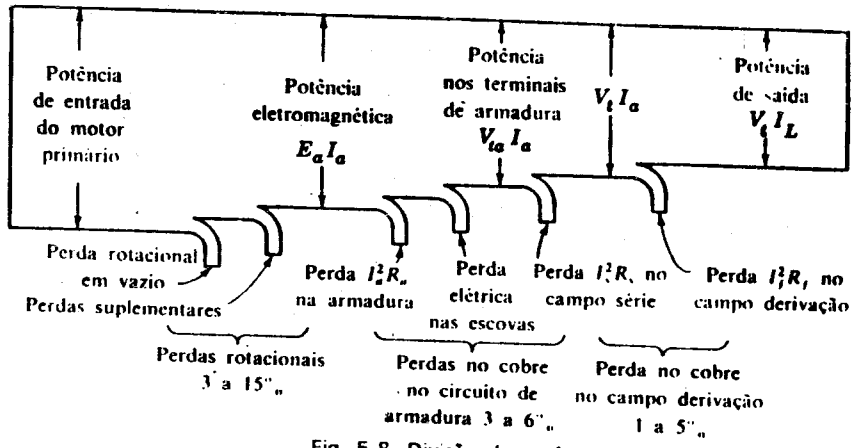


Fig 5-8. Divisão de potência em um gerador de c.c.

compensadores e de comutação. As perdas no cobre do circuito de armadura, as perdas no cobre do circuito de campo, e as perdas rotacionais são aquelas originalmente consideradas no Item 4-8; as ordens de grandeza típicas destas perdas, em plena carga, expressas em percentagens da entrada da máquina, são citadas nas Figs. 5-8 e 5-9 para geradores e motores de aplicação geral na faixa de 1 a 100 kW ou 1 a 100 cv, com as percentagens menores aplicando-se às maiores potências nominais.

A potência eletromagnética difere da potência mecânica no eixo da máquina pelas perdas rotacionais, e difere da potência elétrica nos terminais da máquina pelas perdas no cobre. A potência eletromagnética é medida nos pontos entre os quais existe E_a; somando as perdas rotacionais, nos geradores, e subtraindo-as, nos motores, tem-se a potência mecânica no eixo.

As inter-relações entre tensão e corrente são imediatamente evidentes do diagrama de ligações. Assim

$$V_{ta} = E_a \pm I_a R_a \tag{5-5}$$

$$V_t = E_a \pm I_a (R_a + R_s) \tag{5-6}$$

$$I_L = I_a \pm I_f \tag{5-7}$$

onde o sinal mais é usado para motores e o sinal menos para geradores. Alguns dos termos nas Eqs. 5-5 a 5-7 podem ser omitidos quando as ligações da máquina são mais simples do que aquelas mostradas na Fig. 5-10. A resistência R_a deve ser interpretada como a da armadura mais escovas, a não ser que seja especificado de outro modo. Às vezes, R_a é tomada como a resistência do enrolamento de armadura somente,

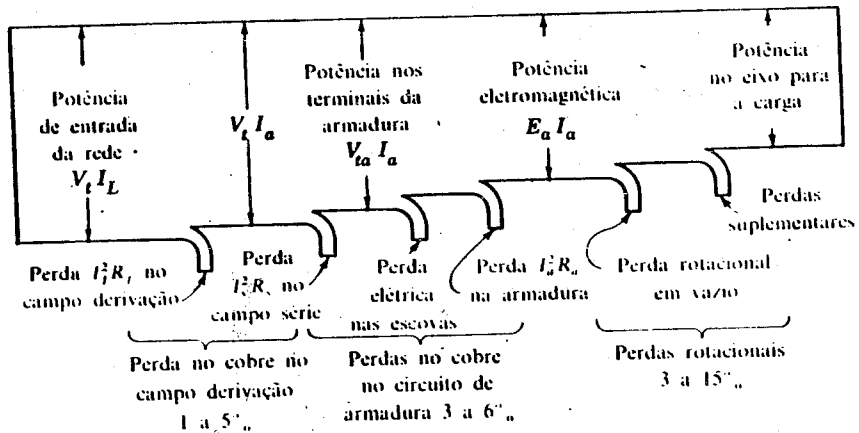


Fig. 5-9. Divisão de potência em um motor de c.c.

é a queda de tensão no contato da escova é levada em conta como um item separado, e usualmente é considerada valendo 2 volts.

Para máquinas compostas, uma outra variação pode ocorrer. A Fig. 5-10 mostra uma ligação chamada *derivação longa*, na qual o campo derivação é ligado diretamente aos terminais de linha, com o campo série entre ele e a armadura. Outra possibilidade é a ligação de *derivação curta*, ilustrada na Fig. 5-11 para um gerador composto, com o campo derivação diretamente na armadura e o campo série entre ele e os terminais de linha. A corrente de campo série é então I_L em lugar de I_a e as equações de tensão devem ser modificadas. Há tão pequena diferença prática entre estas duas ligações que a distinção pode usualmente ser ignorada; salvo menção expressa em contrário, as máquinas compostas serão tratadas como se elas fossem ligadas em derivação longa.

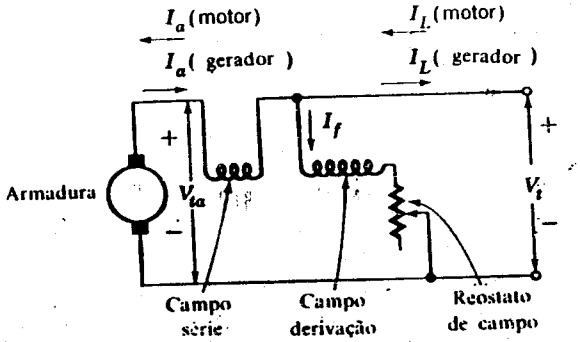


Fig. 5-10. Diagrama de ligações de motor ou gerador, com direções de correntes.

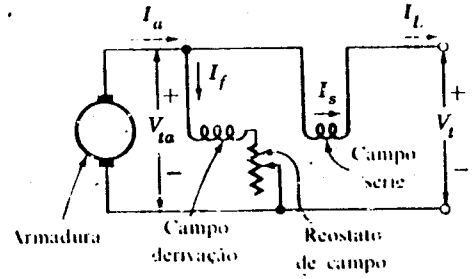


Fig. 5-11. Ligações de gerador composto, derivação curta

Embora a diferença entre tensão terminal V_t e tensão gerada de armadura E_a seja comparativamente pequena para funcionamento normal, ela tem um significado definido sobre as características de desempenho. Com efeito, esta diferença, agindo em conjunto com as resistências do circuito e as exigências da conversão de energia, afeta o valor da corrente de armadura I_a e portanto a intensidade do campo do rotor. A determinação completa do comportamento da máquina requer uma investigação similar dos fatores que influenciam a intensidade de campo do estator, ou mais particularmente, do fluxo líquido por polo Φ_d.

5-5 FUNDAMENTOS DA ANÁLISE: ASPECTOS DO CIRCUITO MAGNÉTICO

O fluxo por polo é resultante das fmms combinadas de armadura e campo. A interdependência da tensão gerada de armadura E_a e as condições de circuito magnético na máquina são, conseqüentemente, função da soma de todas as fmms dos caminhos de fluxo no eixo direto, ou polar. Inicialmente consideraremos a fmm propositalmente colocada nos polos principais de estator para criar o fluxo de trabalho — i.e., a *fmm do campo principal* — e, então, incluiremos os efeitos da fmm de armadura.

a. Com a reação de Armadura Desprezada

Com a máquina em vazio ou desprezando os efeitos de reação de armadura, a fmm resultante é a soma algébrica das fmms dos polos do eixo principal, ou direto. Para o gerador ou motor composto usual, tendo N_f espiras por polo de campo derivação e N_s espiras por polo de campo série, resulta

$$\text{Fmm do campo principal} = N_f I_f \pm N_s I_s \qquad (5\text{-}8)$$

Poderão aparecer termos adicionais nesta equação quando houver enrolamentos de campo adicionais nos polos principais (e, diferente-

mente dos enrolamentos compensadores do Item 5-3, enrolados concentricamente com os enrolamentos de campo normais) para permitir controles especiais. Na Eq. 5-8, o sinal mais é usado quando as duas fmms são concordes, ou quando os dois enrolamentos de campo são ligados cumulativamente; o sinal negativo é usado quando o campo série se opõe ao campo derivação, ou para uma ligação diferencial. Quando o enrolamento de campo série ou de campo derivação está ausente, o termo correspondente na Eq. 5-8 naturalmente é omitido.

A Eq. 5-8 assim soma, em ampères-espiras por polo, toda a fmm dos enrolamentos do campo principal agindo sobre o circuito magnético principal. A curva de magnetização para uma máquina de c.c. é geralmente dada em termos da corrente apenas nos enrolamentos do campo principal, que é quase invariavelmente o enrolamento de campo derivação quando apenas um está presente. A unidade de fmm de tal curva de magnetização pode ser tomada igual àquela da Eq. 5-8 por dois caminhos óbvios. A corrente de campo na curva de magnetização pode ser multiplicada pelas espiras por polo neste enrolamento, dando

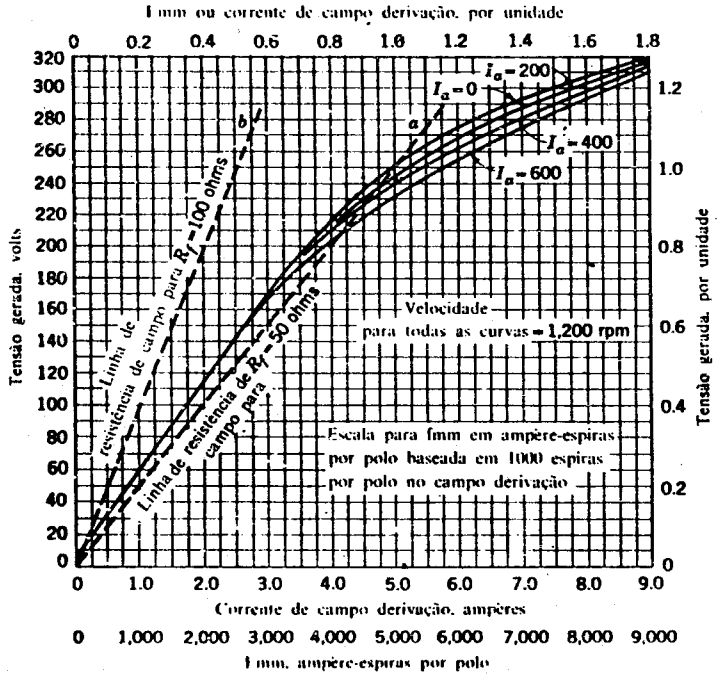


Fig 5-12. Curvas de magnetização para uma máquina de c.c. de 250 volts, 1200 rpm.

uma curva em termos de ampères-espiras por polo; ou os lados da Eq. 5-8 podem ser divididos por N_f, convertendo as unidades à corrente equivalente na bobina N_f apenas, que produz a mesma fmm. Assim,

$$\text{Fmm total} = I_f \pm \frac{N_s}{N_f} I_s \text{ A equivalentes de campo derivação} \qquad (5\text{-}9)$$

O último procedimento é freqüentemente o mais conveniente e o mais comumente adotado.

Um exemplo de uma característica de magnetização em vazio é dada pela curva para $I_a = 0$ na Fig. 5-12. Os valores numéricos nas ordenadas à esquerda, e na escala inferior das abscissas, dão valores representativos para um gerador de 100 kW, 250 volts, 1200 rpm; a escala de fmm é dada, seja em corrente do campo derivação, seja em ampères-espiras por polo, supondo um enrolamento de campo derivação com 1000 espiras por polo. A característica pode também ser apresentada em *forma normalizada*, ou *por unidade*, como mostrado pelas escalas superior, de fmm, e à direita, de tensão. Nestas escalas, a *corrente de campo* ou *fmm* 1,0 *por unidade* é a necessária para produzir a tensão nominal à velocidade nominal quando a máquina está sem carga; similarmente, *tensão* 1,0 *por unidade* é a tensão nominal.

O uso da característica de magnetização com tensão gerada, indicada no eixo vertical em lugar de fluxo, pode ser complicado pelo fato de que a velocidade de uma máquina de c.c. pode não permanecer constante, e a velocidade entra na relação entre o fluxo e a tensão gerada. Assim, as ordenadas de tensão gerada correspondem a uma única velocidade da máquina. A tensão gerada E_a a qualquer velocidade ω_m é, de acordo com a Eq. 5-2, dada por

$$E_a = E_{a0} \frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \qquad (5\text{-}10)$$

onde ω_{m0} é a velocidade da característica de magnetização e E_{a0} a correspondente fem de armadura.

EXEMPLO 5-1

Um gerador composto derivação longa, 100 kW, 250 volts, 400 A, tem resistência de armadura (incluindo escovas) de 0,025 ohm, resistência de campo série de 0,005 ohm, e a característica de magnetização da Fig. 5-12. Há 1000 espiras por polo no enrolamento de campo derivação e 3 espiras por polo no enrolamento de campo série.

Calcular a tensão terminal com corrente nominal de saída quando a corrente de campo derivação é 4,7 A e a velocidade é 1150 rpm. Desprezar a reação de armadura.

Solução

$I_s = I_a = I_L + I_f = 400 + 4{,}7 = 405$ A. Da Eq. 5-9, a fmm total do campo principal é

$$4{,}7 + \frac{3}{1.000} \times 405 = 5{,}9 \text{ A equivalente de campo derivação}$$

Entrando na curva $I_a = 0$ da Fig. 5-12 com esta corrente, pode-se ler 274 volts. Conseqüentemente, a fem real é

$$E_a = 274 \times \frac{1.150}{1.200} = 262 \text{ volts}$$

Então
$$V_t = E_a - I_a(R_a + R_s)$$
$$= 262 - 405(0{,}025 + 0{,}005) = 250 \text{ volts}$$

b. Efeito da FMM de Armadura

Como foi descrito no Item 5-1, a excitação do enrolamento de armadura dá origem a um efeito desmagnetizante, produzido pela reação de armadura por magnetização transversal. A inclusão deste efeito na análise não é uma tarefa simples, devido às não-linearidades envolvidas. Uma abordagem comum é basear o trabalho sobre dados determinados experimentalmente para a máquina envolvida ou para uma de projeto e tamanho similares. Os dados são tomados com campo e armadura excitados, e os ensaios são conduzidos de modo a evidenciar os efeitos da excitação do campo principal e da fmm da armadura sobre a fem gerada.

Uma forma de resumir e correlacionar os resultados é ilustrada na Fig. 5-12. As curvas são traçadas não somente para a característica em vazio ($I_a = 0$) mas para uma família de valores de I_a. Na análise de desempenho da máquina, então, a inclusão da reação de armadura torna-se simplesmente uma questão de usar a curva de magnetização correspondente à corrente de armadura envolvida. Note-se que as ordenadas de todas estas curvas dão valores de tensões geradas de armadura E_a, não tensão terminal sob carga. Note-se também que todas as curvas tendem a juntar-se à linha de entreferro conforme a saturação do ferro decresce.

As características de magnetização em carga são deslocadas à direita da curva em vazio por uma quantidade que é uma função de I_a. O efeito da reação de armadura, então, é aproximadamente o mesmo de uma fmm desmagnetizante RA agindo sobre o eixo do campo principal. A fmm *líquida* de eixo direto é assim considerada:

$$\text{Fmm líquida} = \text{fmm total} - RA$$
$$= N_f I_f \pm N_s I_s - RA \qquad (5\text{-}11)$$

A característica de magnetização em vazio pode então ser usada como a relação entre a fem gerada e a excitação líquida em carga, com a reação de armadura considerada como uma fmm desmagnetizante. Na faixa de funcionamento normal (de 240 a de 300 volts aproximadamente para a máquina da Fig. 5-12) o efeito desmagnetizante da reação de armadura pode ser considerado aproximadamente proporcional à corrente de armadura.

A quantidade de reação de armadura presente na Fig. 5-12 será escolhida em exemplos numéricos e problemas subseqüentes ilustrando características de desempenho de gerador e motor, de modo que alguns dos seus efeitos desvantajosos apareçam de forma pronunciada. Estes efeitos são maiores do que se esperaria encontrar em uma máquina normal, bem projetada, funcionando com correntes normais.

5-6 ANÁLISE DE DESEMPENHO EM REGIME PERMANENTE

Embora identicamente os mesmos princípios se apliquem à análise de uma máquina de c.c. agindo como um gerador ou agindo como motor, a natureza geral dos problemas ordinariamente encontrados é diferente para os dois modos de funcionamento. Para um gerador, a velocidade é usualmente fixada pelo motor primário, e problemas freqüentemente encontrados são de determinar a tensão terminal correspondente a carga e excitação especificadas, ou calcular a excitação necessária para carga e tensão terminal especificadas. Para um motor, por outro lado, os problemas freqüentemente encontrados são o de determinar a velocidade correspondente a carga e excitação especificadas, ou o de calcular a excitação necessária para carga e condições de velocidade especificadas; a tensão terminal é freqüentemente fixada pelo valor da rede de alimentação disponível. As técnicas de rotina da aplicação dos princípios básicos comuns, portanto, diferem na medida em que os problemas diferem.

a. Análise de Geradores

Os geradores independentemente excitados são os mais simples para analisar, pois a corrente de campo principal é independente da tensão do gerador. Para uma dada carga, a excitação do campo principal é dada pela Eq. 5-9, e a tensão gerada de armadura E_a associada é determinada pela característica de magnetização apropriada. Esta tensão, junto com a Eq. 5-5 ou 5-6, fixa a tensão terminal.

Em geradores auto-excitados, a excitação de campo derivação depende da tensão terminal, e a excitação série, da corrente de armadura. A dependência da corrente do campo derivação, ou da tensão terminal, pode ser incorporada graficamente na análise desenhado a *linha de*

resistência de campo, a linha 00*a* na Fig. 5-12, sobre a curva de magnetização. A linha de resistência de campo 00*a* é simplesmente uma representação gráfica da lei de Ohm para o campo derivação. É o lugar geométrico dos pontos de funcionamento, tensão terminal em função da corrente de campo derivação. Assim, a linha 00*a* é desenhada para $R_f = 50$ ohms e portanto passa através da origem e do ponto (1 Ampère, 50 volts).

Um exemplo da interdependência de condições de circuito magnético e elétrico pode ser visto por exame do *escorvamento* para um gerador excitado em derivação, em vazio. Quando o circuito de campo é fechado, a pequena tensão de magnetismo residual (a interseção a 6 volts da característica de magnetização da Fig. 5-12) produz uma pequena corrente de campo. Se o fluxo produzido pelos ampères-espiras resultantes se soma ao fluxo residual, obtém-se tensões e correntes de campo progressivamente maiores. Se os ampères-espiras do campo se opõem ao magnetismo residual, os terminais do enrolamento de campo derivação precisam ser invertidos para obter o escorvamento. O crescimento da tensão continua até que as relações de tensão e de corrente, representadas pela característica de magnetização e pela linha de resistência de campo, sejam satisfeitas simultaneamente (i.e., na interseção, em 250 volts para a linha 00*a* na Fig. 5-12). Esta afirmação ignora a queda de tensão extremamente pequena produzida pela corrente de campo derivação na resistência do circuito de armadura. Note que se a resistência de campo é suficientemente alta, como mostrado pela linha 00*b* para $R_f = 100$ ohm, a interseção ocorre em um valor de tensão muito baixo e não é obtido o escorvamento. Note também que se a linha de resistência de campo é essencialmente tangente à parte mais baixa da curva de magnetização, correspondente a 57 ohms, na Fig. 5-12, a interseção pode estar em qualquer ponto de cerca de 60 volts a 170 volts, resultando em condições muito instáveis. A resistência correspondente é a *resistência crítica de campo*, além da qual não será obtido escorvamento. O mesmo processo de escorvamento e as mesmas conclusões se aplicam a geradores compostos; em um gerador composto de derivação longa, a fmm do campo série criada pela corrente do campo derivação é inteiramente desprezível.

O escorvamento da tensão é evidentemente um processo transitório no qual, em qualquer ponto específico, a diferença de ordenadas entre a linha de resistência de campo e a característica de magnetização é a tensão que age para aumentar a corrente através da indutância do campo derivação. O processo transitório é discutido no Item 9-6*b*.

Para um gerador derivação, a característica de magnetização para o valor apropriado de I_a é o lugar dos pontos de E_a e I_f. A linha de resistência de campo é o lugar dos pontos de V_t e I_f. Com funcionamento em regime permanente e com qualquer valor de I_f, portanto, a distância vertical entre a linha e a curva deve ser igual à queda $I_a R_a$ na carga correspondente a esta condição. A determinação da tensão terminal para uma corrente de armadura especificada é então simplesmente uma questão de encontrar onde a linha e a curva estão separadas verticalmente pelo valor apropriado; a ordenada da linha de resistência de campo naquela corrente de campo é então a tensão terminal. Para um gerador composto, entretanto, a fmm de campo série faz com que pontos correspondentes na linha e na curva sejam deslocados horizontal bem como verticalmente. O deslocamento horizontal iguala a fmm do campo série medida em ampères equivalentes de campo derivação, e o deslocamento vertical é ainda a queda $I_a R_a$.

Evidentemente não é obtida grande precisão com o processo acima descrito. De qualquer modo, as incertezas causadas pela histerese magnética em máquinas de c.c. fazem com que não se possa obter alta precisão. Em geral, a característica de magnetização na qual a máquina funciona em uma dada ocasião, pode ser no trecho ascendente ou no trecho descendente do ciclo de histerese para o circuito magnético da máquina, dependendo essencialmente da história magnética do ferro imediatamente anterior. A curva usada para análise é usualmente a característica de magnetização média, e assim os resultados obtidos são substancialmente corretos, em média. Entretanto, podem ser encontrados significantes afastamentos da média no desempenho de qualquer máquina de c.c., em um instante particular.

EXEMPLO 5-2

Um gerador de c.c. derivação, 100 kW, 250 volts, 400 A, 1200 rpm, tem as características de magnetização (incluindo efeitos de reação de armadura) da Fig. 5-12. A resistência do circuito de armadura, incluindo escovas, é 0,025 ohm. O gerador é acionado com a velocidade constante de 1200 rpm, e a excitação é ajustada para dar tensão nominal em vazio.

a. Determinar a tensão terminal a uma corrente de armadura de 400 A.

b. Adiciona-se um enrolamento de campo série de 4 espiras por polo, tendo uma resistência de 0,005 ohm. Há 1000 espiras por polo no enrolamento de campo derivação. O gerador deverá ser composto plano ou normal, de modo que a tensão a plena carga seja 250 volts quando o reostato de campo derivação for ajustado para dar uma tensão em vazio de 250 volts. Mostrar como uma resistência em paralelo com o campo série pode ser ajustada para produzir o desempenho desejado.

Solução

a. A linha de resistência de campo 00*a* (Fig. 5-12) passa pelo ponto 250 volts, 5,0 A, da característica de magnetização em vazio. A $I_a = 400$ ampères,

$$I_a R_a = 400 \times 0{,}025 = 10 \text{ volts}$$

Existe uma distância vertical de 10 volts entre a característica de magnetização para $I_a = 400$ ampères e a linha de resistência de campo a uma corrente de campo de 4,1 ampères, correspondendo a $V_t = 205$ volts. A corrente de linha associada é

$$I_L = I_a - I_f = 400 - 4 = 396 \text{ ampères}$$

Note-se que uma distância vertical de 10 volts também existe a uma corrente de campo de 1,2 ampères, correspondendo a $V_t = 60$ volts. A curva de tensão sob carga é, conseqüentemente, bivalente nesta região. O ponto para o qual $V_t = 205$ volts é o ponto de funcionamento normal.

b. Para a tensão em vazio ser 250 volts, a resistência do campo derivação deve ser 50 ohms, e a linha de resistência de campo é 00*a* (Fig. 5-12). A plena carga, $I_f = 5{,}0$ ampères porque $V_t = 250$ volts. Então

$$I_a = 400 + 5{,}0 = 405 \text{ ampères}$$

e

$$E_a = 250 + 405\,(0{,}025 + 0{,}005) = 262 \text{ volts}$$

Na última equação, o efeito do reostato do campo série em reduzir a resistência do circuito de campo série é ignorado, o que é permissível em vista do grau de precisão que se pode obter. Da característica de magnetização para 400 ampères, uma E_a de 262 volts exige uma excitação de campo principal de 5,95 ampères equivalentes de campo derivação. (Mais precisamente, deveria ser usada uma curva para $I_a = 405$ ampères, mas uma distinção tão pequena é obviamente sem significado.) Da Eq. 5-9,

$$5{,}95 = 5{,}0 + \frac{4}{1000} I_s$$

$$I_s = 238 \text{ ampères}$$

Assim, somente 238 dos 405 ampères totais de corrente de armadura devem passar pelo campo série, e isto exige que o campo série tenha em paralelo um resistor de

$$\frac{238 \times 0{,}005}{405 - 238} = 0{,}0071 \text{ ohm}$$

b. Análise de Motores

Como usualmente a tensão terminal dos motores é substancialmente constante e tem um valor especificado, não há dependência da excitação do campo derivação de uma tensão variável, como acontece em geradores derivação e composto. Assim, a análise de motores se assemelha mais àquela para geradores excitados em separado, embora a velocidade seja agora uma variável importante e freqüentemente uma variável cujo valor deve ser calculado. As relações essenciais são as Eqs. 5-5 e 5-6, que relacionam a tensão terminal e a fem gerada ou a fcem; a Eq. 5-9 para a excitação do campo principal; a característica de magnetização para a corrente de armadura apropriada, como a relação gráfica entre a fcem e a excitação; a Eq. 5-1 mostrando a dependência do conjugado eletromagnético sobre o fluxo e a corrente de armadura; e a Eq. 5-2 relacionando a fcem com o fluxo e a velocidade. As últimas duas relações são particularmente significativas na análise de motores. A primeira é oportuna porque a interdependência do conjugado e das intensidades de campo do estator e rotor freqüentemente precisa ser examinada. A última é o meio usual para determinar a velocidade do motor a partir de outras condições de funcionamento especificadas.

A velocidade do motor correspondente a uma dada corrente de armadura I_a pode ser determinada calculando primeiro a tensão gerada real E_a da Eq. 5-5 ou 5-6. Depois, obtém-se a excitação do campo principal da Eq. 5-9. Como a característica de magnetização estará traçada para uma velocidade constante ω_{m0} que em geral será diferente da velocidade real do motor ω_m, a tensão gerada, lida da curva de magnetização em correspondência à excitação do campo principal acima, corresponderá às condições corretas de fluxo mas à velocidade ω_{m0}. A substituição na Eq. 5-10, então, dá a velocidade real do motor.

Note-se que o conhecimento da corrente de armadura é postulado ao princípio deste processo. Quando, como é freqüentemente o caso, deve ser encontrada a velocidade a uma determinada potência ou conjugado de saída no eixo, o procedimento mais simples é um processo de aproximações sucessivas partindo de valores adotados para I_a. Indicando num gráfico as sucessivas tentativas, permite-se rápida determinação da corrente de armadura e velocidade corretas na potência de saída desejada.

EXEMPLO 5-3

Um motor de c.c. derivação, 100 cv, 250 volts, tem a característica de magnetização (incluindo efeitos de reação de armadura) da

Fig. 5-12. A resistência do circuito de armadura, incluindo escovas, é 0,025 ohm. As perdas rotacionais em vazio são de 2000 watts, e as perdas suplementares são 1,0 por cento da potência de saída. O reostato de campo é ajustado para uma velocidade em vazio de 1100 rpm.

a. Como exemplo de cálculo de pontos sobre a característica velocidade-carga, determinar a velocidade em rpm e a potência de saída em cv correspondente a uma corrente de armadura de 400 ampères.

b. Como a característica velocidade-carga do caso (*a*) Não é desejável, deve ser acrescentado um *enrolamento estabilizador*, consistindo de 1 1/2 espiras por polo, em série aditiva. A resistência deste enrolamento é desprezível. Há 1000 espiras por polo no enrolamento derivação. Calcular a velocidade correspondente a uma corrente de armadura de 400 ampères.

Solução

a. Em vazio, $E_a = 250$ volts. O ponto correspondente na característica de magnetização em vazio e a 1200 rpm é

$$E_{a0} = 250 \times \frac{1.200}{1.100} = 273 \text{ volts}$$

para o qual $I_f = 5{,}90$ ampères. A corrente de campo permanece constante neste valor.

Para $I_a = 400$ ampères, a fcem real é

$$E_a = 250 \quad 400 \times 0{,}025 = 240 \text{ volts}$$

Da Fig. 5-12 com $I_a = 400$ A, e $I_f = 5{,}90$ A, o valor de E_a seria 261 volts se a velocidade fosse 1200 rpm. A velocidade real é então

$$n = \frac{240}{261} \times 1.200 = 1.100 \text{ rpm}$$

A potência eletromagnética é

$$E_a I_a = 240 \times 400 = 96.000 \text{ watts}$$

Subtraindo as perdas rotacionais tem-se 94.000 watts. Com as perdas suplementares levadas em conta, a potência de saída P_o é dada por

$$94.000 - 0{,}01 P_o = P_o$$

ou

$$P_o = 93{,}1 \text{ kW} = 126{,}5 \text{ cv}$$

Note que a velocidade a esta carga é a mesma que em vazio, indicando que os efeitos de reação de armadura determinaram uma característica de velocidade-carga praticamente plana.

b. Com $I_f = 5{,}90$ A e $I_s = I_a = 400$ A, a fmm do campo principal em ampères equivalentes de campo derivação é

$$5{,}90 + \frac{1{,}5}{1.000} \times 400 = 6{,}50$$

Da Fig. 5-12, o valor correspondente de E_a a 1200 rpm seria 273 volts. Conseqüentemente, a velocidade é agora

$$n = \frac{240}{273} \times 1.200 = 1.055 \text{ rpm}$$

A potência de saída é a mesma que em (*a*). A característica de velocidade carga agora é inclinada.

EXEMPLO 5-4

Para limitar a corrente de partida ao valor que o motor pode comutar satisfatoriamente, todos os motores de c.c. exceto os muito pequenos, são postos em movimento com resistência externa em série com suas armaduras. Esta resistência é eliminada, seja manual ou automaticamente, conforme o motor ganha velocidade. Na Fig. 5-13, por exemplo, os contatores 1*A*, 2*A*, 3*A*, eliminam partes sucessivas R_1, R_2, e R_3 do resistor de partida.

Considere-se que um motor deve partir com fluxo de campo normal. A reação de armadura e indutância de armadura podem ser ignoradas. Durante a partida, a corrente de armadura, e portanto o conjugado eletromagnético, não devem exceder a duas vezes os valores nominais, e deve ser eliminado um trecho do resistor de partida sempre que a corrente de armadura cair a seu valor nominal. Exceto na parte *f*, os cálculos devem ser feitos no sistema por unidade, com valores expressos como frações de valores de base. (Tensão de base é a tensão nominal de linha, corrente de base é a corrente de armadura em plena carga, e resistência

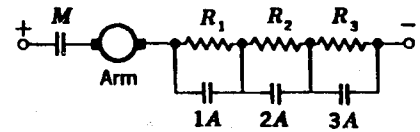


Fig. 5-13. Resistores de partida e contatores de aceleração para um motor de c.c..

de base é a relação entre a tensão de base e a corrente de base.)

a. Qual é o mínimo valor por unidade de resistência de armadura que permitirá atingir estas condições, com um resistor de partida de três estágios?

b. Acima de que valor por unidade de resistência de armadura será suficiente um resistor de dois estágios?

c. Para a resistência de armadura de (*a*), quais são os valores por unidade de resistência R_1, R_2 e R_3 do resistor de partida?

d. Para um motor com a resistência de armadura de (*a*), os contatores serão fechados por relés sensíveis a tensão, ligados nos terminais da armadura (chamado *método da fcem*). A que frações da tensão nominal de linha os contatores deverão fechar?

e. Para um motor com a resistência de armadura de (*a*), esboçar curvas aproximadas de corrente de armadura, conjugado eletromagnético, e velocidade, durante o processo de partida, indicando nas ordenadas os valores por unidade apropriados em instantes de tempo significativos.

f. Para um motor de c.c. derivação, 10 cv, 230 volts, 500 rpm, tendo uma corrente de armadura de plena carga de 37 A e preenchendo as condições de (*a*), calcule os valores numéricos em suas unidades usuais para a resistência de armadura, os resultados de (*c*) e (*d*), e a escala de ordenadas de (*e*).

Solução

a. A fim de que a corrente de armadura não exceda 2,00 por unidade ao instante em que o contator principal M fecha,

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_a = \frac{V_t}{I_a} = \frac{1{,}00}{2{,}00} = 0{,}50$$

Quando a corrente tiver caído a 1,00 por unidade

$$E_{a1} = V_t - I_a(R_1 + R_2 + R_3 + R_a) = 1{,}00 - 1{,}00 \times 0{,}50 = 0{,}50$$

No instante em que o contator $1A$ fecha, curto-circuitando R_1, a fcem atingiu este valor numérico. Então, a fim de que a corrente de armadura permitida não seja excedida,

$$R_2 + R_3 + R_a = \frac{V_t - E_{a1}}{I_a} = \frac{1{,}00 - 0{,}50}{2{,}00} = 0{,}25$$

Quando a corrente novamente tiver caído a 1,00 por unidade,

$$E_{a2} = V_t - I_a(R_2 + R_3 + R_a) = 1{,}00 - 1{,}00 \times 0{,}25 = 0{,}75$$

A repetição deste procedimento para o fechamento dos contatores $2A$ e $3A$ produz os seguintes resultados:

$$R_3 + R_a = 0{,}125$$
$$E_{a3} = 0{,}875$$
$$R_a = 0{,}0625$$

e E_a final a plena carga $= 0{,}938$

O valor mínimo por unidade de R_a procurado é portanto 0,0625, porque um valor menor permitiria à corrente de armadura exceder de duas vezes o valor nominal, quando o contator $3A$ for fechado.

b. Se um resistor de dois estágios deve ser suficiente, R_3 deve ser zero. Portanto, de *a*,

$$R_3 + R_a = 0{,}125$$

segue-se que um resistor de três estágios não será necessário quando R_a for igual ou maior do que 0,125.

Sob as condições de partida especificadas, um resistor de três estágios é apropriado para motores cujas resistências de circuito de armadura estão entre 0,0625 e 0,125 por unidade. Para motores derivação, de aplicação geral para serviço contínuo, estes valores correspondem aos menores tamanhos de média potência. Na média, para os motores até cerca de 10 cv estas exigências são aceitáveis, embora o limite de tamanho seja mais baixo para motores de alta velocidade e mais alto para motores de baixa velocidade. Para motores maiores, devem ser incluídos estágios adicionais, ou devem ser aumentados os limites de picos de corrente e conjugado. Os resultados desta análise são conservativos porque a resistência da armadura sob condições transitórias é maior do que o valor estático.

c. Das relações na parte *a*, as resistências de partida por unidade são

$$R_3 = 0{,}125 - 0{,}0625 = 0{,}0625$$
$$R_2 = 0{,}25 - 0{,}0625 - 0{,}0625 = 0{,}125$$

e $R_1 = 0{,}50 - 0{,}0625 - 0{,}0625 - 0{,}125 = 0{,}25$

d. Justamente antes do contator $1A$ fechar,

$$V_{ta1} = E_{a1} + I_a R_a = 0{,}50 + 1{,}00 \times 0{,}0625 = 0{,}563$$

De maneira semelhante,

$$V_{ta2} = 0{,}75 + 1{,}00 \times 0{,}625 = 0{,}813$$
$$V_{ta3} = 0{,}875 + 1{,}00 \times 0{,}0625 = 0{,}938$$

Os contatores $1A$, $2A$, e $3A$, respectivamente, devem operar a estas frações da tensão nominal de linha.

e. Considere-se que o contator principal M fecha em $t = 0$ e que os contatores $1A$, $2A$, e $3A$ fecham, respectivamente nos instantes t_1, t_2, e t_3. Estes valores de tempo não são conhecidos (quando são dadas as inércias da armadura e da carga e a curva de conjugado-velocidade da carga, os tempos podem ser calculados pelos métodos do Cap. 9), de modo que somente podem ser obtidas as formas gerais das curvas de corrente, conjugado eletromagnético e velocidade. Elas são indicadas na Fig. 5-14.

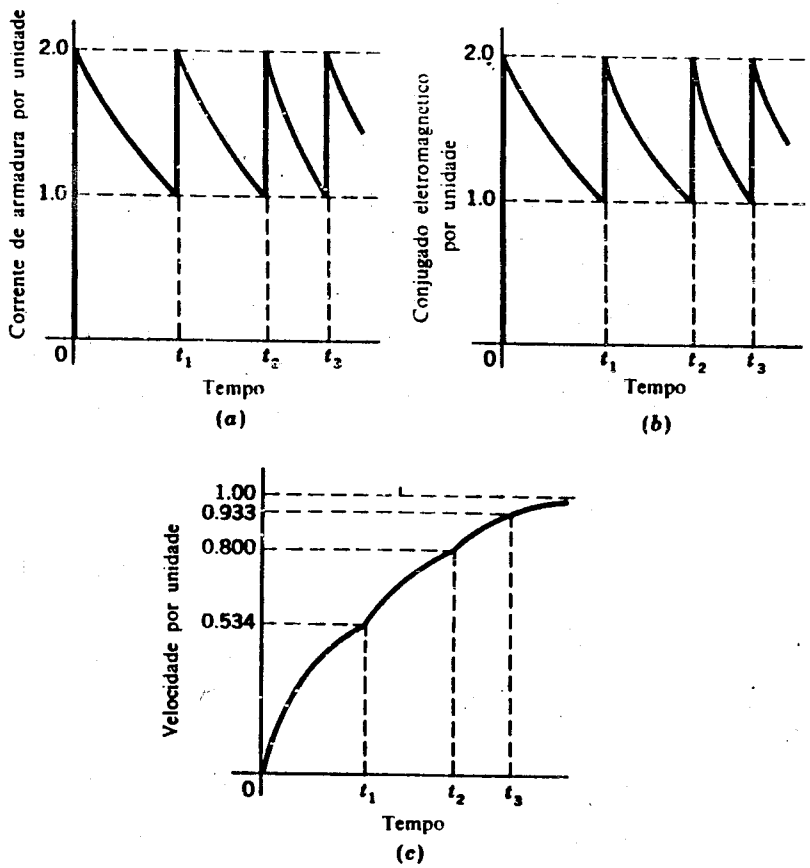


Fig. 5-14. (*a*) Corrente de armadura; (*b*) conjugado eletromagnético; e (*c*) velocidade, durante a partida de um motor de c.c..

A indicação de valores da curva de velocidade segue do fato de que uma fcem $E_a = 0{,}938$ corresponde a velocidade nominal em carga nominal, e portanto a velocidade unitária. Outras velocidades estão em proporção a E_a; assim, em t_1, t_2, e t_3, respectivamente,

$$n_1 = \frac{0{,}50}{0{,}938} \times 1{,}00 = 0{,}534$$

$$n_2 = \frac{0{,}75}{0{,}938} \times 1{,}00 = 0{,}800$$

$$n_3 = \frac{0{,}875}{0{,}938} \times 1{,}00 = 0{,}933$$

f. Os valores de base para este motor são os seguintes:

Tensão de base = 230 volts
Corrente de armadura de base = 37 ampères
Resistência de base do circuito de armadura = 230/37 = = 6,22 ohms
Velocidade de base = 500 rpm
Conjugado eletromagnético de base

$$= \frac{60}{2\pi n} E_a I_a$$

$$= \frac{60}{2\pi \times 500} (230 - 37 \times 0{,}0625 \times 6{,}22) \times 37$$

$$= 152 \text{ newton-metros}$$

Note que o conjugado eletromagnético nominal será maior do que o conjugado nominal no eixo devido às perdas rotacionais e suplementares.

A resistência de armadura do motor é

$$R_a = 0{,}0625 \times 6{,}22 = 0{,}389 \text{ ohm}$$

Os valores para as outras quantidades procuradas são listadas na Tabela 5-1.

TABELA 5-1
VALORES ABSOLUTOS PARA O EXEMPLO 5-4

Parte *c*	Parte *d*	Parte *e*, escalas da Fig. 5-14
$R_1 = 1{,}56$ ohms	Relê 1.1: 129 volts	1,0 corrente de armadura = 37 amp
$R_2 = 0{,}778$ ohm	Relê 2.1: 187 volts	1,0 conjugado eletromagnético = 152 newton-m
$R_3 = 0{,}389$ ohm	Relê 3.1: 216 volts	1,0 velocidade = 500 rpm

5-7
CONTROLE DE VELOCIDADE DE MOTORES

As máquinas de corrente contínua são, em geral, muito mais adaptáveis a serviços de velocidade controlável do que as máquinas de c.a., que são associadas a um campo girante de velocidade constante. Sem dúvida, a adaptabilidade de motores de c.c. ao ajuste da velocidade de funcionamento, em amplas faixas e por uma variedade de métodos, é uma das razões importantes para a forte posição competitiva da maquinaria de c.c. em aplicações industriais modernas.

Os três métodos mais comuns de controle de velocidade são: ajuste do fluxo, usualmente por meio de um reostato de campo derivação; ajuste da resistência associada ao circuito de armadura; e ajuste da tensão terminal de armadura.

O controle por reostato de campo derivação é o mais comumente usado dos três métodos e constitui uma das destacadas vantagens de motores excitados em derivação. O método é, naturalmente, também aplicável a motores compostos. O ajuste da corrente de campo, e portanto do fluxo e velocidade, por ajuste da resistência do circuito de campo em derivação, é realizado de modo simples, econômico, e sem muita alteração nas perdas do motor.

A velocidade mais baixa obtenível é a correspondente a campo pleno, ou resistência zero no reostato de campo; a velocidade mais alta é limitada eletricamente pelos efeitos da reação de armadura sob condições de campo fraco, provocando instabilidade do motor e comutação insatisfatória. A inclusão de um enrolamento estabilizador aumenta apreciavelmente a faixa de velocidade, e com um enrolamento de compensação aumenta-se ainda mais esta faixa. Com um enrolamento de compensação, a faixa total pode ser até 8 para 1 para um motor de potência média. Os fatores econômicos limitam a faixa utilizável para motores muito grandes a cerca de 2 a 1, entretanto, e 4 a 1 é freqüentemente considerado o limite para motores de tamanho médio.

Para examinar aproximadamente as limitações sobre a potência contínua de saída admissível para o motor, conforme a velocidade é alterada, despreza-se a influência das variações na ventilação e nas perdas rotacionais sobre a potência permitida. A corrente máxima de armadura I_a é então fixada no valor nominal a fim de que o motor não se sobreaqueça, e a fcem E_a permanece constante porque o efeito da variação de velocidade é compensado pela variação de fluxo que a provoca. O produto $E_a I_a$, e portanto a saída permitida do motor, permanece então substancialmente constante sobre a faixa de velocidade. O motor de c.c. com controle de velocidade por reostato de campo derivação é, conseqüentemente, considerado como um *motor de potência mecânica constante*. O conjugado, por outro lado, varia diretamente com o fluxo e portanto tem seu valor mais alto à velocidade mais baixa. O controle por reostato de campo é assim mais apropriado para cargas que requerem conjugados crescentes a baixas velocidades. Quando um motor assim controlado é usado com uma carga que requer conjugado constante sobre a faixa de velocidade, a potência nominal e o tamanho da máquina são determinados pelo produto do conjugado pela velocidade mais alta. Tal motor é inerentemente superdimensionado às velocidades mais baixas, o que é o principal fator econômico que limita a faixa prática de velocidades de motores grandes.

O controle por resistência no circuito de armadura consiste em obter velocidades reduzidas pela inserção de resistências externas em série no circuito de armadura. Pode ser usado com motores série, derivação, ou composto; para os últimos dois tipos, o resistor série precisa ser ligado entre o campo derivação e a armadura, não entre a linha e o motor. É o método comum de controle de velocidade para motores série e é geralmente análogo em funcionamento ao controle de um motor de indução com rotor enrolado por resistência série no rotor.

Para um valor fixo de resistência série de armadura, a velocidade variará amplamente com a carga, pois a velocidade depende da queda de tensão nesta resistência e portanto da corrente de armadura exigida pela carga. Por exemplo, um motor derivação, 1200 rpm, cuja velocidade em carga é reduzida a 750 rpm por resistência série de armadura, retornará a quase 1200 rpm quando a carga for retirada, pois o efeito da corrente em vazio na resistência série é insignificante. A desvantagem de regulação de velocidade insatisfatória pode não ser importante em um motor série, que é usado somente quando é necessário, ou satisfatório, de qualquer modo, o serviço a velocidade variável.

Também a perda de potência no resistor externo é grande, especialmente quando a velocidade é muito reduzida. De fato, para uma carga a conjugado constante, a potência de entrada no motor mais resistor permanece constante, enquanto a potência de saída para a carga decresce em proporção à velocidade. Os custos operacionais são, portanto, comparativamente altos para funcionamento a longo tempo a velocidades reduzidas. Devido ao seu custo inicial baixo, entretanto, o método de resistência série (ou a variação dele, discutida no próximo parágrafo) freqüentemente será economicamente atraente para reduções de velocidade por curtos períodos ou intermitentes. Diferentemente de controle do campo derivação, o controle por resistência de armadura oferece um *motor a conjugado constante*, pois o fluxo e, em primeira aproximação, a corrente de armadura admissível, permanecem constantes enquanto a velocidade é alterada.

Uma variação deste esquema de controle é dada pelo *método de*

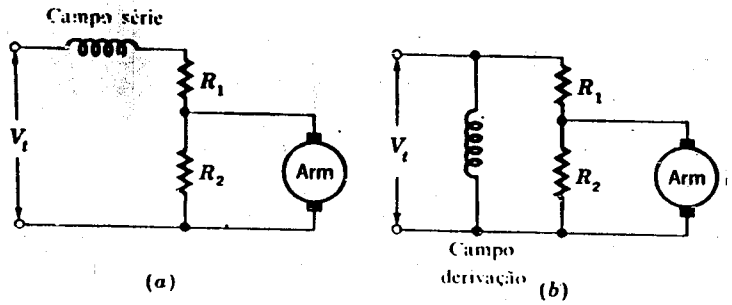


Fig. 5-15. Controle de velocidade pelo método de resistor de derivação da armadura aplicado a (*a*) motor série e (*b*) motor derivação

resistor de derivação da armadura, que pode ser aplicado a um motor série como na Fig. 5-15*a*, ou a um motor derivação como na Fig. 5-15*b*. Com efeito, os resistores R_1 e R_2 agem como um divisor de tensão aplicando uma tensão reduzida à armadura. É possível maior flexibilidade porque os dois resistores podem agora ser ajustados para prover o desempenho desejado. Para motores série, a velocidade em vazio pode ser ajustada a um valor finito, razoável, e o esquema é portanto aplicável à produção de pequenas velocidades a cargas leves. Para motores derivação, a regulação de velocidade na faixa de baixas velocidades é apreciavelmente melhorada pois a velocidade em vazio é muito mais baixa do que o valor sem resistor controlador.

O controle por tensão terminal de armadura utiliza o fato de que uma mudança na tensão terminal de armadura de um motor derivação é acompanhada, em regime permanente, por uma mudança substancialmente igual na fcem e, com fluxo constante, uma mudança conseqüentemente proporcional na velocidade do motor. Usualmente, a potência disponível é em corrente alternada a tensão constante, de modo que é necessário um equipamento auxiliar na forma de um retificador ou conjunto motor-gerador, para prover a tensão de armadura controlada para o motor. O desenvolvimento de retificadores controlados a estado sólido capazes de trabalhar com muitos kilowatts, abriu um campo completo e novo de aplicações onde é exigido controle preciso da velocidade do motor. Estas aplicações são de tal importância que elas receberão tratamento especial no Cap. 8.

O esquema convencional, também chamado o *sistema Ward-Leonard*, mostrado esquematicamente na Fig. 5-16, requer um conjunto motor-gerador individual para alimentar a armadura do motor cuja velocidade deve ser controlada. O controle da tensão de armadura do motor principal *M* é obtido pelo ajuste do reostato de campo do gerador

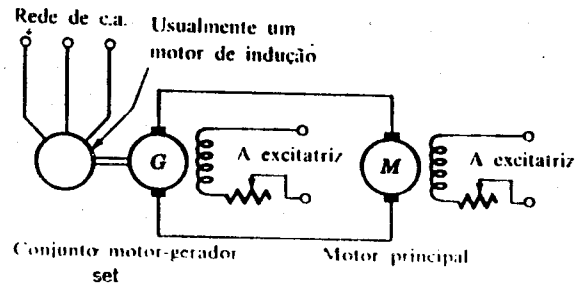


Fig. 5-16. Método de controle de velocidade por tensão de armadura ajustável, ou Ward-Leonard

excitado em separado *G*, permitindo o controle da velocidade sobre uma ampla faixa. Uma desvantagem óbvia é o investimento inicial em três máquinas de tamanho integral em contraste ao de um único motor. Entretanto o equipamento de controle de velocidade é colocado em circuitos de campo de pequena potência, em lugar de estar nos circuitos principais de potência. A suavidade e versatilidade de controle são tais que o método, ou uma de suas variantes, é freqüentemente aplicado.

Freqüentemente o controle de tensão de gerador é combinado com controle do campo do motor, como indicado pelo reostato no campo do motor *M* na Fig. 5-16, a fim de atingir a mais ampla faixa de velocidade. Com tal controle duplo, a *velocidade de base* pode ser definida como a velocidade na tensão de armadura normal e pleno campo no motor. As velocidades acima da velocidade de base são obtidas pelo controle do campo do motor; as velocidades abaixo da velocidade de base são obtidas por controle da tensão de armadura. Como foi discutido em relação ao controle por reostato de campo derivação, a faixa acima da velocidade de base é a de um motor de potência mecânica constante. A faixa abaixo da velocidade base é a de um motor de conjugado constante, pois, como em controle por resistência de armadura, o fluxo e a corrente de armadura admissível permanecem aproximadamente constantes. As limitações totais de saída são portanto, como mostrado na Fig. 5-17*a* para conjugado admissível aproximado e na Fig. 5-17*b* para potência mecânica admissível aproximada. A característica de conjugado constante é bem apropriada a muitas aplicações na indústria de máquinas operatrizes, onde muitas cargas consistem principalmente em vencer o atrito de partes móveis e portanto têm, essencialmente, exigências de conjugado constante.

A regulação de velocidade e as limitações na faixa de velocidades

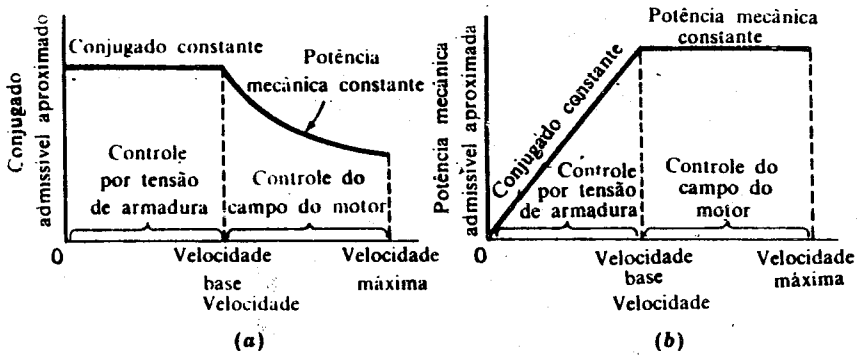


Fig. 5-17 Limitações de (*a*) conjugado e (*b*) potência dos métodos combinados de controle de velocidade por tensão de armadura e por reostato de campo.

acima da velocidade de base são aquelas já apresentadas com referência a controle por reostato de campo derivação; a velocidade máxima, assim, não excede geralmente quatro vezes a velocidade base, e preferivelmente não mais que duas vezes a velocidade base. Na região de controle por tensão de armadura, a principal limitação no sistema básico é o magnetismo residual no gerador, embora considerações de regulação de velocidade possam também ser determinantes. Para máquinas convencionais, o limite mais baixo para funcionamento confiável e estável é cerca de 0,1 da velocidade de base, correspondendo a uma faixa total máxima a mínima não excedendo 40 a 1. Desprezando a reação de armadura, o decréscimo na velocidade, desde em vazio até a conjugado de plena carga, é provocado inteiramente pela queda na resistência de armadura em plena carga no gerador e no motor de c.c. Esta queda na resistência de armadura em plena carga é constante sobre a faixa de controle de tensão, desde que o conjugado de plena carga, e portanto a corrente de plena carga, são usualmente considerados constantes nesta faixa. Quando medido em rpm, portanto, o decréscimo na velocidade desde vazio até conjugado de plena carga é uma constante, independentemente da velocidade em vazio. As curvas de conjugado-velocidade, conseqüentemente, são bem aproximadas por uma série de linhas retas paralelas para os vários ajustes de campo do gerador. Ora, um decréscimo de velocidade de 40 rpm, p. ex., de uma velocidade em vazio de 1200 rpm, é freqüentemente de pequena importância; entretanto, um decréscimo de 40 rpm de uma velocidade em vazio de 120 rpm, pode às vezes ser de importância crítica, e requer passos corretivos no planejamento do sistema.

Muitas variações detalhadas do sistema Ward-Leonard básico tem sido projetadas para vencer estas limitações, quando é exigido um controle de velocidade preciso sobre uma ampla faixa, e também para utilizar completamente a versatilidade de máquinas de c.c. em prover uma variedade de características de desempenho. A composição plana do gerador de c.c., por exemplo, é um método simples de melhorar a regulação natural de velocidade. Geradores do tipo de controle, tais como o amplidínamo discutido no Cap. 9, podem ser usados seja como o gerador principal *G* (Fig. 5-16) em sistemas de baixa potência, ou para suprir e controlar a excitação para este gerador em sistemas de alta potência. Obtém-se assim maior flexibilidade, e a limitação de magnetismo residual pode ser aliviada, e pode ser obtida excelente regulação de velocidade sobre uma faixa tão alta quanto 120 a 1. Como ilustrado no Cap. 9, o método básico é freqüentemente usado em sistemas de controle em elo fechado.

Quando uma armadura de motor é suprida por seu próprio gerador de c.c. individual, a forma da curva de velocidade-conjugado do sistema pode também ser controlada pela incorporação de características especiais ao gerador. Um exemplo é o uso de um *gerador de três enrolamentos de campo* para suprir a armadura de um motor derivação. Este gerador, de aplicação especial, tem um enrolamento independentemente em separado, um enrolamento ligado em paralelo, e um enrolamento série ligado diferencialmente, combinação essa que permite colocar um limite ajustável sobre o conjugado de saída do sistema e em particular sobre o conjugado e a corrente quando o motor perde velocidade excessivamente, devido à sobrecarga. Em outros sistemas, o conjugado e a corrente durante a aceleração podem ser limitados pelos controles apropriados. Em efeito, os graus de liberdade são tais que, dentro de amplos limites, pode ser projetado um motor sob medida.

5-8 RESUMO. APLICAÇÕES DE MÁQUINAS DE C.C.

A discussão das aplicações de máquinas de c.c. envolve uma recapitulação dos aspectos principais das características de desempenho das máquinas, junto com a avaliação econômica e técnica da posição da máquina com relação aos dispositivos de conversão de energia competitivos. Para máquinas de c.c. em geral, sua destacada vantagem está na flexibilidade e versatilidade. A principal desvantagem é provavelmente o investimento inicial. Contudo, as vantagens de motores de c.c. são tais que eles retêm uma posição competitiva forte em aplicações industriais.

Os geradores de corrente contínua são a resposta óbvia ao problema de converter energia mecânica em energia elétrica na forma de c.c. Quando o consumidor de energia elétrica está geograficamente afastado do local de conversão de energia por uma distância apreciável, entretanto, as vantagens de geração, transformação de tensão e transmissão

em c.a., são tais que a conversão e a transmissão de energia em forma de c.a. são quase sempre adotadas, com transformação de c.a. a c.c. tendo lugar nas instalações do consumidor ou perto delas. Para transformação de c.a. a c.c., o gerador de c.c. como parte de um conjunto motor-gerador c.a. a c.c. precisa competir com retificadores a arco de mercúrio, ignitrons, e retificadores a semicondutores. Quando está envolvida a retificação de grande potência em c.a., a tensão constante em c.c., os métodos eletrônicos usualmente possuem vantagens econômicas determinantes. As principais aplicações de geradores de c.c., portanto, são os casos onde é necessário o controle livre da tensão de saída, de qualquer maneira prescrita, ou onde a conversão primária de energia ocorre muito perto do ponto de consumo.

Entre os geradores de c.c., as máquinas independentemente excitadas e auto-excitadas compostas cumulativamente são as mais comuns. Os geradores independentemente excitados têm a vantagem de permitir uma ampla faixa de tensões de saída, enquanto as máquinas auto-excitadas podem produzir tensões instáveis nas faixas mais baixas onde a linha de resistência de campo torna-se essencialmente tangente à curva de magnetização. Os geradores compostos cumulativamente podem produzir uma característica de tensão substancialmente plana ou crescente com carga, enquanto que os geradores excitados em derivação ou independentemente (supondo nenhum campo série no último, que naturalmente não é, a rigor, uma restrição prática) produzem uma característica de tensão inclinada, a menos que sejam adicionados meios externos de regulação. No que se refere a potencialidades de controle de geradores de c.c., os geradores tipo de controle (amplidinamos e máquinas similares) discutidas no Cap. 9 representam os resultados de uma completa exploração das possibilidades inerentes.

Entre os motores de c.c., as características de cada tipo são as seguintes: o motor série funciona com uma velocidade pronunciadamente em queda com acréscimo de carga, a velocidade em vazio sendo usualmente proibitivamente alta; o conjugado é proporcional a quase o quadrado da corrente, com baixas saturações, e a alguma potência entre 1 e 2 conforme a saturação aumenta. O motor derivação a corrente de campo constante funciona a uma velocidade levemente em queda mas quase constante, conforme carga é aumentada, sendo o conjugado quase proporcional à corrente de armadura; igualmente importante, entretanto, é o fato de que sua velocidade pode ser controlada sobre amplas faixas por controle do campo derivação ou controle da tensão de armadura, ou uma combinação de ambos. Dependendo das intensidades relativas dos campos derivação e série, o motor composto cumulativamente ocupa posição intermediária entre os outros dois e oferece essencialmente as vantagens de um ou do outro.

Em virtude de sua habilidade para trabalhar com pesadas sobrecargas de conjugado, e de amortecer a sobrecarga de potência associada por meio de uma queda de velocidade, e em virtude de sua habilidade de sustentar severos regimes de partida, o motor série é melhor adaptado a elevadores, guindastes, e cargas tipo tração. Sua habilidade é quase sem rival neste aspecto. As variações de velocidade são conseguidas usualmente por controle de resistência de armadura. Em alguns casos, o motor de indução de rotor enrolado com controle por resistência de rotor compete com o motor série, mas o argumento principal é a disponibilidade e o custo de uma fonte de potência em c.c., em lugar das características próprias ao motor.

Os motores compostos com um forte campo série têm características de desempenho próximas daquelas dos motores série, exceto que o campo derivação limita a velocidade em vazio a valores seguros; aplicam-se, portanto, as observações gerais para motores série. Os motores compostos com enrolamentos série mais fracos não raramente encontram competição por parte de motores de indução de gaiola com rotores de alta resistência – assim chamados motores de *alto escorregamento* (referidos no Cap. 7 como motores de indução Classe D). Ambos os tipos de motores provêem uma característica velocidade-carga inclinada, tal como é desejável, por exemplo, quando são usados volantes como equalizadores de carga para suavizar picos intermitentes de carga. Uma completa comparação economica dos dois tipos competitivos deve considerar o custo inicial, usualmente mais alto de uma instalação de motor composto, e o custo das perdas, usualmente mais alto no motor de indução de alto escorregamento.

Devido à simplicidade, baixo custo e robustez do motor de indução de gaiola, o motor derivação não está em uma posição competitiva favorável para serviço de velocidade constante, exceto em baixas velocidades onde se torna difícil e caro construir motores de indução de alto desempenho com o número de polos exigido. A comparação, nestas baixas velocidades, é freqüentemente entre motores síncronos e motores de c.c.. A característica importante do motor derivação é sua adaptabilidade a serviço de velocidade ajustável, por meio de controle por resistência de armadura para velocidades abaixo da velocidade de campo pleno, e controle por reostato de campo para velocidades acima da velocidade de campo pleno, ou controle de tensão de armadura, ou Ward-Leonard, para velocidades abaixo (e, às vezes, algo acima) da velocidade de tensão normal e campo pleno. A combinação de controle de tensão de armadura e controle de campo paralelo, juntamente com a possibilidade de enrolamentos de campo adicionais no motor ou no gerador associado para prover características especiais, dá aos motores de c.c. um invejável grau de flexibilidade. Os retificadores controlados

de estado sólido do Cap. 8 e os geradores de c.c. tipo controle do Cap. 9, também reforçam a posição competitiva de máquinas de c.c., quando é importante o controle completo do funcionamento.

Deve ser enfatizado que a escolha do equipamento para uma determinada aplicação, para máquinas de velocidades ajustável, é raramente uma questão predeterminada ou para ser decidida a partir de uma simples lista de vantagens e desvantagens. Em geral, deve ser feita uma comparação específica, quantitativa, econômica, e técnica de todas as possibilidades. Deve ser dada atenção aos detalhes de respostas transitória e dinâmica do Cap. 9. As condições locais e as características do equipamento movido (e.g., potência mecânica constante, conjugado constante, ou exigências de potência mecânica variável e conjugado variável) sempre têm um papel importante. Deve-se também lembrar que estudos comparativos de custo e características de motores são baseados na combinação de motor e equipamento de controle, pois o último tem uma parte importante na determinação do desempenho do motor sob condições específicas, e representa uma porção do custo inicial total, de modo algum desprezível. Os equipamentos de controle, e a facilidade do controle, fazem das máquinas de c.c. os versáteis dispositivos de conversão de energia que elas são.

PROBLEMAS

5-1. Um gerador composto cumulativamente, com interpolos e com escovas na posição neutra, deve ser usado como um motor composto.

Se nenhuma mudança é feita nas ligações internas, o motor será composto cumulativamente ou diferencialmente? Estará correta a polaridade dos inter-polos? Será a direção de rotação a mesma ou oposta à direção na qual era movido como gerador?

5-2. Uma máquina de c.c. auto-excitada, com interpolos, é ajustada como gerador hipercomposto. Com a máquina parada, as ligações do campo derivação são invertidas, e a máquina parte, então, com a direção de rotação invertida. A máquina escorva até a tensão terminal normal. Responder às seguintes questões, e dar uma breve explicação:

A polaridade da tensão terminal é a mesma de antes? A máquina é ainda composta cumulativamente? Os interpolos têm a polaridade apropriada para boa comutação?

5-3. Um gerador derivação, 10 kW, 230 volts, 1150 rpm, é movido por um motor primário cuja velocidade é 1195 rpm quando o gerador está em vazio. A velocidade cai a 1150 rpm quando o gerador fornece 10 kW e pode ser considerada caindo proporcionalmente à potência de saída do gerador. O gerador deve ser alterado para gerador composto

de derivação curta, equipando-o com um enrolamento série que fará a tensão se elevar de 230 em vazio a 250 volts para uma carga de 43,5 ampères. O campo série terá uma resistência de 0,09 ohm. A resistência de armadura (incluindo escovas) é 0,26 ohm. O enrolamento de campo derivação tem 1800 espiras por polo.

A fim de determinar as espiras de campo série necessárias, a máquina é posta em movimento como gerador excitado em separado e os seguintes dados em carga são obtidos: tensão terminal da armadura, 254 volts; corrente de armadura, 44,7 ampères; corrente de campo, 1,95 ampères; velocidade, 1145 rpm.

A característica de magnetização a 1195 rpm é a seguinte:

E_a, volts	230	240	250	260	270
I_f, ampères	1,05	1,13	1,26	1,46	1,67

a. Determinar o número necessário de espiras de campo série por polo.

b. Determinar a reação de armadura em ampères-espiras desmagnetizantes equivalentes por polo para $I_a = 44{,}7$ A.

5-4. Um gerador de c.c. derivação, pequeno, leve, para aplicação em avião, tem os seguintes dados: 9 kW, 30 volts, 300 ampères. Ele é movido por um dos motores principais do avião através de um eixo auxiliar. A velocidade do gerador é proporcional à velocidade do motor principal e pode ter qualquer valor de 4500 rpm a 8000 rpm. A tensão terminal do gerador é mantida constante a 30 volts para todas as velocidades e cargas por meio de um regulador de tensão que automaticamente ajusta um reostato de campo tipo pilha de carvão, cuja resistência mínima é 0,75 ohm. A resistência dos enrolamentos de campo derivação, comutação, e armadura (incluindo escovas) são, respectivamente, 2,50, 0,0040, e 0,0120 ohms.

Os dados para a característica de magnetização a 4550 rpm são:

I_f, ampères	0	2,0	4,0	5,0	6,0	8,0	11,7
E_a, volts	1,0	18,0	30,5	33,6	35,5	38,0	40,5

No ensaio sob carga a 4550 rpm, a corrente de campo para manter tensão terminal nominal sob carga nominal é 7,00 A.

Determinar as seguintes características deste gerador:

a. Máxima resistência do reostato de campo.

b. Máxima potência dissipada no reostato de campo.

c. Efeito desmagnetizante da reação de armadura sob carga nominal e 4550 rpm, expresso em termos da corrente de campo derivação equivalente.

5-5. Suponha-se que o efeito desmagnetizante da reação de armadura no gerador para avião do Prob. 5-4 é equivalente a uma fmm desmagnetizante proporcional à corrente de armadura.

a. Traçar a curva da tensão terminal em função da corrente de linha para mínima resistência do reostato de campo, e 4550 rpm.
b. Quando o avião está no solo e os motores estão aquecendo, a velocidade do gerador pode estar abaixo de 4500 rpm. Traçar uma curva da tensão terminal em função da velocidade com mínima resistência do reostato de campo, e uma corrente de linha constante de 300 A, cobrindo a faixa de velocidades abaixo da normal de 4550 rpm a 3500 rpm. Estimar a velocidade mínima à qual o gerador é capaz de fornecer 300 A.

5-6. Um motor de c.c. série funciona a 750 rpm com uma corrente de linha de 80 ampères da rede a 230 volts. A resistência do circuito de armadura é 0,14 ohm, e a resistência de campo é 0,11 ohm.

Supondo que o fluxo correspondente a uma corrente de 20 A é é 40 por cento daquele correspondente a uma corrente de 80 A, determinar a velocidade do motor com uma corrente de linha de 20 A a 230 volts.

5-7. Um motor série é projetado de modo que as densidades de fluxo na parte de ferro do circuito magnético são baixas, suficientes para resultar em uma relação linear entre fluxo de campo e corrente de campo, em toda a faixa normal de funcionamento. As especificações deste motor são: 50 cv, 190 A, 220 volts, 600 rpm. As perdas a plena carga em por cento da entrada ao motor são:

Perdas no cobre da armadura (incluindo perdas nas escovas) = = 3,7 por cento

Perdas no cobre do campo = 3,2 por cento

Perdas rotacionais = 2,8 por cento

As perdas rotacionais podem ser consideradas constantes; a reação de armadura e as perdas suplementares podem ser desprezadas.

Quando este motor estiver funcionando alimentado por uma fonte a 220 volts com uma corrente de metade do valor nominal, qual será:

a. A velocidade em rpm?
b. A potência de saída no eixo, em cv?

5-8. Um motor de c.c. série, para trens, 150 cv, 600 volts, 600 rpm, tem uma resistência total de campo e armadura (incluindo escovas) de 0,155 ohm. A corrente de plena carga sob tensão e velocidade nominais é 206 A. A característica de magnetização a 400 rpm é a seguinte:

Tensão induzida, volts	375	400	425	450	475
Corrente de campo, ampères	188	216	250	290	333

Determinar o conjugado de partida interno quando a corrente de partida é limitada a 350 A. Supor a reação de armadura equivalente a uma fmm desmagnetizante que varia com o quadrado da corrente.

5-9. Os dados de placa de um motor de c.c. são: 230 volts, 74,8 ampères, 20 cv, 900 rpm a plena carga, especificado para elevação de temperatura de 50°C em 1 h, enrolamento de campo série. O enrolamento de campo tem 33 espiras por polo e uma resistência em funcionamento de 0,06 ohm; a resistência do circuito de armadura em condições de funcionamento é 0,09 ohm (incluindo escovas). Os pontos da característica de magnetização a 900 rpm são dados pela tabela:

Ampère-espiras por polo	500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000
Tensão gerada	95	150	188	212	229	243

Para determinar a conveniência deste motor para acionar um guindaste, deve ser calculada a característica de velocidade-carga do motor.

a. Para correntes de a 1/3, 2/3, 1, e 4/3 do valor nominal calcular a velocidade do motor. Desprezar a reação de armadura.
b. Para as mesmas correntes, calcular as potências mecânicas de saída no eixo. Neste cálculo, considerar as perdas rotacionais constantes, no valor determinado pelas condições nominais.
c. Calcular os conjugados de polia em newton-metros correspondentes aos valores em *b*. Apresentar numa tabela os resultados das partes *a*, *b*, e *c*, para conveniência nas comparações.
d. A máxima velocidade segura para o motor é 250 por cento da velocidade de plena carga. Qual é a potência de entrada ao motor neste ponto?
e. Que valor de resistência ligada em série com o motor capacitará a produção de conjugado eletromagnético nominal à velocidade de 500 rpm?

5-10. Um motor derivação, 10 cv, 230 volts, tem uma resistência de circuito de armadura de 0,30 ohm, e uma resistência de campo de 170 ohms. Em vazio e tensão nominal, a velocidade é 1200 rpm, e a corrente de armadura é 2,7 A. Em plena carga e tensão nominal, a corrente de linha é 38,4 A, e devido à reação de armadura, o fluxo é 4 por cento menor do que seu valor em vazio.

Qual é a velocidade a plena carga?

5-11. Um ventilador de fluxo axial, de 80 cm, é especificado para entregar 768 000 litros de ar por minuto contra uma pressão estática de 1,27 gf/cm² quando girando a uma velocidade de 1165 rpm. Este ventilador tem as seguintes características de velocidade-carga:

Velocidade, rpm	700	800	900	1.000	1.100	1.200
Potência absorvida, cv	2,9	3,9	5,2	6,7	8,6	11,1

Quer-se acionar o ventilador com um motor de c.c. derivação, 10 cv, 230 volts, 37,5 ampères, 4 polos. O motor tem um enrolamento de armadura com dois caminhos paralelos e $Z = 666$ indutores ativos. A resistência do circuito de armadura é 0,267 ohm. O fluxo de armadura por polo é $\Phi = 10^{-2}$ weber; a reação de armadura é desprezível. As perdas rotacionais em vazio (consideradas constantes) são estimadas em 600 watts, um valor típico para este motor.

Determinar a potência mecânica de saída no eixo e a velocidade de funcionamento do motor quando ele é ligado ao ventilador.

5-12. Um motor de c.c. derivação, 100 cv, 250 volts, tem a característica de magnetização da Fig. 5-12 e uma resistência de armadura (incluindo escovas) de 0,025 ohm. Há 1000 espiras por polo no campo derivação.

Quando o reostato de campo derivação está ajustado para uma velocidade de 1200 rpm em vazio, a corrente de armadura é 8,0 ampères. Quantas espiras de campo série por polo precisam ser adicionadas se a velocidade deve ser 950 rpm para uma carga que requer uma corrente de armadura de 250 A? Desprezar a resistência de campo série adicionada.

5-13. Um motor derivação alimentado por uma linha de 230 volts, tem uma corrente de armadura a plena carga de 38,5 ampères, e gira a uma velocidade de 1200 rpm tanto em plena carga como em vazio. Os seguintes dados do motor são disponíveis:

Resistência do circuito de armadura (incluindo escovas) = = 0,21 ohm

Espiras por polo do campo derivação = 2000 espiras

Característica de magnetização tomada como gerador em vazio e 1200 rpm

E_a, volts	180	200	220	240	250
I_f, ampères	0,74	0,86	1,10	1,45	1,70

a. Determinar a corrente de campo derivação deste motor em vazio e 1200 rpm, quando ligado a uma linha de 230 volts. Supor desprezível a queda na resistência do circuito de armadura e a reação de armadura em vazio.

b. Determinar a reação de armadura efetiva a plena carga em ampère-espiras por polo.

c. Quantas espiras de campo série devem ser acrescentadas para tornar esta máquina um motor composto cumulativo, derivação longa, cuja velocidade seja 1090 rpm quando a corrente de armadura for 38,5 A e a tensão aplicada for 230 volts? O campo série terá uma resistência de 0,052 ohm.

d. Se for instalado um enrolamento de campo série tendo 25 espiras por polo e uma resistêbcia de 0,052 ohm determinar a velocidade quando a corrente de armadura for 38,5 A e a tensão aplicada for 230 volts.

5-14. Um motor derivação, 10 cv, 230 volts, tem 2000 espiras por polo no campo derivação, uma resistência de armadura (incluindo escovas) de 0,20 ohm, e uma resistência do campo de comutação de 0,041 ohm. A resistência do campo derivação (com exclusão do reostato) é 235 ohms. Com o motor funcionando em vazio com tensão terminal nominal e resistência de campo variável, obtiveram-se os seguintes dados:

Velocidade, rpm	1.110	1.130	1.160	1.200	1.240
I_f, ampères	0,932	0,880	0,830	0,770	0,725

A corrente de armadura em vazio é desprezível. Quando o motor funciona a plena carga e tensão terminal nominal, a corrente de armadura é 37,5 A, a corrente de campo é 0,770 A, e a velocidade é 1180 rpm.

a. Calcular a reação de armadura a plena carga em ampères-espiras desmagnetizantes equivalentes por polo.

b. Calcular o conjugado eletromagnético a plena carga.
c. Que conjugado de partida exercerá o motor com máxima corrente de campo se a corrente de armadura na partida for limitada a 75 ampères? A reação de armadura sob estas condições é 160 ampères-espiras por polo.
d. Projetar um campo série para dar uma velocidade a plena carga de 1100 rpm quando a velocidade em vazio for 1200 rpm.

5-15. Quando funciona a tensão nominal, um motor derivação, 230 volts, gira a 1600 rpm a plena carga e também em vazio. A corrente de armadura a plena carga é 50,0 ampères. O enrolamento de campo derivação tem 1000 espiras por polo. A resistência do circuito de armadura (incluindo escovas e interpolos) é 0,20 ohm. A característica de magnetização a 1600 rpm é:

E_a, volts	200	210	220	230	240	250
I_f, ampères	0,80	0,88	0,97	1,10	1,22	1,43

a. Calcular o efeito desmagnetizante da reação de armadura a plena carga, em ampères-espiras por polo.
b. Um enrolamento de campo série cumulativo, derivação longa, tendo 5 espiras por polo e uma resistência de 0,05 ohm, é acrescentado à máquina. Calcular a velocidade a corrente de plena carga e tensão nominal, com a mesma resistência de circuito de campo derivação do caso (*a*).
c. Com o enrolamento de campo série de (*b*) instalado, calcular o conjugado de partida interno em newton-metros, se a corrente de armadura de partida for limitada a 100 ampères e a corrente de campo paralelo tiver seu valor normal. Suponha-se que o correspondente efeito desmagnetizante da reação de armadura é de 260 ampères-espiras por polo.

5-16. Um pequeno enrolamento de campo derivação deve ser acrescentado a um motor série para guindaste, 50 cv, 230 volts, 600 rpm, com o objetivo de prevenir velocidades excessivas com cargas muito leves. A resistência do enrolamento será de 230 ohms. A resistência combinada do enrolamento de interpolos e armadura (incluindo escovas) é 0,055 ohm. O enrolamento de campo série tem 24 espiras por polo com uma resistência total de 0,021 ohm.

A fim de permitir o projeto, os seguintes dados de ensaio foram obtidos antes da instalação do campo derivação: *Ensaio em carga como motor série* (saída não medida)

$V_t = 230$ volts $I_a = 184$ ampères $n = 600$ rpm

Ensaio em vazio com o campo série independentemente excitado:

Tensão aplicada à armadura, volts	*Velocidade rpm*	*Corrente de armadura, amperes*	*Corrente do campo série, amperes*
230	1.500	10,0	60
230	1.200	9,2	74
230	900	8,0	103
215	700	7,7	135
215	600	7,5	175
215	550	7,2	201
215	525	7,1	225
215	500	7,0	264

a. Determinar o número de espiras por polo do enrolamento de campo derivação, se a velocidade em vazio à tensão nominal deve ser 1500 rpm. As quedas de tensão nas resistências dos enrolamentos de armadura, campo série e interpolos são desprezíveis em vazio.
b. Determinar a velocidade após a instalação do campo derivação, quando o motor funciona à tensão nominal com uma carga que resulta em uma corrente de linha de 185 ampères. Supor que a fmm desmagnetizante da reação de armadura se mantém constante mesmo com campo derivação.

5-17. *a*. Um motor de c.c. derivação, 230 volts, é usado como acionador de velocidade ajustável na faixa de 0 a 1000 rpm. As velocidades de 0 a 500 rpm são obtidas por ajuste da tensão terminal de armadura de 0 a 230 volts, com a corrente de campo mantida constante. As velocidades de 500 a 1000 rpm são obtidas por diminuição da corrente de campo com a tensão terminal de armadura mantida em 230 volts. Sobre toda a faixa de velocidades, o conjugado exigido pela carga permanece constante.

Mostrar a forma geral da curva da corrente de armadura em função da velocidade, sobre a faixa inteira. Desprezar as perdas da máquina e os efeitos de reação de armadura.

b. Suponha-se que, em lugar de manter o conjugado de carga constante, a corrente de armadura não deva exceder um valor especificado. Mostrar a forma geral da curva de conjugado de carga permissível em função da velocidade. As outras condições são como em *a*.

5-18. *a.* Dois motores de c.c. derivação, de velocidade ajustável, têm velocidades máximas de 1650 rpm e velocidades mínimas de 450 rpm. O ajuste de velocidade é obtido por controle de reostato de campo. O motor *A* move uma carga que requer potência constante sobre a faixa de velocidades; o motor *B* move outra carga, que requer conjugado constante. Todas as perdas e a reação de armadura podem ser desprezadas.

1 Se as potências mecânicas de saída são iguais em 1650 rpm, e as correntes de armadura são de 100 A cada uma, quais serão as correntes de armadura a 450 rpm?

2 Se as potências mecânicas de saída são iguais em 450 rpm, e as correntes de armadura são de 100 A cada uma, quais serão as correntes de armadura a 1650 rpm?

b. Responder a parte *a* para ajuste de velocidade por controle da tensão de armadura, mantendo as demais condições as mesmas.

5-19. Um motor de c.c. derivação, 230 volts, tem uma resistência no circuito de armadura de 0,1 ohm. Este motor é alimentado pela rede de 230 volts, e recebe uma corrente de armadura de 100 A. Uma resistência externa de 1,0 ohm é agora ligada em série com a armadura, e o conjugado eletromagnético e o ajuste do reostato de campo são mantidos.

a. Determinar a variação percentual na corrente total recebida da rede pelo motor.

b. Determinar a variação percentual na velocidade do motor, e especificar se esta será um aumento ou um decréscimo.

5-20. Uma prensa funciona satisfatoriamente quando é acionada por um motor composto, 10 cv, 230 volts, com uma velocidade em vazio de 1800 rpm e uma velocidade a plena carga de 1200 rpm quando o conjugado é 59,4 newton-metros. O motor está temporariamente fora de serviço, e a única substituição disponível é um motor composto com as seguintes características:

Características nominais = 230 volts, 12,5 cv

Corrente em vazio = 4 ampères

velocidade em vazio = 1820 rpm

Velocidade a plena carga = 1600 rpm

Corrente a plena carga = 57,0 ampères

Conjugado a plena carga = 59,4 newton-metros

Resistência de circuito de armadura = 0,2 ohm

Corrente do campo derivação = 1,6 ampères

Deseja-se usar este motor como acionador de emergência para a prensa, sem qualquer modificação nos enrolamentos de campo.

a. O que se pode fazer para que o motor tenha a regulação de velocidade desejada?

b. Esboçar o diagrama de circuito correspondente, e dar especificações completas da aparelhagem necessária.

5-21. Considere-se um motor de c.c. derivação, ligado à rede de tensão constante e movendo uma carga que requer conjugado eletromagnético constante. Demonstrar que, se $E_a > 0{,}5\ V_t$ (a situação normal), o aumento do fluxo de entreferro resultante diminui a velocidade, enquanto se $E_a < 0{,}5\ V_t$ (como pode ser obtido com a inserção de uma resistência relativamente alta em série com a armadura), o aumento do fluxo de entreferro resultante aumenta a velocidade.

5-22. Duas máquinas de c.c. derivação, idênticas, 5 cv, 230 volts, 17 ampères, devem ser usadas como gerador e motor, respectivamente, em um sistema Ward-Leonard. O gerador é movido por um motor síncrono cuja velocidade é constante a 1200 rpm. A resistência do circuito de armadura de cada máquina é 0,47 ohm (incluindo escovas). A reação de armadura é desprezível. Os dados para a curva de magnetização de cada máquina a 1200 rpm são os seguintes:

I_f, ampères	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
E_a, volts	108	183	230	254	267	276

a. Calcular os valores máximo e mínimo de corrente de campo do gerador, necessários para dar ao motor uma faixa de velocidade de 300 a 1500 rpm, à corrente de armadura de plena carga (17,0 ampères), com a corrente de campo do motor mantida constante em 0,50 ampère.

b. Calcular a regulação de velocidade do motor para as condições de velocidade máxima e velocidade mínima encontradas na parte *a*.

c. Calcular a máxima velocidade que se pode obter do motor, à corrente de armadura de plena carga, se a corrente de campo do motor for reduzida a 0,20 ampères e se a corrente de campo do gerador não deve exceder 1,10 ampères.

5-23. Uma das aplicações industriais mais comuns de motores de c.c. série é para mover guindastes e elevadores de carga. Este problema se relaciona aos cálculos de características de desempenho de motores selecionados para tal carga. O motor específico em referência é um motor série, 230 volts, totalmente fechado, tendo uma potência nominal de 65 cv, durante meia hora, com uma elevação de temperatura de 75°C para serviço em guindaste. As características de desempenho do motor apenas, alimentado a 230 volts, e obtidas do catálogo do fabricante, são apresentadas na Tabela 5-2.

TABELA 5-2

Corrente de linha *A*	*Conjugado no eixo* *N · m*	*Velocidade* *rpm*
50	110	940
100	285	630
150	515	530
200	740	475
250	990	438
300	1 235	407
350	1 500	385
400	1 850	370

A resistência da armadura (incluindo escovas) mais campo de comutação é 0,090 ohm, e a do enrolamento de campo série é 0,040 ohm. A reação de armadura deverá ser ignorada. As perdas rotacionais e suplementares devem ser discutidas na parte *i* do problema.

O motor deve ser ligado como na Fig. 5-18*a* para levantamento e Fig. 5-18*b* para abaixamento. A primeira ligação é simplesmente para controle por resistência série. A segunda ligação é usada para abaixamento com frenagem dinâmica, com o campo religado em derivação e com uma resistência ajustável em série com ele.

Deve-se traçar algumas curvas de conjugado-velocidade; para determinar a conveniência do motor e do controle para esta aplicação convém desenhar estas curvas na mesma folha, o conjugado horizontalmente e a velocidade verticalmente, cobrindo aproximadamente a faixa de conjugados da Tabela 5-2. Considerar valores de velocidade, positivos e negativos, correspondendo respectivamente a levantamento e abaixamento; considerar também valores positivos e negativos de conjugado,

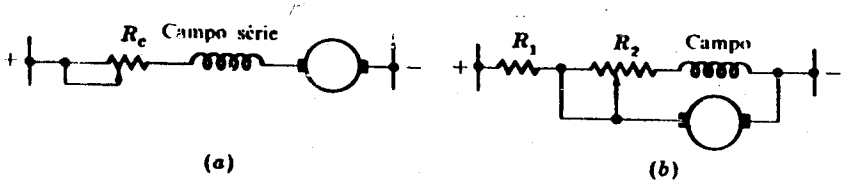


Fig. 5-18. Motor série para guindastes. Prob. 5-23. (*a*) Ligação para levantamento; (*b*) ligação para abaixamento.

correspondendo respectivamente a conjugado na direção de levantar a carga e conjugado na direção de baixar a carga; assim, são utilizados os quatro quadrantes do sistema de coordenadas retangulares convencional.

a. Para a ligação de levantamento, traçar as curvas de conjugado-velocidade para o resistor de controle R_c ajustado a 0,65, e 1,30 ohms. Se alguma destas curvas se estenderem ao quarto quadrante, dentro dos conjugados cobertos, desenhá-las também nesta região, interpretando fisicamente o que isto significa.
b. Discutir a conveniência destas características para a operação de levantamento.
c. Para a ligação de abaixamento, traçar uma curva de conjugado-velocidade para $R_1 = 0{,}65$ ohm e R_2 ajustado em 0,65 ohm. O trecho mais importante desta curva está no quarto quadrante, mas se ela se estender ao terceiro quadrante, esta região deverá também ser traçada e interpretada fisicamente.
d. Em (*c*), qual é a velocidade de abaixamento correspondente ao conjugado nominal?
e. Como é afetada a velocidade em (*d*) por decréscimo em R_2? Por quê?
f. Como é afetada a velocidade em (*d*) por decréscimo em R_1? Por quê?
g. Como seria afetada a velocidade em (*d*) pelo acréscimo de resistência em série com a armadura do motor? Por quê?
h. Discutir a conveniência destas características para a operação de abaixamento.
i. Que suposições, relativas a perdas rotacionais e suplementares foi necessário fazer, por ter dados limitados sobre o motor? Discutir este ponto.

5-24. Um controlador automático de partida deve ser projetado para um motor derivação, 15 cv, 230 volts. A resistência do circuito de armadura é 0,162 ohm. Quando funciona a tensão nominal, sob uma carga tal que sua corrente de armadura é 32 A, o motor gira a uma velocidade de 1100 rpm com uma resistência do circuito de campo de 115 ohms. Quando o motor está fornecendo a potência nominal, a corrente de armadura é 56 ampères.

O motor deve partir com uma carga que requer um conjugado proporcional à velocidade e que sob condições de regime permanente requer 15 cv. O enrolamento de campo é ligado à rede de 230 volts, e a resistência em série com a armadura deve ser ajustada automaticamente, de modo que durante o período de partida a corrente de

armadura não exceda 200 por cento do valor nominal ou caia abaixo do valor nominal. Isto é, a máquina deve partir com 200 por cento da corrente de armadura nominal, e tão logo a corrente caia ao valor nominal, deve ser retirada suficiente resistência série para que a corrente volte a 200 por cento. Este processo é repetido até que toda resistência série tiver sido eliminada.

a. Qual deverá ser a resistência total do controlador?
b. Quanta resistência deverá ser tirada a cada passo na operação de partida?

5-25. A Fig. 5-19, mostra esquematicamente as ligações do sistema Ward-Leonard de três campos mencionado ao final do Item 5-7. O motor de excitação independente M aciona o movimento para a frente da pá em uma grande escavadeira usada para mineração de carvão por escavação superficial. O motor tem um enrolamento de comutação C e um enrolamento de excitação independente F_m. A

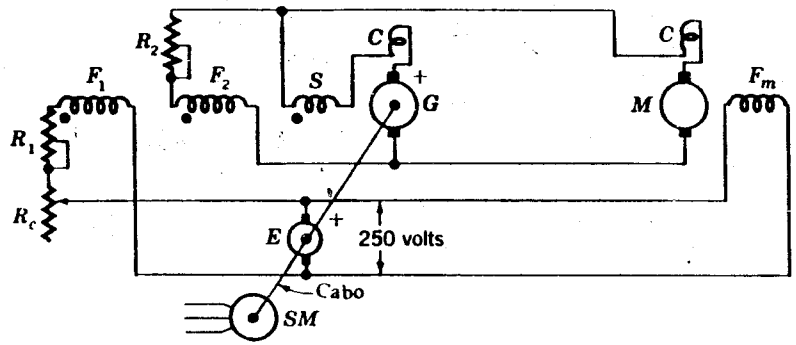


Fig 5-19 Sistema Ward-Leonard com gerador de três campos. Prob 5-25.

armadura deste motor é ligada à armadura de um gerador G que tem um enrolamento de comutação e 3 enrolamentos de campo: um campo de controle F_1 excitado independentemente, um campo derivação auto-excitado F_2, e um campo série diferencial S. O objetivo do campo S é limitar a corrente de armadura se o motor parar por sobrecarga. A excitatriz E supre uma tensão constante de 250 volts ao campo do motor F_m e ao campo de controle do gerador F_1. O gerador G e a excitatriz E são acionados pelo motor síncrono MS, 2300 volts, trifásico.

Gerador principal G (características nominais: 500 kW, 500 volts):
S_1: 1 espira por polo, resistência total = 0,001 ohm
F_1: 200 espiras por polo, resistência = 25 ohms
F_2: 100 espiras por polo, resistência = 12 ohms
R_1 e R_2 são resistores fixos
R_c é o controlador
Resistência do enrolamento de armadura mais comutador = = 0,009 ohm
Reação de armadura desprezível
Dados para a característica de magnetização do gerador:

Excitação do campo, ampères-espiras por polo	500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000
Tensão gerada	250	450	540	585	615	640

Motor M (características nominais: 500 volts, 1000 A):
F_m: excitado a 250 volts
Com 500 volts aplicados à armadura do motor, a velocidade em vazio = 600 rpm
Resistência do enrolamento de armadura mais enrolamento de comutação mais cabos = 0,015 ohm
Reação de armadura desprezível

Pede-se determinar:

a. a resistência de R_2 que faz a linha de excitação de F_2 coincidir com a linha de entreferro da característica de magnetização.
b. a resistência de R_1 que limita o conjugado máximo do motor a 1,5 por unidade, com $R_c = 0$.
c. Com os ajustes de R_1 e R_2 acima, traçar a característica de regulação de tensão do gerador e a característica de velocidade-conjugado do motor, com $R_c = 0$. Usar valores por unidade das variáveis, com 600 rpm, 500 volts, 1000 ampères, e conjugado motor a 1000 A como valores de base.

5-26. Em alguns sistemas de propulsão de navios, onde é de grande importância a facilidade de manobra, são utilizados motores elétricos de c.c.. Este problema se refere a um sistema de c.c. para um quebra-gelo de duas hélices.

Especificações

1. Os motores primários de propulsão compreendem quatro motores diesel, 3000 cv, 810 rpm, e duas turbinas a gás, 3000 cv, com redução para 810 rpm, igualmente divididos entre os dois eixos.
2. Cada motor primário aciona um gerador de c.c. de dupla armadura.

Cada armadura é especificada para 1060 kW, 900 volts, 1180 ampères. Em cada eixo, três motores primários, acionando seis geradores ligados em paralelo, suprirão potência aos motores de propulsão.

3 Cada motor de propulsão deve ser de dupla armadura. As armaduras serão ligadas em paralelo. Cada armadura será especificada para 3150 kW de entrada a 890 volts, a uma velocidade de base (máxima excitação de campo do motor) de 150 rpm com o navio em estol no gelo. Nestas condições, as perdas nos cabos são estimadas em 60 kW. Levando em conta as perdas dos motores, a potência de entrada máxima de 6300 kW de três conjuntos motor-gerador darão uma potência mecânica de saída de aproximadamente 8000 HP em cada eixo, ou 16 000 HP para o navio.

4 O controle da velocidade dos motores de propulsão abaixo da velocidade de base será obtido por controle da tensão do gerador. A tensão do gerador será controlada por uma combinação de variação da corrente de campo do gerador e da velocidade do motor primário. A direção de rotação do motor será determinada por controle da polaridade do gerador.

5 Com todos os três motores primários por eixo fornecendo potência, o motor pode transmitir 100 por cento de potência no eixo a 100 por cento da velocidade de base (150 rpm) com o navio em estol no gelo. Conforme o navio abre passagem, a velocidade da hélice pode ser aumentada ainda, mantendo 100 por cento de potência no eixo, por enfraquecimento do campo do motor, até atingir 146 por cento da velocidade base (220 rpm), quando livre em água aberta.

Pedem-se os seguintes resultados:

1 Traçar curvas de potência por unidade no eixo em função da velocidade por unidade do eixo (*a*) com o navio em estol e (*b*) movendo-se livre. Suponha-se que a potência é proporcional ao cubo da velocidade.

2 Na mesma folha, traçar a curva da potência no eixo da hélice, por unidade, para (*a*) três, (*b*) dois, (*c*) um conjunto motor-gerador em funcionamento. Suponha-se que as fems dos geradores são ajustadas por controle da velocidade de fluxo, de modo a manter as correntes nominais na armadura dos geradores. Admitir valores para a potência consumida nas perdas.

3 Com dois motores primários por eixo, qual será a máxima potência mecânica no eixo e correspondente velocidade do eixo (*a*) com o navio em estol, e (*b*) movendo-se livre. Repetir para um motor primário só.

4 Que tipo de sistema de excitação seria recomendável para (*a*) os motores, (*b*) os geradores? Isto é, deverão eles ser máquinas auto-excitadas em derivação independentemente excitadas por excitatrizes individuais a velocidade constante? por um barramento excitador a tensão constante? qual tensão? deverão eles ter campos série? algum outro esquema? Como uma aproximação grosseira, a excitação, para máquinas deste tamanho, exige cerca de 2 por cento da potência nominal.

5 Você sugeriria algum outro arranjo do equipamento elétrico?

6

Máquinas Síncronas, Regime Permanente

Uma máquina síncrona é uma máquina de c.a., cuja velocidade em condições de regime permanente é proporcional à freqüência da corrente na armadura. A velocidade síncrona, o campo magnético girante criado pelas correntes da armadura caminha à mesma velocidade que o campo criado pela corrente de campo, e resulta um conjugado constante. Um quadro elementar de como trabalha uma máquina síncrona já foi dado no Item 4-1, com ênfase na produção de conjugado em termos das interações entre seus campos magnéticos.

Neste capítulo serão desenvolvidos métodos analíticos de exame do desempenho de máquinas síncronas polifásicas em regime permanente. As considerações iniciais serão restritas às máquinas de rotor cilíndrico, e os efeitos de polos salientes serão tratados nos Itens 6-6 e 6-7.

6-1 ONDAS DE FLUXO E FMM EM MÁQUINAS SÍNCRONAS

As figs. 6-1 e 6-2 fornecem esboços dos enrolamentos desenvolvidos de armadura e campo de um gerador de rotor cilíndrico. No que se refere

ao enrolamento de armadura, estes são do mesmo tipo de enrolamento usado na discussão de campos magnéticos girantes no Item 3-4. Os resultados, bem como as hipóteses fundamentais deste item, aplicam-se aos dois casos.

Nas duas figuras, a fmm espacial fundamental produzida pelo enrolamento de campo é mostrada pela senóide F. Como indicado pela designação alternativa B_f, esta onda pode também representar a onda de indução magnética componente correspondente. As Figs. 6-1*a* e 6-2*a* mostram a onda F no instante específico em que a fem de excitação da fase a tem seu valor máximo. O eixo do campo está então 90° à frente do eixo da fase a, a fim de que a taxa de variação no tempo dos fluxos concatenados com a fase a seja máxima. A fem de excitação é representada pelo fasor girante no tempo E_f nas Figs. 6-1*b* e 6-2*b*. A projeção deste fasor no eixo de referência para a fase a é proporcional à fem instantânea na direção das setas definidas pelos pontos e cruzes (representando as pontas e caudas de setas) nos condutores da fase a.

A onda de fmm criada pela corrente de armadura, comumente chamada a *fmm de reação de armadura*, pode ser superposta agora através do uso dos princípios apresentados no Item 3-4. Queremos lembrar que as correntes polifásicas equilibradas em enrolamentos polifásicos simétricos criam uma onda de fmm cuja componente espacial fundamental gira à velocidade síncrona. Relembramos também que a onda de fmm está diretamente oposta à fase a no instante em que a corrente da fase a tem seu valor máximo. A Fig. 6-1*a* está desenhada com I_a e E_f em fase; assim a onda de reação de armadura A é desenhada oposta à fase a porque neste instante, I_a e E_f têm seus valores máximos. A Fig. 6-2*a* é desenhada com I_a atrasada em relação a E_f pelo ângulo de fase no tempo ϕ_{air} ; assim, A é desenhada atrás de sua posição na Fig. 6-1*a* pelo ângulo de fase espacial ϕ_{air} porque I_a não atingiu ainda seu valor máximo. Nas figuras, a onda de reação de armadura leva a designação alternativa B_{ra} para indicar que, na ausência de saturação, a onda de indução magnética de reação de armadura é proporcional à onda A.

O campo magnético resultante na máquina é a soma das duas componentes produzidas pela corrente de campo e pela reação de armadura. As ondas de fmm resultantes R (também rotuladas B_r para indicar que a onda de indução magnética resultante pode ser similarmente representada) nas Figs. 6-1*a* e 6-2*a*, são obtidas por adição gráfica das ondas F e A. Como senóides podem ser adicionadas convenientemente por métodos de fasores, a mesma soma pode ser efetuada por meio dos diagramas de fasores das Figs. 6-1*c* e 6-2*b*. Nestes diagramas, há fasores também para representar o fluxo fundamental por polo,

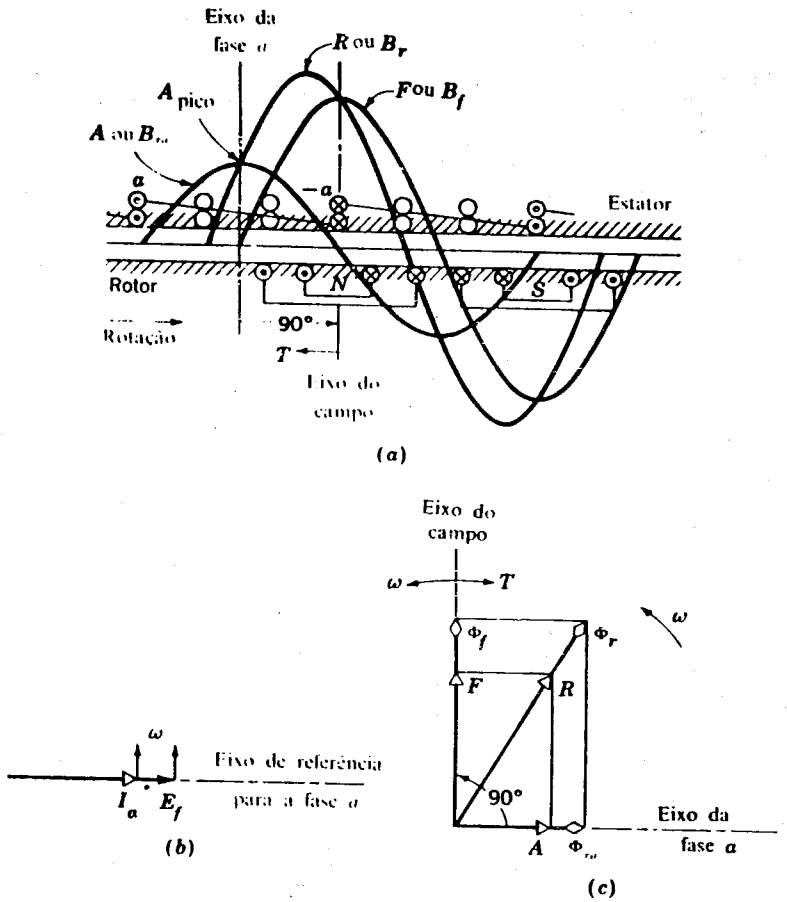


Fig. 6-1 (*a*) Ondas espaciais de fmm e de indução magnética em um gerador síncrono de rotor cilíndrico. Corrente de armadura em fase com a tensão de excitação. (*b*) Diagrama fasorial no tempo. (*c*) Diagrama fasorial no espaço.

Φ_f, Φ_{aa}, e Φ_r, produzido, respectivamente, pelas fmms F, A, e R, e proporcionais a estas fmms com um entreferro uniforme e nenhuma saturação.

As condições de fluxo e fmm de entreferro em uma máquina síncrona podem, portanto, ser representadas por diagramas fasoriais como aqueles das Figs. 6-1*c* e 6-2*b*, sem preocupação com o desenho dos diagramas de ondas. Por exemplo, os diagramas fasoriais correspondentes para funcionamento como motor são dados na Fig. 6-3 para fator de potência unitário em relação à tensão de excitação, e na Fig. 6-4

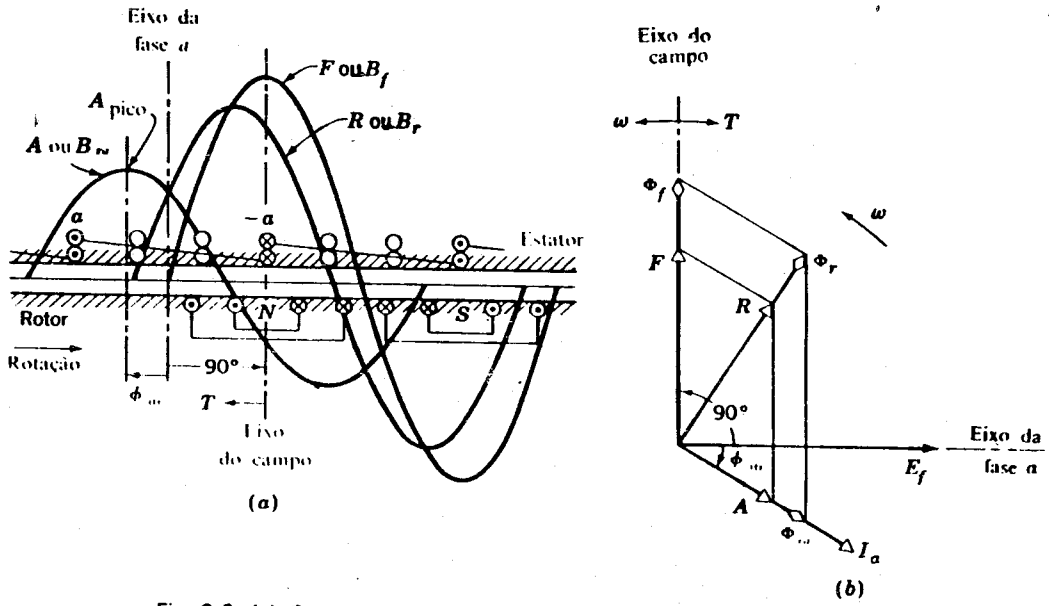


Fig. 6-2. (*a*) Campos magnéticos em um gerador síncrono. Corrente de armadura atrasada em relação à tensão de excitação. (*b*) Diagrama fasorial combinado no espaço e no tempo.

para fator de potência atrasado em relação àquela tensão. Para manter as mesmas convenções das Figs. 6-1 e 6-2, o fasor $-I_a$, e não I_a, deve estar em fase ou estar atrasado em relação a E_f nas Figs. 6-3 e 6-4.

Estes diagramas fasoriais mostram que a posição de fase espacial da onda de fmm da armadura em relação aos polos de campo depende

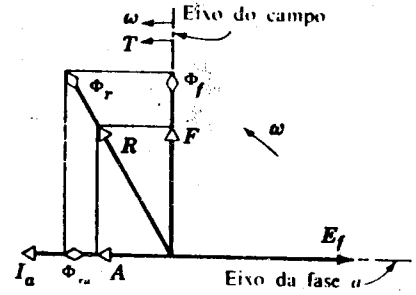


Fig. 6-3 Diagrama fasorial de um motor síncrono. Fator de potência unitário em relação à tensão de excitação.

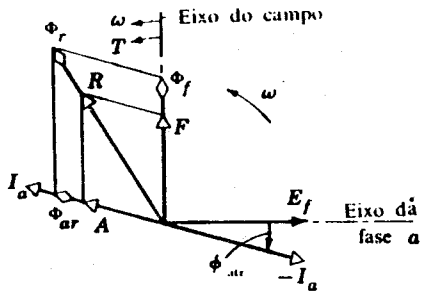


Fig. 6-4. Diagrama fasorial de um motor síncrono. Fator de potência indutivo em relação à tensão de excitação

do ângulo de fase no tempo entre a corrente de armadura e a tensão de excitação. Eles são úteis também na correlação do simples quadro físico da produção de conjugado, com o modo pelo qual a corrente de armadura se ajusta às condições de funcionamento.

O conjugado eletromagnético no rotor age em uma direção para forçar os polos do campo ao alinhamento com as ondas de fluxo de entreferro e fluxo da reação de armadura resultantes como mostrado pelas setas rotuladas T associadas aos eixos de campo nas Figs. 6-1 a 6-4. Se os polos do campo se adiantam à onda de fluxo de entreferro resultante, como nas Figs. 6-1 e 6-2, o conjugado eletromagnético no rotor age em oposição à rotação – em outras palavras, a máquina deve estar agindo como um gerador. Por outro lado, se os polos do campo se atrasam em relação à onda de fluxo de entreferro resultante, como nas Figs. 6-3 e 6-4, o conjugado eletromagnético age na direção de rotação – i.e., a máquina deve estar agindo como um motor. Dito de outro modo, para funcionamento como gerador, os polos do campo precisam ser movidos à frente da onda de fluxo de entreferro resultante pelo conjugado de um motor primário, enquanto que para funcionamento como motor, os polos de campo precisam ser arrastados atrás do fluxo resultante no entreferro pelo conjugado resistente de uma carga no eixo.

O valor do conjugado pode ser expresso em termos do fluxo fundamental de entreferro resultante por polo Φ_r e do valor de pico F da onda fundamental no espaço de fmm do campo. Em correspondência à Eq. 4-1.

$$T = \frac{\pi}{2}\left(\frac{\text{polos}}{2}\right)^2 \Phi_r F \operatorname{sen} \delta_{RF} \qquad (6\text{-}1)$$

onde δ_{RF} é o ângulo de fase espacial em graus elétricos entre as ondas de fluxo resultante e fmm do campo. Quando F e Φ_r são constantes, a máquina se ajusta às solicitações variáveis do conjugado pelo ajuste do ângulo de carga δ_{RF}.

EXEMPLO 6-1

Considere-se uma máquina síncrona com resistência de armadura e reatância de dispersão desprezíveis, perdas desprezíveis, ligada a um *barramento infinito* (i.e., a um sistema tão grande que sua tensão e freqüência permanecem constantes independentemente da potência entregue ou absorvida). A corrente de campo é mantida constante no valor que determina corrente de armadura nula em vazio.

Com o auxílio de diagramas fasoriais, descrever como a máquina se reajusta às solicitações variáveis de conjugado. Incluir os funcionamentos como motor e como gerador.

Solução

O fluxo de entreferro resultante Φ_r gera a tensão E_r em cada fase da armadura. É usualmente chamada tensão de entreferro. Na ausência de resistência e reatância de dispersão, E_r precisa permanecer constante, no valor da tensão do barramento infinito. Em vazio, o conjugado e δ_{RF} são nulos. Com I_a também nula, A é nula e o diagrama fasorial é o da Fig. 6-5*a*.

Quando é acrescentada carga no eixo tornando a máquina um motor, o rotor momentaneamente torna-se ligeiramente mais

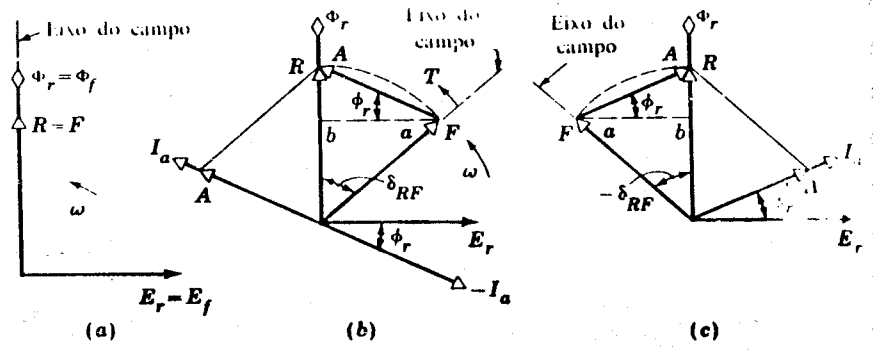


Fig. 6-5. Diagramas fasoriais mostrando os efeitos de conjugado no eixo. (*a*) Em vazio; (*b*) funcionamento como motor; (*c*) funcionamento como gerador

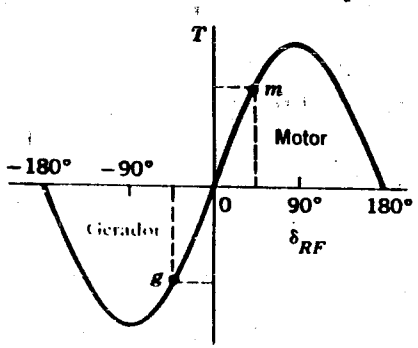


Fig. 6-6. Característica conjugado-ângulo.

lento sob a influência do conjugado resistente e os polos do campo se atrasam em fase espacial em relação à onda de fluxo de entreferro resultante; isto é, δ_{RF} aumenta, e a máquina desenvolve conjugado motor. Após um período transitório, o funcionamento em regime permanente à velocidade síncrona é retomado quando δ_{RF} toma o valor exigido para suprir o conjugado de carga, como mostrado pelo ponto m na característica de ângulo de carga na Fig. 6-6. O diagrama fasorial é agora como mostrado na Fig. 6-5*b*. A fmm do campo não está mais em fase com a onda de fluxo resultante, e a discrepância em fmm precisa ser compensada pela reação da armadura, aumentando assim a corrente de armadura necessária para suprir a entrada de potência elétrica correspondente à potência mecânica de saída. Note-se que

$$F \operatorname{sen} \delta_{RF} = A \cos \phi_r$$

como indicado pela linha tracejada *ab*, onde ϕ_r é o ângulo do fator de potência da corrente de armadura em relação à tensão de entreferro E_r. Mas $A \cos \phi_r$ é proporcional à componente de potência ativa $I_a \cos \phi_r$ da corrente de armadura, e da Eq. 6-1, $F \operatorname{sen} \delta_{RF}$ é proporcional ao conjugado. Isto é, a potência elétrica ativa de entrada é proporcional ao conjugado mecânico de saída como, naturalmente, devia ser.

Se, em lugar de ser carregado como motor, o eixo é acionado pelo conjugado de um motor primário, os polos do campo avançam em fase à frente da onda de fluxo resultante, de um ângulo $-\delta_{RF}$ para o qual o conjugado resistente $-T$ desenvolvido pela máquina iguala o conjugado do motor primário, como mostrado pelo ponto g na Fig. 6-6. Os efeitos na reação de armadura e corrente de armadura são mostrados no diagrama fasorial da Fig. 6-5*c*. A máquina tornou-se agora um gerador.

Na Fig. 6-5*b* e *c*, note-se que, para as componentes de F e A em fase com R,

$$F \cos \delta_{RF} + A \operatorname{sen} \phi_r = R$$

Isto é, não somente a componente de potência ativa $I_a \cos \phi_r$ da corrente de armadura precisa se ajustar para suprir o conjugado, mas também a componente reativa $I_a \operatorname{sen} \phi_r$ precisa ajustar-se de modo que a componente correspondente $A \operatorname{sen} \phi_r$ da fmm de reação de armadura combine com a componente $F \cos \delta_{RF}$ da fmm do campo para produzir a fmm resultante exigida R. A potência reativa pode portanto ser controlada por ajuste da excitação do campo.

6-2 A MÁQUINA SÍNCRONA COMO UMA IMPEDÂNCIA

Um circuito equivalente muito útil e simples, que representa o comportamento em regime permanente de uma máquina síncrona de rotor cilíndrico em condições polifásicas equilibradas, pode ser obtido se o efeito do fluxo de reação da armadura for representado por uma reatância indutiva. Para o objetivo desta discussão preliminar, considere-se uma máquina de rotor cilíndrico não saturada. Embora deprezar a saturação magnética possa parecer uma simplificação drástica, será mostrado que os resultados que procuramos obter podem ser modificados de modo a levar em conta a saturação.

O fluxo de entreferro resultante na máquina pode ser considerado como a soma fasorial dos fluxos componentes criados pelas fmms do campo e da reação da armadura, respectivamente, como mostrado pelos fasores Φ_f, Φ_{ra}, e Φ_r, na Fig. 6-7. Do ponto de vista do enrola-

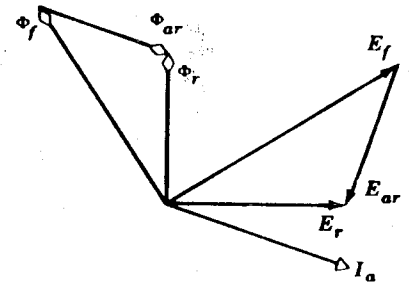


Fig. 6-7. Diagrama fasorial de fluxos componentes e correspondentes tensões

mentos de armadura, estes fluxos se manifestam como fems geradas. A tensão de entreferro resultante E_r pode então ser considerada como fasor soma da tensão de excitação E_f gerada pelo fluxo do campo e a tensão E_{ra} gerada pelo fluxo de reação da armadura. As fems componentes E_f e E_{ra} são proporcionais às correntes de campo e armadura, respectivamente, e cada uma se atrasa em relação ao fluxo que a produz de 90°. O fluxo de reação de armadura Φ_{ra} está em fase com a corrente de armadura I_a, e conseqüentemente a fem de reação de armadura E_{ra} se atrasa em relação à corrente de armadura em 90°. Assim,

$$E_f - jI_a x_\varphi = E_r \tag{6-2}$$

onde x_φ é a constante de proporcionalidade, que relaciona os valores eficazes de E_{ra} e I_a. A Eq. 6-2 também se aplica à porção do circuito da Fig. 6-8*a* à esquerda de E_r. O efeito da reação de armadura, portanto, é simplesmente o de uma reatância indutiva x_φ representando a tensão componente gerada pelo fluxo espacial fundamental criado pela reação da armadura. Esta reatância é comumente chamada a *reatância magnetizante*, ou *reatância da reação de armadura*.

A tensão de entreferro E_r difere da tensão terminal pelas quedas de tensão na resistência de armadura e na reatância de dispersão, como mostrado à direita de E_r na Fig. 6-8*a*, onde r_a é a resistência da armadura, x é a reatância de dispersão da armadura, e V_t é a tensão terminal. Todas as grandezas são por fase (de linha a neutro em uma máquina ligada em Y). A reatância de dispersão da armadura leva em conta as tensões induzidas pelos fluxos componentes que não estão incluídas na tensão de entreferro E_r. Estes fluxos incluem não somente aqueles de dispersão através das ranhuras da armadura e ao redor das extremidades da bobina, mas também aqueles associados aos campos espaciais harmônicos por ser a onda real de fmm de armadura *diferente de uma senóide perfeita*.

Finalmente, o circuito equivalente para uma máquina de rotor cilíndrico não saturado sob condições polifásicas equilibradas se reduz

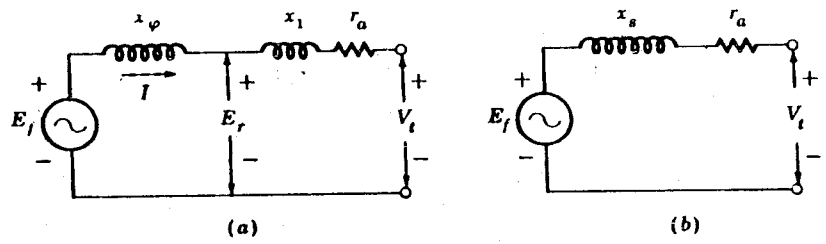


Fig 6-8 Circuitos equivalentes

à forma mostrada na Fig. 6-8*b*, na qual a máquina é representada, em uma base por fase, pela tensão de excitação E_f em série com uma impedância simples. Esta impedância é chamada a *impedância síncrona*. A reatância x_s é chamada a *reatância síncrona*. Em termos das reatâncias magnetizantes e de dispersão

$$x_s = x_\varphi + x \tag{6-3}$$

A reatância síncrona x_s leva em conta todo o fluxo produzido por correntes de armadura polifásicas equilibradas, enquanto a tensão de excitação leva em conta o fluxo produzido pela corrente de campo. Numa máquina de rotor cilíndrico não saturado, a freqüência constante, a reatância síncrona é constante. Além disso, a tensão de excitação é proporcional à corrente de campo, e é igual à tensão que aparecerá nos terminais se a armadura estiver em circuito aberto, a velocidade e corrente de campo sendo mantidas constantes.

É útil ter uma idéia grosseira quanto à ordem de grandeza das componentes de impedância. Para máquinas acima de umas centenas de kVA, a queda de tensão na resistência de armadura sob corrente nominal usualmente é menor do que 0,01 da tensão nominal; i.e., a resistência da armadura usualmente é menor do que 0,01 por unidade, tomando as especificações nominais como base. (O sistema por unidade está descrito no Cap. 1, Art. 1-10). A reatância de dispersão da armadura usualmente está na faixa de 0,1 a 0,2 por unidade, e a reatância síncrona está na vizinhança de 1,0 por unidade. Em geral, a resistência de armadura por unidade aumenta a reatância síncrona por unidade diminui com diminuição no tamanho da máquina. Em máquinas pequenas, como aquelas em laboratórios de escolas, a resistência de armadura pode estar na vizinhança de 0,05 por unidade e a reatância síncrona na vizinhança de 0,5 por unidade. Com exceção de máquinas pequenas, a resistência de armadura usualmente é desprezada, a não ser no que se refere a seu efeito sobre perdas e aquecimento.

6-3 CARACTERÍSTICAS DE CIRCUITO ABERTO E DE CURTO-CIRCUITO

Dois conjuntos básicos de curvas características para uma máquina síncrona são necessários para levar em conta os efeitos de saturação e a determinação de constantes de máquina. Estes conjuntos são discutidos aqui. Exceto por umas poucas observações sobre o grau de validade de certas suposições, as discussões aplicam-se a máquinas de rotor cilíndrico e de polos salientes.

a. Característica de Circuito Aberto e Perdas Rotacionais em Vazio

Como a característica de magnetização para uma máquina de c.c., a característica de circuito aberto de uma máquina síncrona é um gráfico da tensão terminal de armadura em circuito aberto em função da excitação de campo quando a máquina está girando à velocidade síncrona, como mostrado pela curva *cca* na Fig. 6-9*a*. A característica freqüentemente é traçada em termos por unidade, como na Fig. 6-9*b*, onde a tensão unitária é a tensão nominal e a corrente de campo unitária é a excitação correspondente à tensão nominal na linha de entreferro. Essencialmente, a característica de circuito aberto representa a relação entre a componente espacial fundamental do fluxo de entreferro e a fmm no circuito magnético, quando o enrolamento de campo constitui a única fonte de fmm. Quando a máquina já existe, a característica de circuito aberto usualmente é determinada experimentalmente, acionando-a mecânicamente à velocidade síncrona, com os terminais de armadura em aberto, e medindo a tensão terminal correspondente a uma série de valores de corrente de campo. Se se medir a potência mecânica necessária para mover a máquina síncrona durante o ensaio de circuito aberto, obtém-se as perdas rotacionais em vazio. Estas perdas compreendem atrito, ventilação e perdas no ferro correspondentes ao fluxo na máquina em vazio. As perdas por atrito e ventilação à velocidade síncrona são constantes, enquanto as perdas no ferro em circuito aberto são uma função do fluxo, que é aproximadamente proporcional à tensão de circuito aberto.

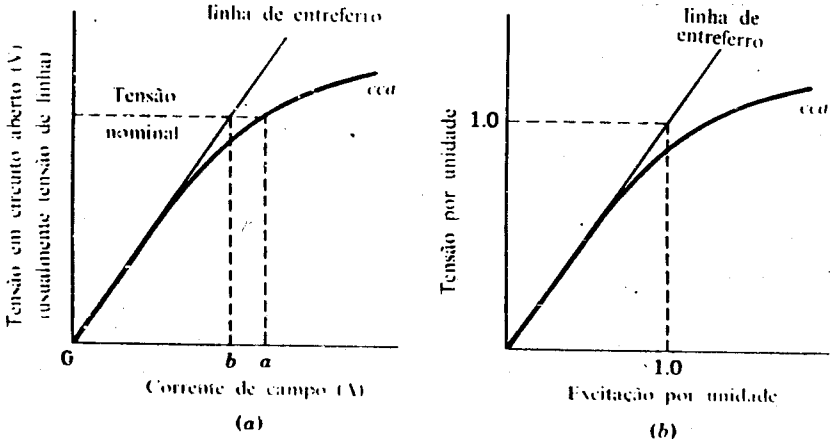


Fig. 6-9 Característica de circuito aberto (*a*) Em termos de volts e amperes de campo; (*b*) em por unidade

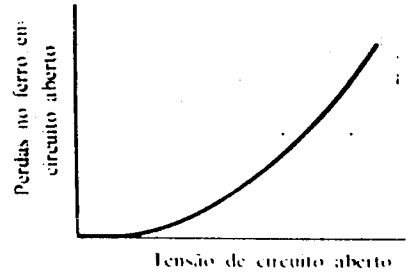


Fig. 6-10 Curva de perdas no ferro em circuito aberto.

A potência mecânica exigida para mover a máquina à velocidade síncrona e sem excitação corresponde às perdas por atrito e ventilação. Quando o campo é excitado, a potência mecânica é igual à soma das perdas por atrito, ventilação, e no ferro, em circuito aberto. As perdas no ferro em circuito aberto, portanto, podem ser encontradas pela diferença entre estes dois valores de potência mecânica. Uma curva de perdas no ferro em circuito aberto em função da tensão de circuito aberto é mostrada na Fig. 6-10.

b. Característica de Curto-circuito e Perdas de Curto-circuito

Se os terminais de armadura de uma máquina síncrona que está sendo acionada como gerador à velocidade síncrona são curto-circuitados através de amperímetros apropriados, como mostrado na Fig. 6-11*a*, e a corrente de campo é gradualmente aumentada até que a corrente

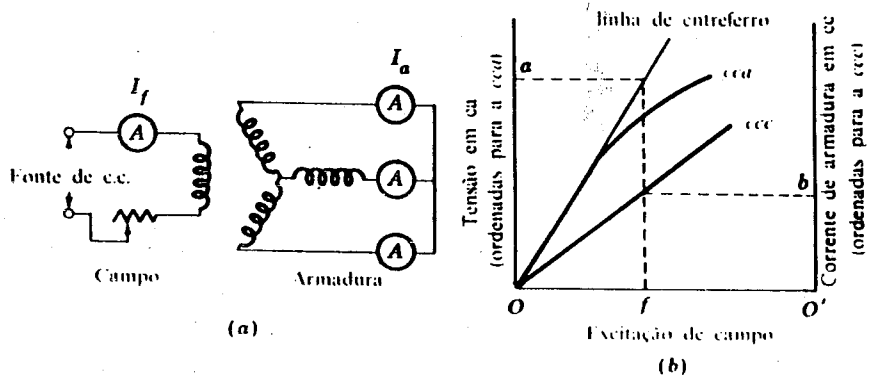


Fig. 6-11 (*a*) Ligações para o teste de curto-circuito. (*b*) características de circuito aberto e de curto-circuito.

de armadura atinja um valor máximo seguro (talvez o dobro da corrente nominal), podem ser obtidos dados a partir dos quais a corrente de armadura de curto-circuito pode ser traçada em função da corrente de campo. Esta relação é conhecida como a *característica de curto-circuito*. Uma característica de circuito aberto *cca* e uma característica de curto-circuito *ccc* são mostradas na Fig. 6-11*b*.

A relação fasorial entre a tensão de excitação E_f e a corrente de armadura em regime permanente I_a sob condições de curto-circuito polifásico é

$$E_f = I_a(r_a + jx_s) \tag{6-4}$$

O diagrama fasorial é mostrado na Fig. 6-12. Como a resistência é menor do que a reatância síncrona, a corrente de armadura se atrasa à tensão de excitação de aproximadamente 90°. Conseqüentemente, a onda de fmm da reação de armadura está aproximadamente em linha com o eixo dos polos de campo, e em oposição à fmm do campo, como mostrado pelos fasores A e F que, representam as ondas espaciais de fmm da reação de armadura e do campo, respectivamente.

A fmm resultante cria o fluxo de entreferro resultante, que gera

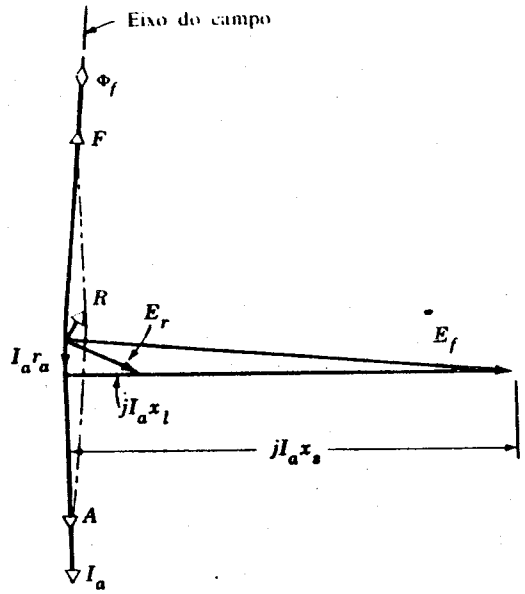


Fig 6-12 Diagrama fasorial para condições de curto-circuito

a tensão de entreferro E_r igual à tensão consumida na resistência de armadura r_a e reatância de dispersão x; ou, na forma de equação:

$$E_r = I_a(r_a + jx) \tag{6-5}$$

Na maioria das máquinas síncronas a resistência de armadura é desprezível, e a reatância de dispersão está entre 0,10 e 0,20 por unidade – um valor representativo é cerca de 0,15 por unidade. Isto é, à corrente de armadura nominal, a queda de tensão na reatância de dispersão está em torno de 0,15 por unidade. Da Eq. 6-5, portanto, a tensão de entreferro à corrente de armadura nominal em curto-circuito é cerca de 0,15 por unidade; isto significa que o fluxo de entreferro resultante é somente cerca de 0,15 do seu valor para tensão nominal. Conseqüentemente, a máquina está funcionando em uma condição não-saturada. A corrente de armadura de curto-circuito, portanto, é diretamente proporcional à corrente de campo, na faixa de zero até bem acima da corrente de armadura nominal.

A reatância síncrona não saturada pode ser encontrada a partir dos dados de circuito aberto e curto-circuito. Numa excitação de campo qualquer, como *Of* na Fig. 6-11*b*, a corrente de armadura em curto-circuito é *O'b*, e a tensão de excitação para a mesma corrente de campo corresponde a *Oa* lido na linha de entreferro. Note-se que deverá ser usada, a tensão na linha de entreferro, porque a máquina está funcionando em curto-circuito em condição não saturada. Se a tensão por fase correspondente a *Oa* é $E_{f(etf)}$ e a corrente de armadura por fase correspondente a *O'b* é $I_{a(cc)}$, então da Eq. 6-4, com resistência de armadura desprezada, o valor não saturado $x_{s(etf)}$ da reatância síncrona é

$$x_{s(etf)} = \frac{E_{f(etf)}}{I_{a(cc)}} \tag{6-6}$$

onde os índices (etf) indicam condições de linha de entreferro. Se $E_{f(etf)}$ e $I_{a(cc)}$ são expressos em por unidade, a reatância síncrona será obtida em por unidade. Se $E_{f(etf)}$ e $I_{a(cc)}$ são expressos em volts por fase e ampères por fase, respectivamente, a reatância síncrona estará em ohms por fase.

Para funcionamento em tensão nominal ou perto dela, às vezes supõe-se que a máquina é equivalente a outra não saturada, cuja característica de magnetização é uma linha reta passando pela origem e o ponto de tensão nominal na característica de circuito aberto, como mostrado pela linha tracejada *Op* na Fig. 6-13. De acordo com esta

aproximação, o valor saturado da reatância síncrona sob tensão nominal V_t é

$$x_s = \frac{V_t}{I'_{a(cc)}} \tag{6-7}$$

onde $I'_{a(cc)}$ é a corrente de armadura $O'c$ lida na característica de curto-circuito à corrente de campo Of' correspondente a V_t na característica de circuito aberto, como mostrado na Fig. 6-13. Este método de manipular os efeitos da saturação usualmente dá resultados satisfatórios, quando não se quer grande precisão.

A *relação de curto-circuito* é definida como a relação entre a corrente de campo para obter tensão nominal em circuito aberto, e a corrente de campo necessária para a corrente nominal de armadura em curto-circuito. Isto é, na Fig. 6-13, a relação de curto-circuito RCC é

$$\text{RCC} = \frac{Of'}{Of''} \tag{6-8}$$

Pode ser demonstrado que a relação de curto-circuito é o inverso do valor por unidade da reatância síncrona saturada dado pela Eq. 6-7.

EXEMPLO 6-2

Os seguintes dados são tomados das características de circuito aberto e de curto-circuito de uma máquina síncrona de 45 kVA, trifásica, ligada em Y, 220 volts (tensão de linha), 6 polos, 60 Hz:

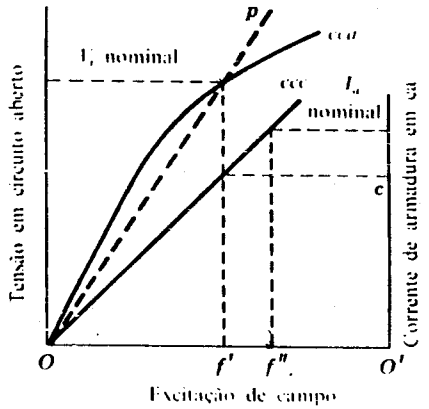


Fig. 6-13 Características de circuito aberto e de curto-circuito.

Da característica de circuito aberto:

Tensão de linha = 220 volts
Corrente de campo = 2,84 ampères

Da característica de curto-circuito:

Corrente de armadura, ampères	118	152
Corrente de campo, ampères	2,20	2,84

Da linha de entreferro
Corrente de campo = 2,20 ampères
Tensão de linha = 202 volts

Calcular o valor não-saturado da reatância síncrona, o valor saturado à tensão nominal de acordo com a Eq. 6-7, e a relação de curto-circuito. Expressar a reatância síncrona em ohms por fase e também em por unidade, tomando os dados de chapa como base.

Solução

A uma corrente de campo de 2,20 ampères, a tensão de fase na linha de entreferro é

$$E_{f(etf)} = \frac{202}{\sqrt{3}} = 116{,}7 \text{ volts}$$

e, para a mesma corrente de campo, a corrente de armadura em curto-circuito é

$$I_{a(cc)} = 118 \text{ ampères}$$

Da Eq. 6-6,

$$x_{s(etf)} = \frac{116{,}7}{118} = 0{,}987 \text{ ohm por fase}$$

Note-se que a corrente de armadura nominal é $45\,000/\sqrt{3}(220) = 118$ ampères. Portanto, $I_{a(cc)} = 1{,}00$ por unidade. A tensão correspondente na linha de entreferro é

$$E_{f(etf)} = \frac{202}{220} = 0{,}92 \text{ por unidade}$$

Da Eq. 6-6 em por unidade,

$$x_{s(eff)} = \frac{0,92}{1,00} = 0,92 \text{ por unidade}$$

Das características de circuito aberto e curto-circuito e Eq. 6-7 obtém-se

$$x_s = \frac{220}{\sqrt{3}\,(152)} = 0,836 \text{ ohm por fase}$$

Em por unidade, $I'_{a(cc)} = 152/118 = 1,29$, e da Eq. 6-7

$$x_s = \frac{1,00}{1,29} = 0,775 \text{ por unidade}$$

Das características de circuito aberto e curto-circuito e da Eq. 6-8, obtém-se:

$$\text{RCC} = \frac{2,84}{2,20} = 1,29$$

Se a potência mecânica necessária para acionar a máquina é medida durante o ensaio de curto-circuito, obtém-se alguma informação quanto às perdas provocadas pela corrente de armadura. A potência mecânica para acionar a máquina síncrona durante o teste de curto-circuito é igual à soma do atrito e ventilação mais as perdas da corrente de armadura. As perdas provocadas pela corrente de armadura podem então ser calculadas subtraindo o atrito e ventilação da potência motora. As perdas produzidas pela corrente de armadura em curto-circuito são conhecidas coletivamente como as *perdas de curto-circuito*. Uma curva de perdas de curto-circuito em função da corrente de armadura é mostrada na Fig. 6-14. Ela é aproximadamente parabólica.

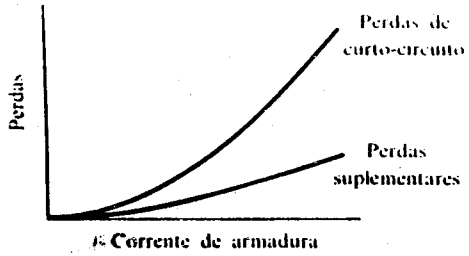


Fig. 6-14. Curvas de perdas de curto-circuito e perdas suplementares.

As perdas de curto-circuito compreendem perdas no cobre no enrolamento de armadura, perdas locais no ferro por fluxo disperso da armadura, e uma perda no ferro muito pequena por fluxo resultante. A perda por resistência em c.c. pode ser calculada se a resistência em c.c. é medida e corrigida, quando necessário, para a temperatura dos enrolamentos durante o ensaio de curto-circuito. Para condutores de cobre

$$\frac{r_t}{r_t} = \frac{234,5 + T}{234,5 + t} \tag{6-9}$$

onde r_T e r_t são as resistências a temperaturas centígradas T e t, respectivamente. Se esta perda por resistência em c.c. é subtraída das perdas de curto-circuito, a diferença será a perda devida a efeito pelicular e correntes parasitas nos condutores da armadura, mais as perdas locais no ferro produzidos pelo fluxo disperso da armadura. (As perdas no ferro produzidos pelo fluxo resultante em curto-circuito são de costume desprezadas.) Esta diferença entre as perdas de curto-circuito e a perda por resistência em c.c. é a perda adicional causada pela corrente alternada na armadura. São as perdas suplementares descritas no Item 4-8, e são comumente consideradas com o mesmo valor sob condições de carga normais e em curto-circuito. São uma função da corrente de armadura, como mostrado pela curva da Fig. 6-14.

Como em qualquer dispositivo para c.a., a resistência efetiva da armadura é a perda de potência atribuível à corrente de armadura dividida pelo quadrado da corrente. Na suposição de que as perdas suplementares são uma função somente da corrente de armadura, a resistência efetiva $r_{a(eff)}$ da armadura pode ser determinada a partir das perdas curto-circuito; assim,

$$r_{a(eff)} = \frac{\text{perdas de curto-circuito}}{(\text{corrente de armadura em curto-circuito})^2} \tag{6-10}$$

Se as perdas de curto-circuito e a corrente de armadura estão em por unidade, a resistência efetiva estará em por unidade. Se elas estão em watts por fase e ampères por fase, respectivamente, a resistência efetiva estará em ohms por fase. Usualmente é suficientemente exato determinar o valor de $r_{a(eff)}$ à corrente nominal e depois supor que é constante.

EXEMPLO 6-3

Para a máquina síncrona de 45 kVA, trifásica, ligada em Y, do Exemplo 6-2, à corrente de armadura nominal (118 A) as perdas de curto-circuito (total para as 3 fases) são 1,80 kW a uma tempe-

ratura de 25°C. A resistência em c.c. da armadura a esta temperatura é 0,0335 ohm por fase.
Calcular a resistência efetiva da armadura, em por unidade e em ohms por fase a 25°C.

Solução

Em por unidade, as perdas de curto-circuito são

$$\frac{1,80}{45} = 0,040$$

a $I_a = 1,00$ por unidade. Portanto,

$$r_{a(\text{eff})} = \frac{0,040}{(1,00)^2} = 0,040 \text{ por unidade}$$

Em uma base por fase, as perdas de curto-circuito são

$$\frac{1\,800}{3} \text{ watts por fase}$$

e conseqüentemente, a resistência efetiva é

$$r_{a(\text{eff})} = \frac{1.800}{(3)(118)^2} = 0,043 \text{ ohm por fase}$$

A relação entre a resistência em c.a. e em c.c. é

$$\frac{r_{a(\text{eff})}}{r_{a(\text{c-c})}} = \frac{0,043}{0,0335} = 1,28$$

Como esta é uma máquina pequena, sua resistência por unidade é relativamente alta. A resistência de armadura de máquinas com de centenas de kVA usualmente é menor do que 0,01 por unidade.

6-4 CARACTERÍSTICAS DE FUNCIONAMENTO EM REGIME PERMANENTE

As principais características de funcionamento em regime permanente são as relações entre a tensão terminal, a corrente de campo, a corrente de armadura, o fator de potência e o rendimento. As curvas características que são de importância em aplicações práticas de máquinas são apresentadas aqui. Todas elas podem ser calculadas pelos métodos apresentados neste capítulo.

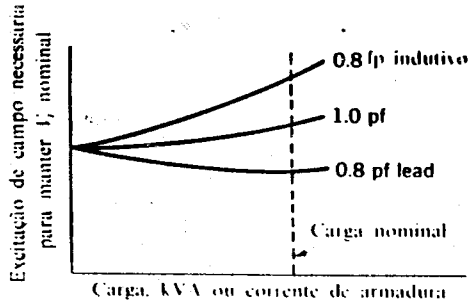


Fig. 6-15 Curvas compostas de gerador

Considere-se um gerador síncrono alimentando a freqüência constante uma carga, cujo fator de potência é constante. A curva que mostra a corrente de campo necessária para manter a tensão terminal nominal conforme é alterada a carga, mantendo o fator de potência constante, chamamos *curva composta*. Três curvas compostas a vários fatores de potência constantes são mostradas na Fig. 6-15.

Se a corrente de campo for mantida constante enquanto a carga varia, a tensão terminal variará. As curvas características de tensão terminal, traçadas em função da corrente de armadura, para três fatores de potência constantes, são mostradas na Fig. 6-16. Cada curva é desenhada para um valor diferente de corrente de campo. Em cada caso, a corrente de campo é igual ao valor necessário para dar tensão terminal nominal à corrente de armadura nominal, e corresponde ao valor de corrente de armadura nominal lido nas curvas compostas (Fig. 6-15).

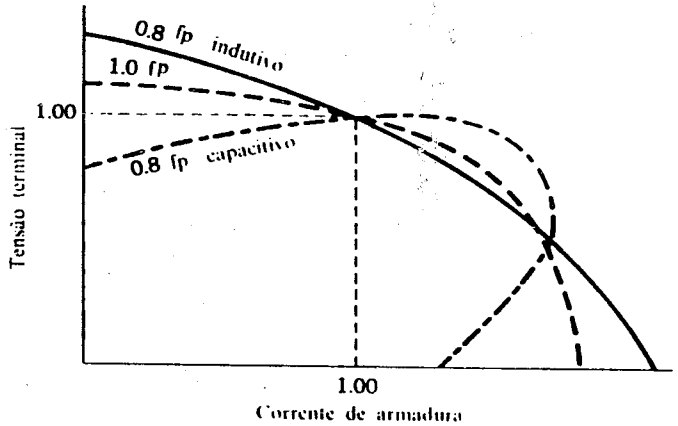


Fig. 6-16 Características tensão-corrente de gerador, a corrente de campo constante

Os geradores síncronos são usualmente especificados em termos da máxima carga em kVA a tensão e fator de potência determinados (freqüentemente 80, 85, ou 90 por cento indutivo) que podem suportar continuamente, sem sobreaquecimento. A potência ativa de saída do gerador é usualmente limitada a um valor dentro das especificações de potência aparente pela capacidade do motor primário. Em virtude do sistema de regulação de tensão, a máquina normalmente funciona a uma tensão constante cujo valor está dentro de $\pm$ 5 por cento da tensão nominal. Quando a potência ativa de carga e a tensão são fixadas, a potência reativa de carga permitida é limitada pelo aquecimento da armadura ou do campo. Um conjunto típico de curvas de capacidade de potência reativa para um grande turbogerador é mostrado na Fig. 6-17. Elas dão os valores máximos de potência reativa correspondentes a diversos valores de potência, com funcionamento a tensão nominal. O aquecimento da armadura é o fator que limita na região de fator de potência unitário até nominal (0,85 na Fig. 6-17). Para fatores de potência mais baixos, a limitação é dada pelo aquecimento do campo.

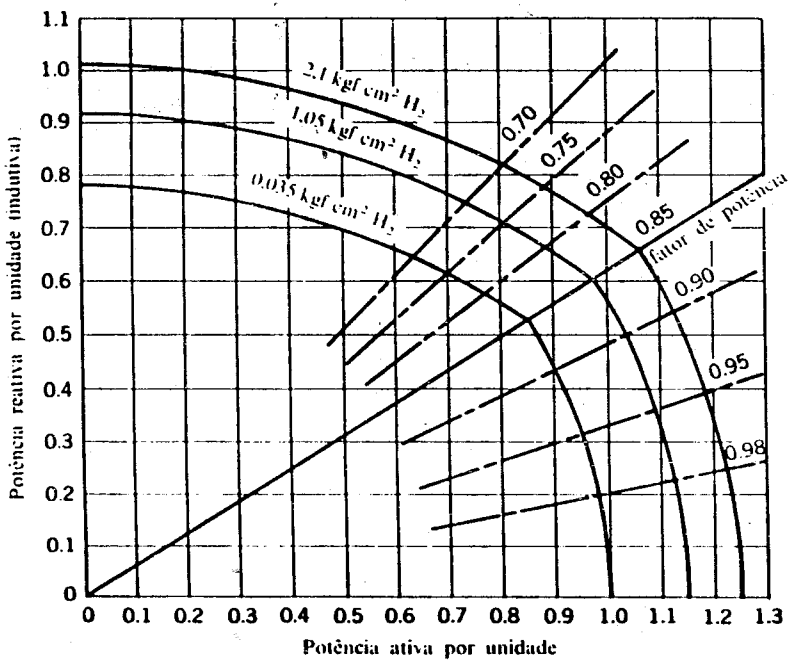


Fig. 6-17. Curvas de capacidade reativa de um turbogerador refrigerado a hidrogênio, fator de potência 0,85, relação de curto-circuito 0,80. A potência aparente base é a potência aparente nominal à pressão de hidrogênio de 0,035 kgf/cm².

Tal conjunto de curvas é um guia valioso no planejamento e operação do sistema do qual o gerador é uma parte. Também está mostrado na Fig. 6-17 o efeito da pressão de hidrogênio sobre os valores de carga permissíveis.

O fator de potência ao qual um motor síncrono funciona, e portanto a corrente de armadura, pode ser controlado por ajuste da excitação de campo. A curva que mostra a relação entre a corrente de armadura e a corrente de campo a uma tensão terminal constante e com uma carga constante no eixo, é conhecida como a *curva* V, devido a sua forma característica. Uma família de curvas V é mostrada na Fig. 6-18. Para potência de saída constante, a corrente de armadura é, naturalmente, mínima a fator de potência unitário, e aumenta conforme o fator de potência decresce. As linhas tracejadas correspondem aos pontos de fator de potência constante. Elas são as curvas compostas para o motor síncrono, mostrando como a corrente de campo deve ser alterada conforme a carga varia, a fim de manter o fator de potência constante. Os pontos à direita da curva composta de fator de potência unitário correspondem à sobreexcitação e corrente adiantada na entrada; pontos à esquerda correspondem à subexcitação e corrente atrasada na entrada. As curvas compostas do motor síncrono são muito semelhantes às curvas compostas para o gerador da Fig. 6-15. (Note-se a troca entre os eixos de corrente de armadura e corrente de campo

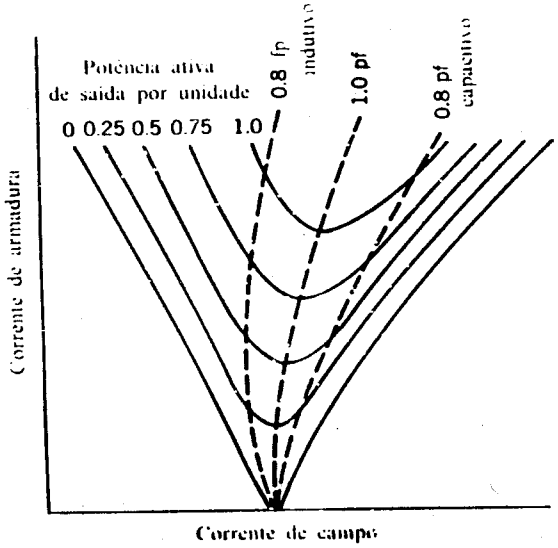


Fig. 6-18. Curvas V de motor síncrono

quando comparando as Figs. 6-15 e 6-18.) De fato, se não fosse pelos pequenos efeitos de resistência de armadura, as curvas compostas para motor e gerador seriam idênticas, exceto que as curvas de fator de potência indutivo e capacitivo seriam trocadas.

Como em todas as máquinas eletromagnéticas, as perdas nas máquinas síncronas compreendem perdas I^2R nos enrolamentos, perdas no ferro e perdas mecânicas. O rendimento convencional é calculado de acordo com um conjunto de regras determinadas pela ANSI. Os princípios gerais sobre os quais estas regras estão baseadas são descritos no Item 4-8. O objetivo do exemplo seguinte é mostrar como estas regras são aplicadas especificamente a máquinas síncronas.

EXEMPLO 6-4

Na Fig. 6-19 são fornecidos dados sobre as perdas da máquina síncrona de 45 kVA dos Exemplos 6-2 e 6-3. Calcular o rendimento como motor síncrono a uma tensão terminal de 230 volts e com uma potência de entrada na armadura de 45 kW a fator de potência 0,80, corrente adiantada. A corrente de campo medida em um ensaio em carga sob estas condições é I_f(teste) = 5,50 A.

Solução

Para as condições de funcionamento especificadas, a corrente de armadura é

$$I_a = \frac{45.000}{\sqrt{3}\,(230)(0{,}80)} = 141 \text{ ampères}$$

As perdas no cobre devem ser calculadas na base das resistências em c.c. dos enrolamentos a 75°C. Corrigindo as resistências de enrolamento por meio da Eq. 6-9, obtemos

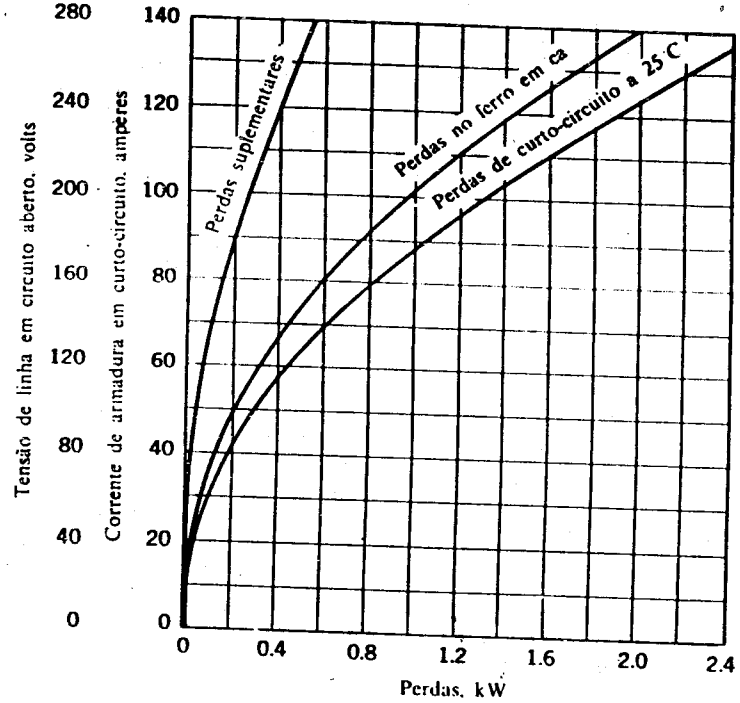
Resistência do enrolamento de campo r_f a 75°C = 35,5 ohms

Resistência da armadura em c.c. r_a a 75°C = 0,0399 ohm por fase

A perda no cobre do campo é

$$I_f^2 r_f = (5{,}50)^2(35{,}5) = 1.070 \text{ watts ou } 1{,}07 \text{ kW}$$

De acordo com as Normas ANSI, as perdas no reostato de campo e na excitatriz não são computadas como perdas da máquina. A perda no cobre da armadura é



Perdas por atrito e ventilação = 0,91 kW
Resistência de armadura em c.c. a 25 C = 0,0335 ohm por fase.
Resistência do enrolamento de campo a 25 C = 29,8 ohms

Fig. 6-19. Perdas na máquina síncrona trifásica, 45 KVA, ligada em Y, 220 volts, 60 Hz, 6 polos, do Exemplo 6-4.

$$3I_a^2 r_a = (3)(141)^2(0{,}0399) = 2.380 \text{ watts, ou } 2{,}38 \text{ kW}$$

e da Fig. 6-19, para I_a = 141 A, as perdas suplementares = 0,56 kw. De acordo com as Normas ANSI, nenhuma correção de temperatura deve ser aplicada às perdas suplementares.

As perdas no ferro são lidas na curva de perdas no ferro em circuito aberto a uma tensão igual à tensão interna atrás da resistência da máquina. As perdas suplementares levam em conta as perdas provocadas pelo fluxo disperso da armadura. Para funcionamento como motor, esta tensão interna é, em forma fasorial,

$$V_t - I_a r_a = \frac{230}{\sqrt{3}} - 141(0{,}80 + j0{,}60)(0{,}0399)$$

$$= 128{,}9 - j3{,}4$$

O módulo é de 128,4 volts por fase, ou 222 volts entre terminais de linha. Da Fig. 6-19, as perdas no ferro em circuito aberto = 1,20 kW. Também, perdas por atrito e ventilação = 0,91 kW. Todas as perdas são agora conhecidas.

$$\text{Perdas totais} = 1{,}07 + 2{,}38 + 0{,}56 + 1{,}20 + 0{,}91 = 6{,}12\ \text{kW}$$

A potência de entrada é a soma da entrada em c.a. à armadura e a entrada em c.c. ao campo, ou

$$\text{Potência de entrada} = 46{,}07\ \text{kW}$$

Portanto

$$\text{Rendimento} = 1 - \frac{\text{perdas}}{\text{potência de entrada}} = 1 - \frac{6{,}12}{46{,}1} = 0{,}867$$

6-5 CARACTERÍSTICAS DE ÂNGULO DE CARGA EM REGIME PERMANENTE

A máxima sobrecarga momentânea, que uma máquina síncrona pode suportar, é determinada pelo máximo conjugado que pode ser aplicado sem perda de sincronismo. O objetivo deste item é deduzir expressões, para os limites de potência em regime permanente, de sistemas simples com cargas aplicadas gradualmente. Os efeitos de impedância externa, desprezados até aqui, serão também incluídos.

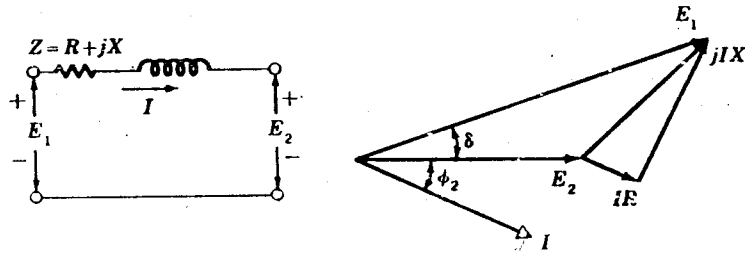
Desde que a máquina pode ser representada por uma simples impedância, o estudo dos limites de potência torna-se meramente um caso especial do problema mais geral das limitações no fluxo de potência através de uma impedância reativa. A impedância pode incluir a de uma linha e banco de transformadores, assim como a impedância síncrona da máquina.

Considere o circuito simples da Fig. 6-20*a* compreendendo duas tensões alternadas E_1 e E_2 ligadas por uma impedância Z através da qual a corrente é I. O diagrama fasorial é mostrado na Fig. 6-20*b*. A potência P_2 entregue através da impedância aos terminais de carga E_2 é

$$P_2 = E_2 I \cos \phi_2 \tag{6-11}$$

onde ϕ_2 é o ângulo de fase de I em relação a E_2. A corrente fasorial é

$$I = \frac{E_1 - E_2}{Z} \tag{6-12}$$



(*a*) (*b*)

Fig. 6-20. (*a*) Impedância interligando duas tensões. (*b*) diagrama fasorial

Se as tensões fasoriais e a impedância forem expressas em forma polar,

$$I = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0^\circ}{Z \angle \phi_Z} = \frac{E_1}{Z} \angle \delta - \phi_Z - \frac{E_2}{Z} \angle -\phi_Z \tag{6-13}$$

onde E_1 e E_2 são os módulos das tensões, δ é o ângulo de fase pelo qual E_1 se adianta a E_2, Z é o módulo da impedância, e ϕ_Z é o seu ângulo em forma polar. A parte real da equação fasorial 6-13 é a componente de I em fase com E_2, donde

$$I \cos \phi_2 = \frac{E_1}{Z} \cos (\delta - \phi_Z) - \frac{E_2}{Z} \cos (-\phi_Z) \tag{6-14}$$

Substituindo a Eq. 6-14 na Eq. 6-11, e notando que

$$\cos (-\phi_Z) = \cos \phi_Z = R/Z$$

resulta

$$P_2 = \frac{E_1 E_2}{Z} \cos (\delta - \phi_Z) - \frac{E_2^2 R}{Z^2} \tag{6-15}$$

$$P_2 = \frac{E_1 E_2}{Z} \operatorname{sen} (\delta + \alpha_Z) - \frac{E_2^2 R}{Z^2} \tag{6-16}$$

onde $$\alpha_Z = 90^\circ - \phi_Z = \tan^{-1} \frac{R}{X}$$

e usualmente é um ângulo pequeno.

Da mesma forma, a potência P_1 nos terminais de entrada E_1 da impedância pode ser expressa como

$$P_1 = \frac{E_1 E_2}{Z} \operatorname{sen} (\delta - \alpha_Z) + \frac{E_1^2 R}{Z^2} \tag{6-18}$$

Se a resistência for desprezível, como freqüentemente é o caso,

$$P_1 = P_2 = \frac{E_1 E_2}{X} \operatorname{sen} \delta \qquad (6\text{-}19)$$

Se a resistência for desprezível e as tensões forem constantes, a potência máxima será

$$P_{1\,max} = P_{2\,max} = \frac{E_1 E_2}{X} \qquad (6\text{-}20)$$

e ocorre quando $\delta = 90°$.

Quando a Eq. 6-19 é comparada com a Eq. 6-1 para conjugado em termos de ondas de fluxo e fmm que interagem, vê-se que elas são da mesma forma. Isto não é coincidência. Primeiro, devemos lembrar que conjugado e potência são linearmente proporcionais quando, como aqui, a velocidade é constante. Então, o que nós estamos realmente dizendo é que a Eq. 6-1, quando aplicada especificamente à máquina idealizada de rotor cilíndrico e traduzida a termos de circuito, torna-se a Eq. 6-19. Uma rápida revisão mental dos fundamentos de cada relação mostrará que elas vêm das mesmas considerações fundamentais.

EXEMPLO 6-5

Um motor síncrono de 2000 HP, fator de potência 1,0, trifásico, ligado em Y, 2300 volts, 30 polos, 60 Hz, tem uma reatância síncrona de 1,95 ohms por fase. Para os objetivos deste problema, todas as perdas podem ser desprezadas.

a. Calcular o conjugado máximo em newton-metros que este motor pode fornecer se ele é alimentado por uma fonte de tensão constante e freqüência constante, comumente chamada *barramente infinito*, e se a excitação de campo é constante, no valor que resultaria em fator de potência 1,00 à potência nominal.

b. Em lugar do barramento infinito da parte *a*, suponha-se que o motor é alimentado por um turbogerador trifásico, ligado em Y, 2300 volts, 1750 kVA, 2 polos, 3600 rpm, cuja reatância síncrona é 2,65 ohms por fase. O gerador é acionado à velocidade nominal, e as excitações de campo do gerador e motor são ajustadas de modo que o motor gira a fator de potência 1,00 e tensão terminal nominal a plena carga. As excitações de campo das duas máquinas são então mantidas constantes, e a carga mecânica sobre o motor síncrono é gradualmente aumentada. Calcular o conjugado máximo do motor nestas condições. Calcular também a tensão terminal quando o motor está fornecendo conjugado máximo.

Solução

Embora esta máquina seja sem dúvida do tipo de polos salientes, nós resolveremos o problema pela teoria simples para rotor cilíndrico. A solução conseqüentemente despreza o conjugado de relutância. A máquina realmente desenvolverá um conjugado máximo algo maior do que o valor calculado aqui.

a. O circuito equivalente é mostrado na Fig. 6-21*a* e o diagrama fasorial a plena carga na Fig. 6-21*b*, onde E_{fm} é a tensão de excitação do motor e x_{sm} é sua reatância síncrona. Das especificações do motor com as perdas desprezadas,

Potência aparente nominal $= 2\,000 \times 0{,}746 =$
$= 1\,492$ kVA, trifásica $= 497$ kVA por fase

$$\text{Tensão nominal} = \frac{2\,300}{\sqrt{3}} = 1\,330 \text{ volts ao neutro}$$

$$\text{Corrente nominal} = \frac{497\,000}{1\,330} = 374 \text{ ampères por fase Y}$$

$$I_a x_{sm} = 374 \times 1{,}95 = 730 \text{ volts por fase}$$

Do diagrama fasorial para plena carga,

$$E_{fm} = \sqrt{V_t^2 + (I_a x_{sm})^2} = 1.515 \text{ volts}$$

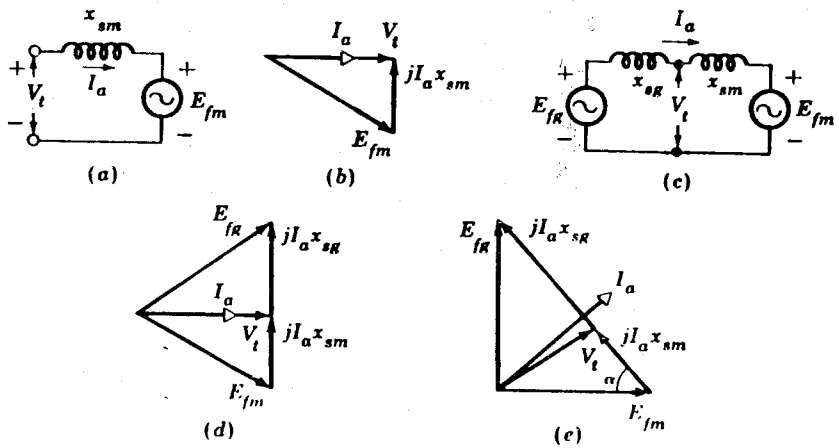


Fig 6-21. Circuitos equivalentes e diagramas fasoriais. Exemplo 6-5.

Quando a fonte de potência é um barramento infinito e a excitação de campo é constante, V_t e E_{fm} são constantes. Substituindo V_t em lugar de E_1, E_{fm} em lugar de E_2, e x_{sm} em lugar de X, Eq. 6-20, então, fornece

$$P_{max} = \frac{V_t E_{fm}}{x_{sm}}$$
$$= \frac{1330 \times 1515}{1,95} =$$
$$= 1030 \times 10^3 \text{ watts por fase}$$
$$= 3\,090 \text{ kW para as 3 fases}$$

(Em por unidade, $P_{max} = 3\,090/1\,492 = 2,07$.) Com 30 polos a 60 Hz, a velocidade síncrona = 4 rev/s.

$$T_{max} = \frac{P_{max}}{\omega_s} = \frac{3.090 \times 10^3}{2\pi \times 4} = 123 \times 10^3 \text{ newton-metros}$$
$$= 0,738(123 \times 10^3) = 90.600 \text{ lb-ft.}$$

b. Quando a fonte de potência é o turbogerador, o circuito equivalente torna-se o da Fig. 6-21*c*, onde E_{fg} é a tensão de excitação do gerador e x_{sg} é a reatância síncrona. O diagrama fasorial a plena carga do motor, fator de potência 1,00, é mostrado na Fig. 6-21*d*. Como antes,

$$V_t = 1\,330 \text{ volts a plena carga}$$
$$E_{fm} = 1\,515 \text{ volts}$$

A queda de tensão na reatância síncrona do gerador é

$$I_a x_{sg} = 374 \times 2,65 = 991 \text{ volts}$$

e do diagrama fasorial

$$E_{fg} = \sqrt{V_t^2 + (I_a x_{sg})^2} = 1.655 \text{ volts}$$

Como as excitações de campo e velocidades das duas máquinas são constantes, E_{fg} e E_{fm} são constantes. Substituindo E_{fg} em lugar de E_1, E_{fm} em lugar de E_2, e $x_{sg} + x_{sm}$ em lugar de X, a Eq. 6-20, então, fornece

$$P_{max} = \frac{E_{fg} E_{fm}}{x_{sg} + x_{sm}}$$
$$= \frac{1.655 \times 1.515}{4,60} = 545 \times 10^3 \text{ watts por fase}$$
$$= 1,635 \text{ kW para as 3 fases}$$

(Em por unidade, $P_{max} = 1635/1492 = 1,095$.)

$$T_{max} = \frac{P_{max}}{\omega_s} = \frac{1.635 \times 10^3}{2\pi \times 4} = 65 \times 10^3 \text{ newton-metros}$$
$$= 48,000 \text{ lb-ft.}$$

O sincronismo seria perdido se um conjugado de carga maior do que este valor fosse aplicado ao eixo do motor. O motor iria entrar em estol, o gerador tenderia a disparar, e o circuito seria aberto pela ação de disjuntores.

Com excitações fixas, a potência máxima ocorre quando E_{fg} se adiante a E_{fm} em 90°, como mostrado na Fig. 6-21*e*. Deste diagrama fasorial

$$I_a(x_{sg} + x_{sm}) = \sqrt{E_{fg}^2 + E_{fm}^2} = 2.240 \text{ volts}$$
$$I_a = \frac{2.240}{4,60} = 488 \text{ amperes}$$
$$I_a x_{sm} = 488 \times 1,95 = 951 \text{ volts}$$
$$\cos \alpha = \frac{E_f}{I_a(x_{sg} + x_s)} = \frac{1515}{2240} = 0,676$$
$$\text{sen } \alpha = \frac{E_{fg}}{I_a(x_{sg} + x_{sm})} = \frac{1.655}{2.240} = 0,739$$

A equação fasorial para a tensão terminal é

$$V_t = E_{fm} + jI_a x_{sm} = E_{fm} - I_a x_{sm} \cos \alpha + jI_a x_{sm} \text{ sen } \alpha$$
$$= 1.515 - 643 + j703 = 872 + j703$$

O módulo de V_t é

$$V_t = 1120 \text{ volts a neutro}$$
$$= 1940 \text{ volts, tensão de linha}$$

Quando a fonte é o turbogerador, como na parte *b*, o efeito de sua impedância produz decréscimo na tensão terminal com carga crescente, reduzindo assim a potência máxima de 3090 kW na parte *a* a 1635 kW na parte *b*.

6-6
EFEITOS DE POLOS SALIENTES. INTRODUÇÃO À TEORIA DAS DUAS REATÂNCIAS

a. Ondas de Fluxo e FMM

O fluxo produzido por uma onda de fmm em uma máquina de entreferro uniforme é independente do alinhamento espacial da onda em

relação aos polos do campo. A máquina de polos salientes, por outro lado, tem uma direção preferencial de magnetização determinada pela saliência dos polos de campo. A permeância ao longo do eixo polar, ou direto, é apreciavelmente maior do que ao longo do eixo interpolar, ou em quadratura.

Nós vimos que a onda de fluxo de reação de armadura se atrasa em relação à onda de fluxo do campo de um ângulo espacial de $90° + \phi_{atr}$, onde ϕ_{atr} é o ângulo de fase no tempo pelo qual a corrente de armadura na direção da fem de excitação se atrasa em relação à fem de excitação. Se a corrente de armadura I_a se atrasa em relação à fem de excitação E_f de 90°, a onda de fluxo de reação da armadura Φ_{ra} é diretamente oposta aos polos do campo e na direção oposta ao fluxo do campo Φ_f, como mostrado no diagrama fasorial da Fig. 6-22*a*. As ondas de indução magnética componentes correspondentes na superfície da armadura, produzidas pela corrente de campo e pela componente espacial fundamental da fmm de reação da armadura girando sincronamente, são mostradas na Fig. 6-22*b*, na qual os efeitos das ranhuras são desprezados. As ondas consistem de uma fundamental espacial e uma família de componentes harmônicas ímpares. Os efeitos harmônicos usualmente são pequenos (veja o Item 3-3*a*). Conseqüentemente, somente as componentes espaciais fundamentais serão consideradas. São as componentes fundamentais que são representadas pelos fasores de fluxo por polo Φ_f e Φ_{ra} na Fig. 6-22*a*.

As condições são inteiramente diferentes quando a corrente de armadura está em fase com a fem de excitação, como mostrado no

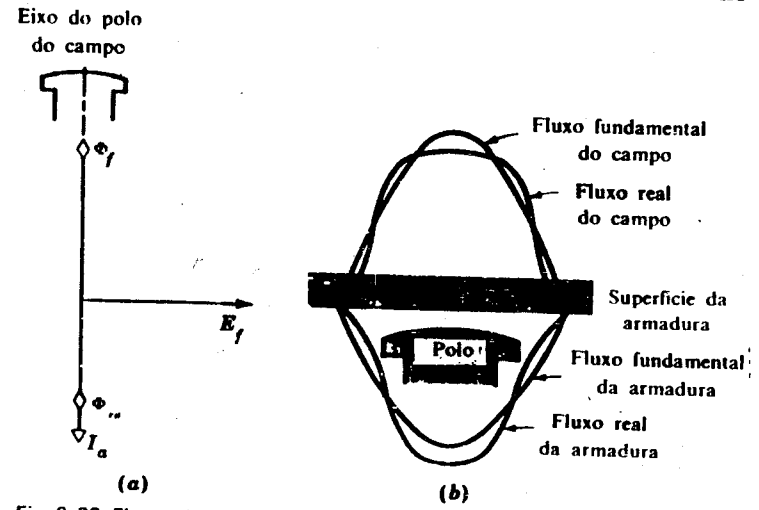


Fig. 6-22. Fluxos de entreferro no eixo direto em uma máquina síncrona de polos salientes.

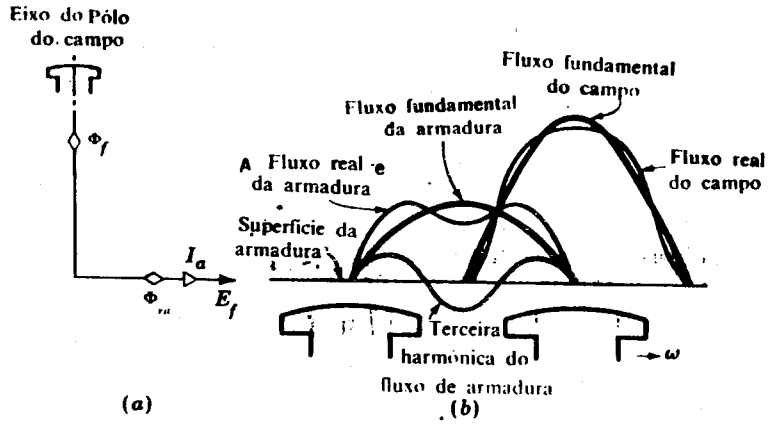


Fig. 6-23. Fluxos de entreferro no eixo em quadratura em uma máquina síncrona de polos salientes.

diagrama fasorial da Fig. 6-23*a*. O eixo da onda de reação de armadura então é oposto ao espaço interpolar, como mostrado na Fig. 6-23*b*. A onda de fluxo de reação da armadura é fortemente distorcida, compreendendo principalmente uma fundamental e uma proeminente terceira harmônica espacial. A onda de fluxo de terceira harmônica gera fems de terceiras harmônicas nas fases da armadura, mas estas tensões não aparecem entre os terminais de linha.

Devido à alta relutância do entreferro entre os polos, a onda espacial fundamental do fluxo de reação de armadura quando a reação de armadura está em quadratura com os polos de campo (Fig. 6-23) é menor do que a onda espacial fundamental do fluxo de reação de armadura que seria criado pela mesma corrente de armadura se a onda do fluxo de armadura fosse diretamente oposta aos polos de campo (Fig. 6-22). Assim, a reatância magnetizante é menor quando a corrente de armadura está em quadratura no tempo com respeito à fem de excitação (Fig. 6-22*a*).

Os efeitos de polos salientes podem ser levados em conta resolvendo a corrente de armadura I_a em duas componentes, uma em quadratura no tempo e outra em fase no tempo, em relação à tensão de excitação E_f, como mostrado no diagrama fasorial da Fig. 6-24. Este diagrama é desenhado para um gerador de polos salientes não saturado, funcionando a um fator de potência indutivo. A componente I_d da corrente de armadura, em quadratura no tempo com a tensão de excitação, produz um fluxo de reação de armadura fundamental componente Φ_{ad}, ao longo dos eixos dos polos do campo, como na Fig. 6-22. A

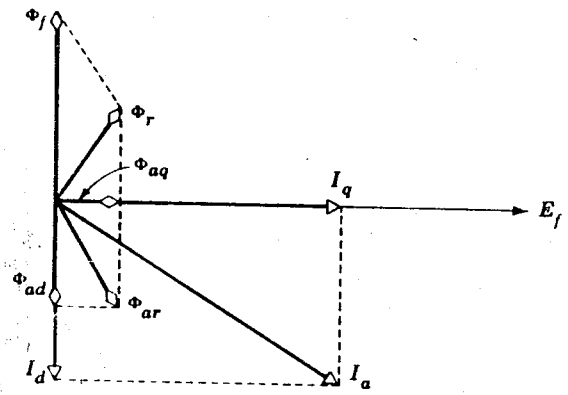


Fig. 6-24 Diagrama fasorial de um gerador síncrono de polos salientes.

componente I_q, em fase com a tensão de excitação, produz um fluxo de reação de armadura fundamental componente Φ_{aq}, em quadratura espacial com os polos do campo, como na Fig. 6-23. Os índices d e q referem-se à fase espacial dos fluxos de reação da armadura, e não à fase no tempo das correntes componentes que os produzem. Assim uma grandeza de *eixo direto* é uma grandeza cujo efeito magnetizante está centrado nos eixos dos polos do campo. As Fmms de eixo direto agem sobre o circuito magnético principal. Uma grandeza de *eixo em quadratura* é uma grandeza cujo efeito magnético está centrado no espaço interpolar. Para uma máquina não saturada, o fluxo de reação da armadura Φ_{ra} é a soma dos componentes Φ_{ad} e Φ_{aq}. Como na Fig. 6-5, o fluxo resultante Φ_r é a soma de Φ_{ra} e do fluxo do campo principal Φ_f.

b. Aspectos do Circuito Equivalente

A cada uma das correntes componentes I_d e I_q está associada uma queda de tensão na reatância síncrona componente, jI_dx_d e jI_qx_q respectivamente. As reatâncias x_d e x_q são, respectivamente, as reatâncias síncronas de eixo direto e em quadratura. As reatâncias síncronas levam em conta os efeitos indutivos de todos os fluxos geradores de freqüência fundamental, criados pelas correntes de armadura, incluindo os fluxos dispersos da armadura e de reação da armadura. Assim, os efeitos indutivos das ondas de fluxo de reação da armadura nos eixos direto e em quadratura podem ser levados em conta por reatâncias magnetizantes de eixo direto e em quadratura $x_{\varphi d}$ e $x_{\varphi q}$ respectivamente, de modo

similar à reatância magnetizante x_φ, da teoria de rotores cilíndricos. As reatâncias síncronas de eixo direto e em quadratura então, são

$$x_d = x + x_{\varphi d} \tag{6-21}$$

$$x_q = x + x_{\varphi q} \tag{6-22}$$

onde x é a reatância de dispersão da armadura e é considerada a mesma para correntes de eixo direto e em quadratura. Compare-se com a Eq. 6-3. Como mostrado no diagrama fasorial para gerador (Fig. 6-25), a tensão de excitação E_f é igual à soma fasorial da tensão terminal V_t com a queda de tensão na resistência de armadura I_ar_a e com as quedas componentes na reatância síncrona $jI_dx_d + jI_qx_q$.

A reatância x_q é menor do que a reatância x_d devido à maior relutância do entreferro no eixo em quadratura. Usualmente, x_q está entre 0,6 e 0,7 de x_d. Valores típicos são dados na Tabela 6-1. Note-se que um pequeno efeito de polos salientes está presente em turboalternadores, mesmo sendo máquinas de rotor cilíndrico, devido ao efeito das ranhuras do rotor sobre a relutância no eixo em quadratura.

TABELA 6-1
VALORES POR UNIDADE TÍPICOS DE REATÂNCIAS DE MÁQUINAS
(Potência Aparente Nominal da Máquina como Base)

	Motores síncronos				
	Alta velocidade	Baixa velocidade	Condensadores síncronos	Geradores para turbina hidráulica	Turbogeradores
x_d	0,65 (min)	0,80	....	0,60	
	0,80 (med)	1,10	1,60	1,00	1,15
	0,90 (max)	1,50	....	1,25	
x_q	0,50 (min)	0,60	....	0,40	
	0,65 (med)	0,80	1,00	0,65	1,00
	0,70 (max)	1,10	....	0,80	

No uso do diagrama fasorial da Fig. 6-25, a corrente de armadura precisa ser decomposta em suas componentes de eixo d e eixo q. Esta decomposição supõe que o ângulo de fase $\phi + \delta$, da corrente

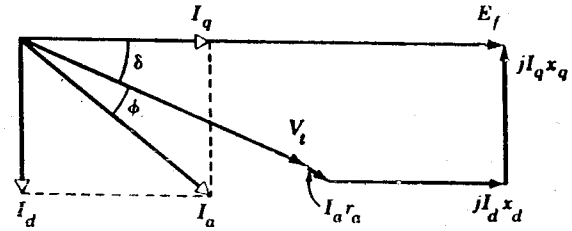


Fig. 6-25. Diagrama fasorial para gerador síncrono

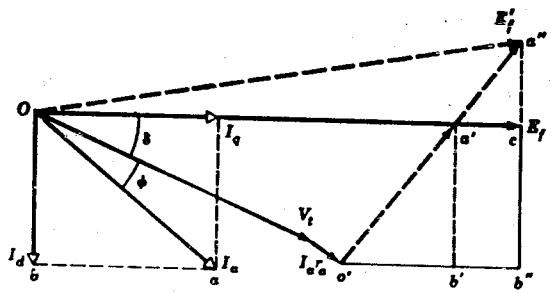


Fig. 6-26 Relações entre tensões componentes em diagrama fasorial

de armadura em relação à tensão de excitação, e conhecido. Freqüentemente, entretanto, é o ângulo de fator de potência ϕ aos terminais da máquina que é conhecido explicitamente, em lugar do ângulo de fator de potência interno $\phi + \delta$. O diagrama fasorial da Fig. 6-25 é repetido pelos fasores em linha cheia na Fig. 6-26. O estudo deste diagrama fasorial mostra que o fasor tracejado $o'a'$, perpendicular a I_a, é igual a $jI_a x_q$. Este resultado segue geometricamente do fato de que os triângulos $o'a'b'$ e oab são semelhantes, pois seus lados correspondentes são perpendiculares. Assim

$$\frac{o'a'}{oa} = \frac{b'a'}{ba} \tag{6-23}$$

$$o'a' = \frac{b'a'}{ba}\, oa = \frac{jI_q x_q}{I_q} I_a = jI_a x_q \tag{6-24}$$

A soma fasorial $V_t + I_a r_a + jI_a x_q$, então, estabelece a posição angular da tensão de excitação E_f e portanto os eixos d e q. Fisicamente deve ser assim, pois toda a excitação do campo em uma máquina normal está no eixo direto. O Exemplo 6-6 ilustra um uso destas relações na determinação da excitação para condições de funcionamento especificadas nos terminais de uma máquina de polos salientes.

EXEMPLO 6-6

As reatâncias x_d e x_q de um gerador síncrono de polos salientes são 1,00 e 0,60 por unidade, respectivamente. A resistência de armadura é desprezível.

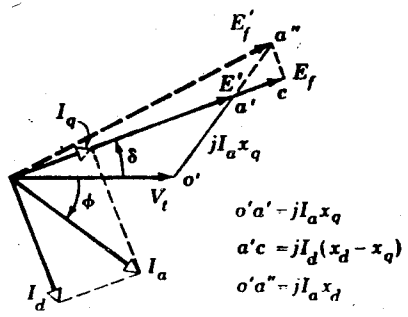


Fig. 6-27 Diagrama fasorial de gerador. Exemplo 6-6

Calcular a tensão de excitação quando o gerador fornece potência aparente nominal a fator de potência 0,80, corrente indutiva, e tensão terminal nominal.

Solução

Primeiramente, deve ser determinada da fase de E_f, de modo que I_a possa ser decomposta em suas componentes de eixos d e q. O diagrama fasorial é mostrado na Fig. 6-27.

$$I_a = 0{,}80 - j0{,}60 = 1{,}00 \angle -36{,}9°$$

$$jI_a x_q = j(0{,}80 - j0{,}60)(0{,}60) = 0{,}36 + j0{,}48$$

$$V_t = \text{fasor referência} = 1{,}00 + j0$$

$$\text{Fasor soma} = E' = 1{,}36 + j0{,}48 = 1{,}44 \angle 19{,}4°$$

O ângulo $\delta = 19{,}4°$, e o ângulo de fase entre E_f e I_a é $36{,}9° + 19{,}4° = 56{,}3°$.

A corrente de armadura pode agora ser decomposta em suas componentes de eixos d e q. Seus módulos são

$$I_d = 1{,}00 \operatorname{sen} 56{,}3° = 0{,}832$$

$$I_q = 1{,}00 \cos 56{,}3° = 0{,}555$$

como fasores, $I_d = 0{,}832 \angle -90° + 19{,}4° = 0{,}832 \angle -70{,}6°$

$$I_q = 0{,}555 \angle 19{,}4°$$

Nós podemos agora encontrar E_f por soma numérica do comprimento

$$a'c = I_d(x_d - x_q)$$

com o módulo de E'; assim, o módulo da tensão de excitação é a soma algébrica

$$E_f = E' + I_d(x_d - x_q)$$
$$= 1{,}44 + (0{,}832)(0{,}40) = 1{,}77 \text{ por unidade}$$

Como fasor, $E_f = 1{,}77 \angle 19{,}4°$

Na teoria simplificada do Item 6-2, a máquina síncrona é considerada representável por uma única reatância, a reatância síncrona da Eq. 6-3. É legítima a dúvida, naturalmente, quanto à seriedade da aproximação envolvida, quando uma máquina de polos salientes é tratada neste modo simples. Suponha-se que a máquina de polos salientes das Figs. 6-26 e 6-27 fosse tratada pela teoria de rotor cilíndrico como se ela tivesse uma única reatância síncrona igual a seu valor de eixo direto x_d. Para as mesmas condições nos seus terminais, a queda na reatância síncrona $jI_a x_d$ seria o fasor $o'a''$, e a tensão de excitação equivalente seria E'_f como mostrado nestas figuras. Como ca'' é perpendicular a E_f, há pouca diferença em módulo entre o valor correto E_f e o valor aproximado E'_f para uma máquina excitada normalmente. Recalculando a tensão de excitação nesta base para o Exemplo 6-6 obtemos um valor de $1{,}79 \angle 26{,}6°$.

No que se refere às inter-relações entre tensão terminal, corrente de armadura, potência, e excitação, sobre a faixa de funcionamento normal, os efeitos de polos salientes usualmente são de menor importância, e tais características de uma máquina de polos salientes podem ser calculadas com exatidão satisfatória pela teoria simples para rotor cilíndrico. Somente quando a excitação é pequena, as diferenças entre a teoria de rotor cilíndrico e polos salientes tornar-se-ão importantes.

Há, entretanto, considerável diferença nos ângulos de fase de E_f e E'_f nas Figs. 6-26 e 6-27. Esta diferença é provocada pelo conjugado de relutância em uma máquina de polos salientes. Este efeito é examinado no item seguinte.

6-7 CARACTERÍSTICAS DE ÂNGULO DE CARGA DE MÁQUINAS DE POLOS SALIENTES

Limitaremos a discussão ao sistema simples mostrado no diagrama esquemático da Fig. 6-28*a* compreendendo uma máquina síncrona de polos salientes *MS* ligada a um barramento infinito de tensão E_e através de uma impedância em série de reatância x_e por fase. A resistência

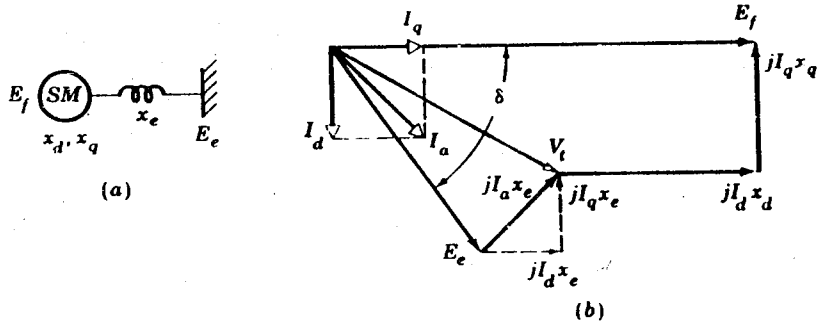


Fig. 6-28. Máquina síncrona de polos salientes e impedância série. (*a*) Diagrama unifilar, (*b*) diagrama fasorial.

será desprezada, porque usualmente ela é pequena. Considere-se a máquina síncrona funcionando como gerador. O diagrama fasorial é mostrado pelos fasores em linha cheia na Fig. 6-28*b*. Os fasores tracejados mostram a queda de tensão na reatância externa decomposta em componentes devidas a I_d e I_q. O efeito da impedância externa é meramente o de adicionar sua reatância às reatâncias da máquina; i.e., os valores total de reatância interpostos entre a tensão de excitação E_f e a tensão de barramento E_e são

$$x_d = x_d + x_e \tag{6-25}$$
$$x_q = x_q + x_e \tag{6-26}$$

Se a tensão do barramento E_e é decomposta em componentes $E_e \operatorname{sen}\delta$ e $E_e \cos\delta$ em fase com I_d e I_q, respectivamente, a potência P entregue ao barramento por fase é

$$P = I_d E_e \operatorname{sen}\delta + I_q E_e \cos\delta \tag{6-27}$$

Também, da Fig. 6-28*b*,

$$I_d = \frac{E_f - E_e \cos\delta}{X_d} \tag{6-28}$$

$$I_q = \frac{E_e \operatorname{sen}\delta}{X_q} \tag{6-29}$$

Substituindo as Eqs. 6-28 e 6-29 na Eq. 6-27 obtemos

$$P = \frac{E_f E_e}{X_d} \operatorname{sen}\delta + E_e^2 \frac{X_d - X_q}{2X_d X_q} \operatorname{sen} 2\delta \tag{6-30}$$

Esta característica de ângulo de carga é mostrada na Fig. 6-29. O primeiro termo é o mesmo da expressão obtida para uma máquina

de rotor cilíndrico. Este termo é simplesmente uma extensão dos conceitos básicos do Cap. 3 para incluir os efeitos de reatância série. O segundo termo introduz o efeito de polos salientes. Ele representa o fato de que a onda de fluxo de entreferro cria conjugado tendendo a alinhar os polos do campo na posição de mínima relutância. Este termo é a potência correspondente ao *conjugado de relutância* e é da mesma natureza geral do conjugado de relutância discutido no Item 2-6. Note-se que o conjugado de relutância é independente da excitação do campo. Note-se, também, que se $X_d = X_q$, como em uma máquina de entreferro uniforme, não há direção preferencial de magnetização, o conjugado de relutância é nulo, e a Eq. 6-30 se reduz à equação de ângulo de carga para uma máquina de rotor cilíndrico cuja reatância síncrona é X_d.

A Fig. 6-30 mostra uma família de características de ângulo de carga a vários valores de excitação e tensão terminal constante. Somente são mostrados valores positivos de δ. As curvas para valores negativos de δ são as mesmas exceto por uma inversão no sinal de P. Isto é, as regiões de funcionamento como gerador e motor são semelhantes, se os efeitos de resistência são desprezíveis. Para funcionamento de gerador, E_f se adianta em relação a E_e; para funcionamento como motor, E_f se atrasa em relação a E_e. O funcionamento em regime permanente é estável sobre a faixa onde a inclinação da característica de ângulo de carga é positiva. Devido ao conjugado de relutância, uma máquina

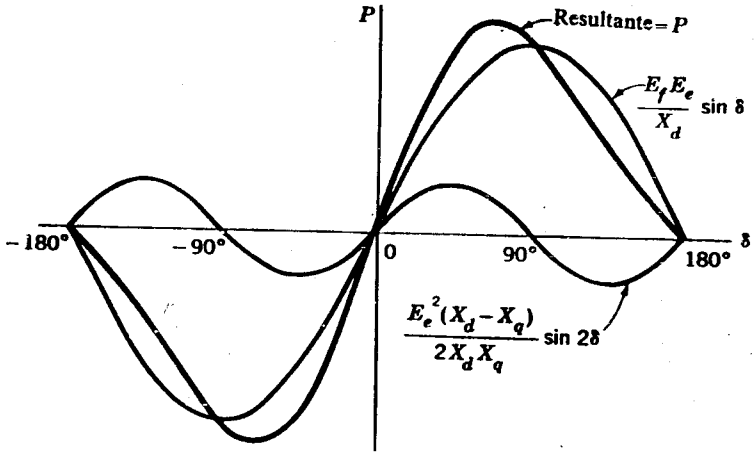


Fig. 6-29. Característica de ângulo de carga de uma máquina síncrona de polos salientes, mostrando a componente fundamental, devida à excitação do campo, e a componente de segunda harmônica, devida ao conjugado de relutância.

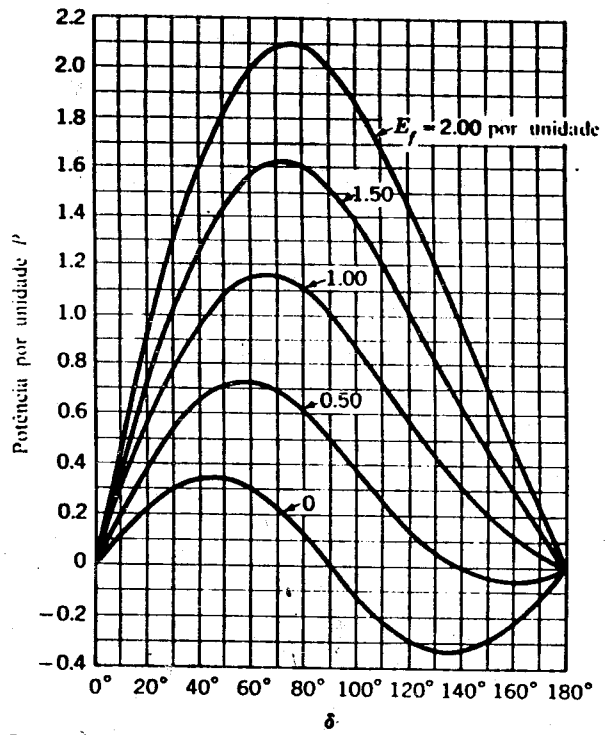


Fig. 6-30. Família de características de ângulo de carga para o sistema da Fig. 6-28 *a* com E_e = 1.00, R = 0, X_d = 1.00, X_q = 0.60

de polos salientes é mais "dura" do que uma com rotor cilíndrico i.e., para iguais tensões e iguais valores de X_d, uma máquina de polos salientes desenvolve um dado conjugado a um menor valor de δ, e o conjugado máximo que pode ser desenvolvido é um pouco maior.

A Eq. 6-30 contém seis grandezas – as duas variáveis P e δ, e os quatro parâmetros E_f, E_e, X_d e X_q. Para simplificar a notação, designaremos a potência máxima devida à excitação do campo por $P_{f\,max}$, e a potência máxima devida ao conjugado de relutância por $P_{r\,max}$. Então, a Eq. 6-30 pode ser expressa como

$$P = P_{f\,max} \operatorname{sen} \delta + P_{r\,max} \operatorname{sen} 2\delta \qquad (6\text{-}31)$$

Maior redução no número de parâmetros pode ser obtida dividindo-se, a Eq. 6-31 por $P_{f\,max}$; assim,

$$\frac{P}{P_{f\,max}} = \operatorname{sen} \delta + \frac{P_{r\,max}}{P_{f\,max}} \operatorname{sen} 2\delta \qquad (6\text{-}32)$$

A Eq. 6-32 está em forma normalizada. Ela aplica-se a todas as possíveis combinações de uma máquina síncrona e um sistema externo, como na Fig. 6-28*a*, desde que a resistência seja desprezível. Uma família de curvas pode ser obtida a partir da Eq. 6-32, como mostrado na Fig. 6-31. O valor máximo $P_m/P_{f\,max}$ da relação de potências e o ângulo $\delta_{max\,P}$ ao qual ocorre a potência máxima são mostrados como funções da relaçao de potência de relutância $P_{r\,max}/P_{f\,max}$ na Fig. 6-32. Estas curvas correspondem à linha tracejada indicando os pontos máximos nas curvas da Fig. 6-31. O uso destas curvas para cálculo dos limites de potência em regime permanente é ilustrado no Exemplo 6-7.

EXEMPLO 6-7

O motor síncrono de 2000 HP, fator de potência 1,0, trifásico, ligado em Y, 2300 volts, do Exemplo 6-5, tem reatâncias de $x_d = 1{,}95$ e $x_q = 1{,}40$ ohms por fase. Todas as perdas podem ser desprezadas.

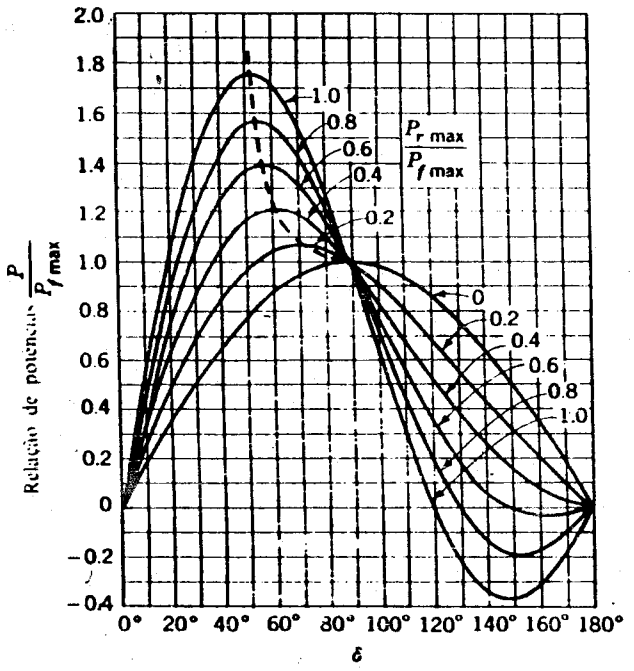


Fig. 6-31. Curvas normalizadas de ângulo de carga para o sistema da Fig. 5-28 *a* **com** $R = 0$

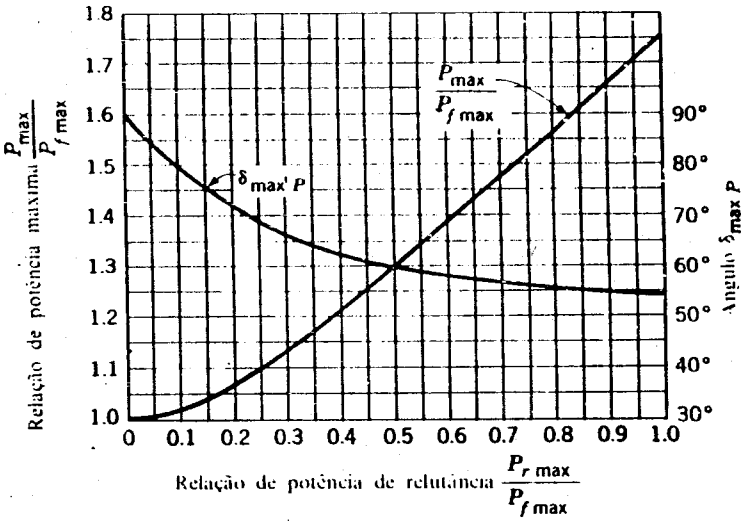


Fig. 6-32. Curvas normalizadas mostrando os efeitos do conjugado de relutância sobre os limites de potência em regime permanente

Calcular a potência mecânica máxima em kilowatts que este motor pode fornecer, se ele é alimentado por um barramento infinito (Fig. 6-33*a*) sob tensão e freqüência nominais, e se a excitação de campo é constante, no valor que resultaria em fator de potência 1,00 sob carga nominal. A carga no eixo aumenta gradualmente de modo que oscilações transitórias são desprezíveis, e vale o limite de potência de regime permanente. Incluir os efeitos de polos salientes.

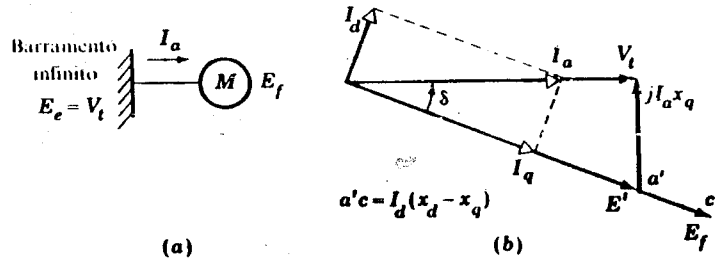


Fig. 6-33. (*a*) Diagrama unifilar e (*b*) diagrama fasorial para o motor do Exemplo 6-7.

Solução

O primeiro passo é o cálculo da excitação do motor síncrono sob tensão nominal, plena carga, fator de potência 1,0. Como no Exemplo 6-5, a tensão terminal e a corrente de plena carga são 1330 volts, tensão de fase, e 374 A por fase Y. O diagrama fasorial para as condições de plena carga especificadas é mostrado na Fig. 6-33*b*. A única diferença essencial entre este diagrama fasorial e o diagrama fasorial para gerador da Fig. 6-27 é que I_a na Fig. 6-33 representa corrente de entrada ao motor. A equação fasorial de tensões então, torna-se

$$E_f = V_t - jI_d x_d - jI_q x_q$$

Na Fig. 6-33*b*,

$$E' = V_t - jI_a x_q$$
$$= 1.330 + j0 - j(374)(1,40) = 1.429 \angle -21,5°$$

Isto é, o ângulo δ é 21,5°, com E_f atrasada em relação a V_t. O módulo de I_d é

$$I_d = I_a \operatorname{sen} \delta = (374)(0,367) = 137 \text{ ampères}$$

O módulo de E_f pode agora ser encontrado por soma numérica do comprimento $a'c = I_d(x_d - x_q)$ com módulo de E'; assim

$$E_f = E' + I_d(x_d - x_q)$$
$$= 1.429 + (137)(0,55) = 1.504 \text{ volts, tensão de fase}$$

Os valores máximos das componentes da potência, de excitação do campo e de conjugado de relutância, podem ser calculados agora. Das Eqs. 6-31 e 6-32,

$$P_{f\,max} = \frac{(1.504)(1.330)}{1,95} = 1.025 \times 10^3 \text{ watts por fase}$$

$$P_{r\,max} = \frac{(1.330)^2(0,55)}{2(1,95)(1,40)} = 178 \times 10^3 \text{ watts por fase}$$

donde

$$\frac{P_{r\,max}}{P_{f\,max}} = 0,174$$

Da Fig. 6-32, o valor correspondente da relação de potência máxima é

$$\frac{P_{max}}{P_{f\,max}} = 1,05$$

donde a potência máxima é

$$P_{max} = 1,05P_{f\,max} = (1,05)(1.025 \times 10^3) = 1.080 \text{ kW por fase}$$
$$= 3.240 \text{ kW para as 3 fases}$$

Compare com $P_{max} = 3090$ kW encontrado no Exemplo 6-5, onde os efeitos de polos salientes foram desprezados. O erro resultante, desprezando as saliências, é ligeiramente menor do que 5 por cento.

O efeito de polos salientes sobre o limite de potência aumenta conforme a relação de potência de relutância $P_{r\,max}/P_{f\,max}$ aumenta, como mostrado na Fig. 6-32. Para uma máquina excitada normalmente, o efeito de polos salientes usualmente chega a uns poucos por cento, no máximo. Somente com excitação baixa o conjugado de relutância se torna importante. Fora os casos de baixa excitação, ou quando são exigidos resultados excepcionalmente exatos, uma máquina de polos salientes usualmente pode ser tratada pela teoria simples válida para rotor cilíndrico.

6-8 GERADORES SÍNCRONOS INTERLIGADOS

Os geradores síncronos podem funcionar em paralelo e, de fato, os sistemas de fornecimento de eletricidade de países industrializados podem ter totais de até centenas de alternadores funcionando em paralelo, interligados por centenas de quilômetros de linhas de transmissão, e fornecendo energia elétrica a cargas espalhadas por áreas de centenas de milhares de quilômetros quadrados. Estes enormes sistemas têm crescido, apesar da necessidade de projetar o sistema de modo que o sincronismo seja mantido mesmo após perturbações, e dos problemas, técnicos e administrativos, que precisam ser resolvidos para coordenar a operação de um tal complexo sistema de máquinas e pessoal. As principais razões para estes sistemas interligados são a continuidade de serviço e economias no investimento em instalações e em custos operacionais.

Para ilustrar as características básicas de funcionamento em paralelo em escala simples, considere-se um sistema elementar compreendendo dois geradores trifásicos idênticos G_1 e G_2 com seus motores primários OP_1 e OP_2, suprindo potência a uma carga C, como mostrado no diagrama unifilar da Fig. 6-34. Suponha-se que o gerador G_1 está suprindo a carga a tensão e freqüência nominais, com o gerador G_2 desligado. O gerador G_2 pode ser posta em paralelo com

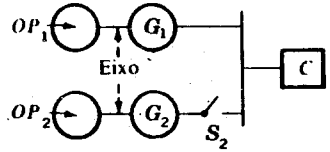


Fig. 6-34. Operação paralela de dois geradores síncronos.

G_1, acionando-o à velocidade síncrona, e ajustando o reostado de campo de modo que sua tensão iguale a do barramento. Se a freqüência da máquina que entra não for exatamente igual à do barramento, a fase entre a sua tensão e a do barramento variará a uma freqüência igual à diferença entre as freqüências das duas tensões – talvez uma fração de ciclo por segundo. A chave S_2 deverá ser fechada quando as duas tensões estiverem momentaneamente em fase e a tensão na chave for nula. Um dispositivo para indicar o momento apropriado é chamado *sincroscópio*. Depois que G_2 foi sincronizado desta maneira, cada máquina pode ser controlada para tomar sua parte da carga d potência ativa e reativa por ajustes apropriados das válvulas dos mo tores primários e dos reostatos de campo.

Em contraste com geradores de c.c., os geradores síncronos em paralelos precisam girar a exatamente a mesma velocidade de regime permanente (para o mesmo número de polos). Conseqüentemente, o modo no qual a potência ativa se divide entre eles depende quase inteiramente das características de velocidade-potência dos seus acionadores primários. Na Fig. 6-35, as linhas inclinadas cheias OP_1 e OP_2 representam as características de velocidade-potência dos dois motores primários, para abertura de válvulas constante. Todos os motores primários da prática têm características inclinadas de velocidade-potência,

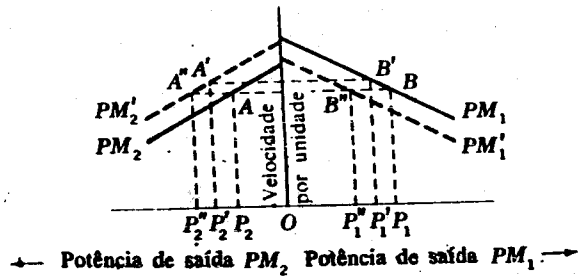


Fig. 6-35. Características de velocidade-potência dos órgãos primários.

isto é, a velocidade decresce com o aumento de potência. A carga total P_C é mostrada pela linha tracejada horizontal AB, para a qual as potências de saída dos geradores são P_1 e P_2 (sendo desprezadas as perdas). Agora, suponha-se que a abertura da válvula de OP_2 é aumentada, fazendo a translação de sua curva velocidade-potência para cima, na linha tracejada OP'_1. A linha pontilhada $A'B'$ agora representa a potência de carga. Note-se que a potência de saída do gerador 2 agora aumentou de P_2 para P'_2 enquanto a do gerador 1 decresceu de P_1 para P'_1. Ao mesmo tempo, a freqüência do sistema aumentou. A freqüência pode voltar ao normal com uma transferência adicional de carga do gerador 1 ao gerador 2 por fechamento da válvula do gerador 1, baixando sua curva de velocidade-potência até a linha pontilhada OP'_1. A potência de carga é agora representada por $A''B''$, e as potências de saída dos geradores são P'_1 e P''_2. Assim, a freqüência do sistema e a divisão de potência ativa entre os geradores pode ser controlada por meio das válvulas dos motores primários.

As mudanças na excitação afetam a tensão terminal e a distribuição de potência reativa. Por exemplo, sejam os dois geradores idênticos da Fig. 6-34 ajustados para dividir as cargas ativa e reativa igualmente. O diagrama fasorial é mostrado pelas linhas cheias na Fig. 6-36, onde V_t é a tensão terminal, I_C é a corrente de carga, I_a é a corrente de armadura em cada gerador, e E_f é a tensão de excitação. A queda na reatância síncrona em cada gerador é $jI_a x_s$, e as quedas nas resistências são desprezadas. Agora, suponha-se que a excitação do gerador 1 é aumentada. A tensão do barramento V_t aumentará. Ela pode voltar ao normal, se for diminuída a excitação do gerador 2. A condição final é mostrada pelos fasores pontilhados na Fig. 6-36. A tensão terminal, a corrente de carga, e o fator de potência da carga não mudaram.

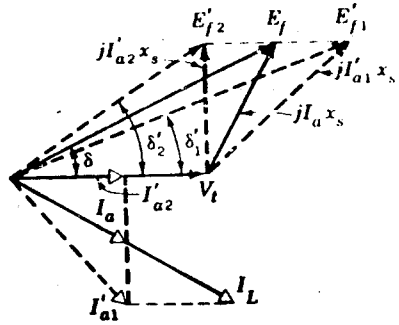


Fig. 6-36. Efeitos de mudança nas excitações de dois geradores síncronos em paralelo.

Desde que as válvulas dos motores primários não foram tocadas, a potência de saída e as componentes em fase das correntes de armadura dos geradores não foram mudadas. As tensões de excitação E_{f1} e E_{f2} foram deslocadas em fase de modo que $E_f \operatorname{sen} \delta$ permanece constante. O gerador com a excitação aumentada toma agora uma parte maior da potência reativa indutiva da carga. Para a condição mostrada pelos fasores pontilhados na Fig. 6-36, o gerador 1 está suprindo toda a potência reativa e o gerador 2 está funcionando a fator de potência unitário. Assim, a tensão terminal e a distribuição de potência reativa entre geradores podem ser controladas por meio dos reostatos de campo.

Usualmente as válvulas dos motores primários são controladas por reguladores de freqüência automáticos, de modo que a freqüência do sistema é mantida muito aproximadamente constante, e a potência é dividida apropriadamente entre os geradores. A tensão e o fluxo de potência reativa freqüentemente são regulados automaticamente por reguladores de tensão atuando sobre os circuitos de campo dos geradores, e por transformadores equipados com comutadores automáticos.

6-9 RESUMO

O quadro físico do funcionamento interno de uma máquina síncrona em termos de campos magnéticos girantes é bastante simples. É o do Item 3-5; interação dos campos componentes do rotor e estator quando os dois estão estacionários, um em relação ao outro. Para as máquinas de rotor cilíndrico e de polos salientes, os campos e fmms componentes, junto com as tensões e correntes associadas, podem ser representados em diagramas fasoriais semelhantes àqueles das Figs. 6-2*b* e 6-24. Os diagramas fasoriais, por sua vez, levam ao conceito das reatâncias síncronas x_s, x_d, e x_q. Estas reatâncias são deduzidas substituindo o efeito da onda girante de reação de armadura por reações magnetizantes x_φ ou $x_{\varphi d}$ e $x_{\varphi q}$.

A reatância síncrona não saturada x_s ou x_d pode ser calculada a partir dos resultados de um ensaio de circuito aberto e outro ensaio de curto-circuito. Estes métodos de ensaio são uma variação de uma técnica de ensaio aplicável não somente a máquinas síncronas, mas também a todo equipamento cujo comportamento pode ser aproximado por um circuito equivalente linear, e ao qual se aplica o teorema de Thévenin. Do ponto de vista do teorema de Thévenin, um ensaio de circuito aberto fornece a fem interna, e um ensaio de curto-circuito dá informações referentes à impedância interna. Do ponto de vista mais específico de maquinaria eletromagnética, um ensaio de circuito aberto

dá informações sobre excitação, perdas no ferro, e (para máquinas rotativas) perdas por atrito e ventilação, e um ensaio de curto-circuito fornece informações sobre as reações magnéticas da corrente de carga, impedâncias de dispersão, e perdas associadas à corrente de carga, como perdas no ferro e perdas suplementares. A única complicação real vem dos efeitos da não-linearidade magnética, efeitos que podem ser levados em conta aproximadamente, considerando a máquina equivalente a outra não saturada cuja característica de magnetização é a linha reta *Op* da Fig. 6-13, e cuja reatância síncrona é empiricamente ajustada para saturação, como na Eq. 6-7.

A determinação das características de regime permanente de máquinas síncronas, então, torna-se meramente um estudo de fluxo de potência através de uma impedância simples, com tensão constante, ou facilmente determinável, nos seus terminais. O estudo dos limites de potência máxima para sobrecargas momentâneas é simplesmente um caso especial das limitações sobre o fluxo de potência através de uma impedância indutiva. O fluxo de potência através de tal impedância pode ser expresso convenientemente em termos das tensões terminais de entrada e saída e dos ângulos de fase associados a estas tensões, como na Eq. 6-19 para uma máquina de rotor cilíndrico e 6-30 para uma máquina de polos salientes. Estas análises mostram que saliência tem efeito relativamente pequeno nas inter-relações entre excitação do campo, tensão terminal, corrente de armadura, e potência; mas as características de ângulo de carga são afetadas pela presença de uma componente de conjugado de relutância. Devido ao conjugado de relutância, uma máquina de polos salientes é mais "dura" do que outra com rotor cilíndrico.

PROBLEMAS

6-1. *a.* Desenhar diagramas de onda e de fasores semelhantes àqueles das Figs. 6-1 e 6-2, mas para um gerador síncrono com corrente de armadura adiantada em relação à tensão de excitação.

b. Desenhar um diagrama fasorial semelhante àquele das Figs. 6-3 e 6-4 mas para um motor síncrono com fator de potência capacitivo em relação à tensão de excitação.

6-2. Um gerador síncrono está suprindo potência a um grande sistema, com sua corrente de campo ajustada de modo que a corrente de armadura esteja atrasada relativamente à tensão terminal. A resistência e a reatância de dispersão da armadura podem ser desprezadas.

A corrente de campo é agora aumentada de 10 por cento, sem mudar o conjugado motor do motor primário. Qualitativamente, que mudanças ocorrem na potência de saída, no módulo e fase da corrente de armadura, e no módulo do ângulo de carga δ_{RF}? Explicar por meio de diagramas fasoriais, representando as ondas de fluxo e de fmm.

Se, em lugar de mudar a corrente de campo, o conjugado motor do acionador primário é aumentado de 10 por cento, que mudanças ocorrerão?

6-3. Um motor síncrono está funcionando a meia carga. Um aumento na excitação de campo produz um decréscimo na corrente de armadura. Antes do aumento, o motor estava fornecendo ou absorvendo potência reativa indutiva?

6-4. O ângulo de carga δ_{RF} de um motor síncrono sob tensão, freqüência e carga nominais, é de 30 graus elétricos. Desprezar os efeitos da resistência e da reatância de dispersão da armadura. Se a corrente de campo for constante, como será afetado o ângulo de carga pelas seguintes mudanças nas condições de funcionamento?

a. Freqüência reduzida de 10 por cento, conjugado de carga constante.
b. Freqüência reduzida de 10 por cento, potência de carga constante.
c. Freqüência e tensão aplicada reduzidas de 10 por cento, conjugado de carga constante.
d. Frequência e tensão aplicada reduzidas de 10 por cento, potência de carga constante.

6-5. Um motor de c.c. excitado em derivação é mecanicamente acoplado a um gerador síncrono trifásico de rotor cilíndrico. O motor de c.c. é ligado a uma fonte de c.c. de tensão constante, 230 volts, e o gerador de c.a. é ligado a uma fonte de tensão constante, 230 volts (tensão de linha), freqüência constante, trifásica. A máquina síncrona de 4 polos ligada em Y é especificada para 25 kVA, 230 volts, e tem uma reatância síncrona de 1,60 ohms por fase. A máquina de c.c. de 4 polos é especificada para 25 kW, 230 volts. Todas as perdas devem ser desprezadas.

a. Se as duas máquinas funcionam como um conjunto motor-gerador, recebendo potência da rede de c.c. e entregando potência à rede de c.a., qual é a tensão de excitação da máquina de c.a. em volts por fase (tensão de fase) quando ela fornece potência aparente nominal a fator de potência 1,00?

b. Deixando a corrente de campo da máquina de c.a. como na parte *a*, que ajuste pode ser feito para reduzir a transferência de potência (entre c.a. e c.c.) a zero? Sob esta condição de transferência nula, qual é a corrente de armadura da máquina de c.c.? Qual é a corrente de armadura da máquina de c.a.?
c. Deixando a corrente de campo da máquina de c.a. como nas partes *a* e *b*, que ajustes podem ser feitos para que 25 kW sejam tomados da rede de c.a. e entregues à rede de c.c.? Sob estas condições, qual é a corrente de armadura da máquina de c.c.? Quais são o módulo e a fase da corrente da máquina de c.a.?

As seguintes leituras foram tomadas dos resultados do ensaio de circuito aberto e do ensaio de curto-circuito em um turbogerador de 9375 kVA, trifásico, ligado em Y, 13 800 volts (tensão de linha), 2 polos, 60 Hz, movido à velocidade síncrona:

Corrente de campo	169	192
Corrente de armadura, ensaio de curto-circuito	392	446
Tensão de linha, característica de circuito aberto	13 000	13 800
Tensão de linha, linha de entreferro	15 400	17 500

A resistência de armadura é 0,064 ohm por fase. A reatância de dispersão de armadura é 0,10 por unidade, tomando-se os valores nominais do gerador como base.

a. Determinar o valor não saturado da reatância síncrona, em ohms por fase e também em por unidade.
b. Encontrar a relação de curto-circuito.

6-7. *a.* Calcular a corrente de campo exigida no gerador do Prob 6-6 sob tensão nominal, potência aparente de carga nominal, fator de potência 0,80 indutivo. Levar em conta a saturação em carga pelo método descrito no parágrafo relativo à Eq. 6-7.
b. Além dos dados fornecidos no Prob. 6-6, outros pontos na característica de circuito aberto são indicados abaixo:

Corrente de campo	200	250	300	350
Tensão de linha	14 100	15 200	16 000	16 600

Determinar a regulação de tensão para a carga da parte *a*. A *regulação de tensão* é definida como o aumento na tensão quando a carga é removida, a velocidade e a excitação do campo sendo mantidas constantes. É usualmente expressa como uma percentagem da tensão em carga.

6-8. Os dados relativos às perdas para o gerador do Prob. 6-6 são:

Perdas no ferro em circuito aberto, a 13 800 volts = 68 kW
Perdas de curto-circuito, a 392 A, 75°C = 50 kW
Atrito e ventilação = 87 kW
Resistência do enrolamento de campo a 75°C = 0,285 ohm

Calcular o rendimento em carga nominal, fator de potência 0,80, indutivo.

6-9. Um gerador síncrono trifásico é especificado a 12 000 kVA, 13 800 volts, fator de potência, 0,80, 60 Hz. Qual deveria ser sua especificação em kVA e tensão, a fator de potência 0,80 e 50 Hz, se as perdas no cobre do campo e armadura devem ser as mesmas que a 60 Hz? Se a regulação de tensão com carga nominal e 60 Hz é 18 por cento, qual será o valor da regulação de tensão com carga nominal para funcionamento a 50 Hz? O efeito da queda de tensão na resistência de armadura sobre a regulação pode ser desprezado.

6-10. Um motor síncrono de 150 cv, fator de potência 0,8, 2 300 volts, 38,0 A, 60 Hz, trifásico, tem uma excitatriz ligada diretamente, para suprir a corrente de campo. Para os objetivos deste problema, o rendimento da excitatriz pode ser admitido constante e igual a 80 por cento. O motor síncrono foi acionado em vazio por um circuito a 2300 volts, 60 Hz, com corrente de campo suprida pela excitatriz; ocasião em que foram obtidas as seguintes leituras:

Tensão de armadura entre terminais = 2300 volts
Corrente de armadura = 38,0 ampères por terminal
Potência trifásica de entrada = 13,7 kW
Corrente de campo = 20,0 ampères
Tensão aplicada ao campo = 300 volts

Quando o motor síncrono é carregado de modo que sua entrada seja 38,0 A com fator de potência 0,80 e 2300 volts entre terminais, a corrente de campo é de 17,3 A. Nestas condições, qual é o rendimento do motor síncrono, excluindo as perdas da excitatriz? Qual é a potência mecânica útil de saída, em cavalos-vapor?

6-11. Mostrar, a partir do diagrama fasorial de uma máquina síncrona com reatância síncrona constante x_s funcionando com tensão terminal constante V_t e tensão de excitação constante E_f, que o lugar geométrico da extremidade do fasor corrente de armadura é um círculo. Em um diagrama fasorial com tensão terminal escolhida como o fasor de referência, indicar a posição do centro deste círculo e determinar o raio. Expressar as coordenadas do centro e o raio do círculo em termos de V_t, E_f, e x_s.

6-12. Um gerador síncrono é ligado a um barramento infinito através de dois circuitos de transmissão trifásicos paralelos, cada um tendo uma reatância de 0,60 por unidade, incluindo transformadores de elevação e abaixamento em cada extremidade. A reatância síncrona do gerador (que pode ser considerado como tendo rotor cilíndrico) é de 0,90 por unidade. Todas as resistências são desprezíveis, e as reatâncias são expressas tendo como base os valores nominais do gerador. A tensão do barramento infinito é 1,00 por unidade.

a. A potência de saída e excitação do gerador são ajustadas de modo que ele fornece corrente nominal a fator de potência 1,0 em regime permanente. Calcular as tensões terminal e de excitação do gerador, a potência de saída e a potência reativa entregue ao barramento infinito.
b. A válvula do motor primário é agora ajustada de modo que não há transferência de potência entre o gerador e o barramento infinito. A corrente de campo do gerador é ajustada até que 0,50 por unidade de potência reativa indutiva seja fornecida ao barramento infinito. Nestas condições, calcular as tensões terminal e de excitação do gerador.
c. O sistema volta às condições de funcionamento da parte *a*. Um dos dois circuitos de transmissão paralelos é desligado por abertura dos disjuntores em suas extremidades. A excitação do gerador é mantida constante. O gerador permanecerá em sincronismo? Após comparar a transferência desejada de potência com a máxima potência nestas condições, pede-se dar uma opinião sobre a conveniência do sistema de transmissão.

6-13. Um motor síncrono de 1000 HP, 2300 volts, ligado em Y, trifásico, 60 Hz, 20 polos, tem uma reatância síncrona de 4,00 ohms por fase. Neste problema, pode ser usada a teoria para rotor cilíndrico, e todas as perdas podem ser desprezadas.

a. Este motor funciona alimentado por um barramento infinito supondo tensão nominal à freqüência nominal, e a excitação

de campo é ajustado de modo que o fator de potência é unitário quando a carga no eixo é tal que requer uma entrada de 800 kW. Se a carga no eixo é lentamente aumentada, com a excitação de campo mantida constante, determinar o conjugado máximo que o motor pode fornecer.

b. Em lugar do barramento infinito da parte *a*, suponha-se que a fonte de potência é um gerador síncrono de 1000 kVA, 2300 voltsW ligado em Y,cuja reatância síncrona é também 4,00 ohms por fase. A freqüência é mantida constante por um regulador e as excitações de campo do motor e do gerador são mantidas constantes, nos valores que resultam em tensão terminal nominal quando o motor absorve 800 kW a fator de potência unitário. Se a carga no eixo sobre o motor síncrono é lentamente aumentada, determinar o conjugado máximo. Determinar também a corrente de armadura, tensão terminal, e fator de potência nos terminais, correspondentes a esta carga máxima.

c. Determinar o conjugado máximo do motor, se, em lugar de permanecerem constantes como na parte *b*, as correntes de campo do gerador e do motor são lentamente aumentadas de modo a sempre manter a tensão terminal nominal e o fator de potência unitário, enquanto a carga no eixo é aumentada.

6-14. Desenhar o diagrama de fasores *dq* a regime permanente para um motor síncrono sobreexcitado (i.e., um motor cuja corrente de campo é suficientemente alta para que seja entregue ao sistema de suprimento, potência reativa indutiva. A partir deste diagrama fasorial demonstrar que o ângulo de carga δ entre os fasores de excitação e tensão terminal é dado por

$$\tan \delta = \frac{I_a x_q \cos \phi + I_a r_a \operatorname{sen} \phi}{V_t + I_a x_q \operatorname{sen} \phi - I_a r_a \cos \phi}$$

6-15. Que percentagem de sua saída nominal pode fornecer um motor síncrono de polos salientes, sem perda de sincronismo, quando a tensão aplicada for normal e a excitação de campo for nula, se $x_d = 0{,}80$ por unidade e $x_q = 0{,}50$ por unidade? Calcular a corrente de armadura por unidade, à máxima potência.

6-16. Um motor síncrono de polos salientes tem $x_d = 0{,}80$ e $x_q = 0{,}50$ por unidade. Ele está girando alimentado por um barramento infinito de $V_t = 1{,}00$ por unidade. Desprezar todas as perdas. Qual é a mínima excitação por unidade para a qual a máquina ficará em sincronismo, com conjugado de plena carga?

7

Motores de Indução, Regime Permanente

No motor de indução, a corrente alternada é fornecida ao enrolamento do estator diretamente, e ao enrolamento do rotor por indução a partir do estator. As correntes polifásicas equilibradas do estator e do rotor criam ondas de fmm componentes de estator e rotor de amplitude constante, girando no entreferro à velocidade síncrona e portanto estacionárias uma em relação à outra, independentemente da velocidade mecânica do rotor. A resultante destas fmms cria a onda resultante de indução magnética no entreferro. A interação entre a onda de fluxo e a onda de fmm do rotor dá origem ao conjugado. Todas as condições são preenchidas para a produção de um valor de conjugado de regime permanente a todas as velocidades diferentes da velocidade síncrona.

Os objetivos deste capítulo são o desenvolvimento de circuitos equivalentes para o motor de indução polifásico, para determinar os efeitos do motor sobre o circuito de alimentação, e também as características do próprio motor, e o estudo destes efeitos e características. A forma geral de circuito equivalente é sugerida pela semelhança entre a máquina de indução e um transformador.

7-1
ONDAS DE FLUXO E FMM EM MÁQUINAS DE INDUÇÃO

Quando o enrolamento de estator de uma máquina de indução polifásica é excitado por tensões polifásicas equilibradas, é produzido no entreferro um campo magnético girante, na maneira descrita no Item 3-4. O campo girante tem a velocidade síncrona dada pela Eq. 3-38. Para examinar as ondas de fluxo e fmm no entreferro, consideremos as condições existentes quando o rotor está girando a uma velocidade n correspondente a um escorregamento por unidade s. A componente espacial fundamental da onda resultante de fluxo no entreferro gira em relação ao rotor na velocidade de escorregamento, e induz fems de freqüência de escorregamento nos circuitos do rotor. Estas fems dão origem a correntes de freqüência de escorregamento nas fases ou barras curto-circuitadas do rotor. Com um rotor de gaiola, ou com um rotor enrolado para o mesmo número de polos do estator, as correntes de rotor na freqüência de escorregamento criam uma fmm cuja fundamental espacial também caminha à velocidade de escorregamento, em relação ao rotor. As ondas de fmm e indução magnética são assim estacionárias, uma relativamente à outra, e é produzido um conjugado de regime por interação destas. O módulo do conjugado depende do ângulo espacial entre as duas ondas (veja a Eq. 3-64).

a. Reação do Rotor

Para um rotor enrolado, a situação de fluxo-fmm pode ser vista com o auxílio da Fig. 7-1. Este esboço mostra um desenvolvimento de um enrolamento simples de rotor, 2 polos, trifásico, em um campo de 2 polos. Ele portanto está de acordo com a condição de que um rotor enrolado precisa ter o mesmo número de polos que o estator (embora o número de fases não precise ser o mesmo). A onda de indução magnética está-se movendo para a direita à velocidade de escorregamento em relação ao enrolamento. É mostrada na Fig. 7-1 na posição de tensão instantânea máxima na fase a.

Se a reatância de dispersão do rotor for muito pequena comparada com a resistência do rotor (o que é uma aproximação muito boa, no pequeno escorregamento correspondente ao funcionamento normal), a corrente da fase a também será máxima. Como mostrado no Item 3-4, a onda de fmm do rotor estará centrada na fase a. É assim mostrada na Fig. 7-1a. O ângulo de deslocamento do rotor, ou ângulo de carga δ, sob estas condições, está em seu valor ótimo de 90°.

Se a reatância de dispersão do rotor é apreciável, entretanto, a corrente da fase a se atrasa, em relação à tensão induzida, do ângulo do fator de potência ϕ_2 da impedância de dispersão. A corrente da fase a não será máxima até um instante correspondentemente mais

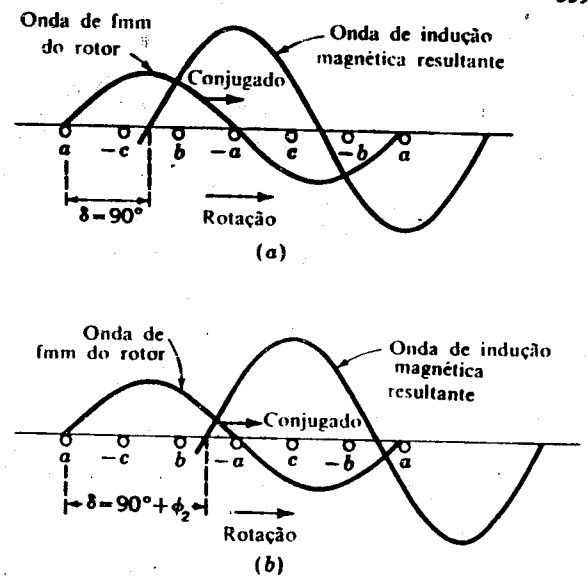


Fig. 7-1. Enrolamento desenvolvido de rotor de motor de indução, com as ondas de indução magnética e fmm em suas posições relativas para (*a*) reatância de dispersão do rotor nula e (*b*) não-nula.

tarde. A onda de fmm do rotor então não estará centrada na fase a até que a onda de fluxo tenha caminhado ϕ_2 graus adiante no entreferro, como mostrado na Fig. 7-1b. O ângulo δ é agora $90° + \phi_2$. Em geral, portanto, o ângulo de carga de um motor de indução é

$$\delta = 90° + \phi_2 \tag{7-1}$$

Ele se afasta do valor ótimo pelo ângulo do fator de potência da impedância de dispersão do rotor à freqüência de escorregamento. O conjugado eletromagnético do rotor é dirigido em direção à direita na Fig. 7-1, ou na direção da onda de fluxo girante.

O quadro correspondente para um rotor de gaiola é dado na Fig. 7-2. Um rotor de 16 barras, colocado em um campo de 2 polos, é mostrado em forma desenvolvida. Para simplicidade de desenho, foi escolhido somente um número relativamente pequeno de barras de rotor e este número é um múltiplo inteiro do número de polos, uma escolha normalmente evitada a fim de evitar efeitos de harmônicas prejudiciais. Na Fig. 7-2a, a onda senoidal de indução magnéticas induz uma tensão em cada barra, que tem um valor instantâneo indicado pelas linhas cheias verticais. Num instante um pouco mais tarde, as correntes nas barras tomam os valores instantâneos indicados pelas linhas cheias

verticais na Fig. 7-2*b*, o atraso no tempo sendo o ângulo do fator de potência do rotor ϕ_2. Neste intervalo de tempo, a onda de indução magnética caminhou, na direção de rotação relativamente ao rotor, de um ângulo espacial ϕ_2, e está então na posição mostrada na Fig. 7-2*b*. A onda de fmm de rotor correspondente é mostrada pela onda em degraus da Fig. 7-2*c*. A componente fundamental é mostrada pela senóide tracejada e a onda de indução magnética pela senóide de traço cheio. O estudo destas figuras confirma o princípio geral de que o número de polos do rotor em um rotor de gaiola é determinado pela onda de fluxo indutora.

b. Grandezas do rotor relativamente ao estator

Vimos que, no que se refere a componentes fundamentais, os rotores de gaiola e enrolado reagem produzindo uma onda de fmm tendo o mesmo número de polos que a onda de fluxo indutora, caminhando à mesma velocidade que a onda de fluxo, e com um ângulo de carga 90° maior do que o ângulo de fator de potência do rotor. A reação da onda de fmm do rotor sobre o estator requer uma componente de corrente de estator e assim habilita o estator a absorver da linha a potência necessária para manter o conjugado criado pela interação entre as ondas de fluxo e fmm. O único modo pelo qual o estator conhece o que está acontecendo é através das ondas de fluxo de entreferro e fmm do rotor. Conseqüentemente, se o rotor fosse substituído por outro tendo a mesma fmm e mesmo fator de potência na mesma velocidade, o estator seria incapaz de detetar a mudança. Tal substituição leva à idéia de referir as quantidades do rotor ao estator, uma idéia que é de grande valor em traduzir considerações de fluxo-fmm a um circuito equivalente para o motor.

Considere-se, por exemplo, um rotor enrolado com o mesmo número de polos e fases que o estator. O número de espiras efetivas por fase no enrolamento de estator é a vezes o número correspondente no enrolamento do rotor. Compare-se o efeito magnético deste rotor com o de um rotor magneticamente equivalente, tendo o mesmo número de espiras que o estator. Para o mesmo fluxo e velocidade, a relação entre a tensão E_{rotor} induzida no rotor real e a tensão E_{2e} induzida no rotor equivalente é

$$E_{2e} = aE_{rotor} \tag{7-2}$$

Se os rotores devem ser magneticamente equivalentes, seus ampère-espiras precisam ser iguais; e a relação entre a corrente de rotor real I_{rotor} e a corrente I_{2e} no rotor equivalente deve ser

$$I_{2e} = \frac{I_{rotor}}{a} \tag{7-3}$$

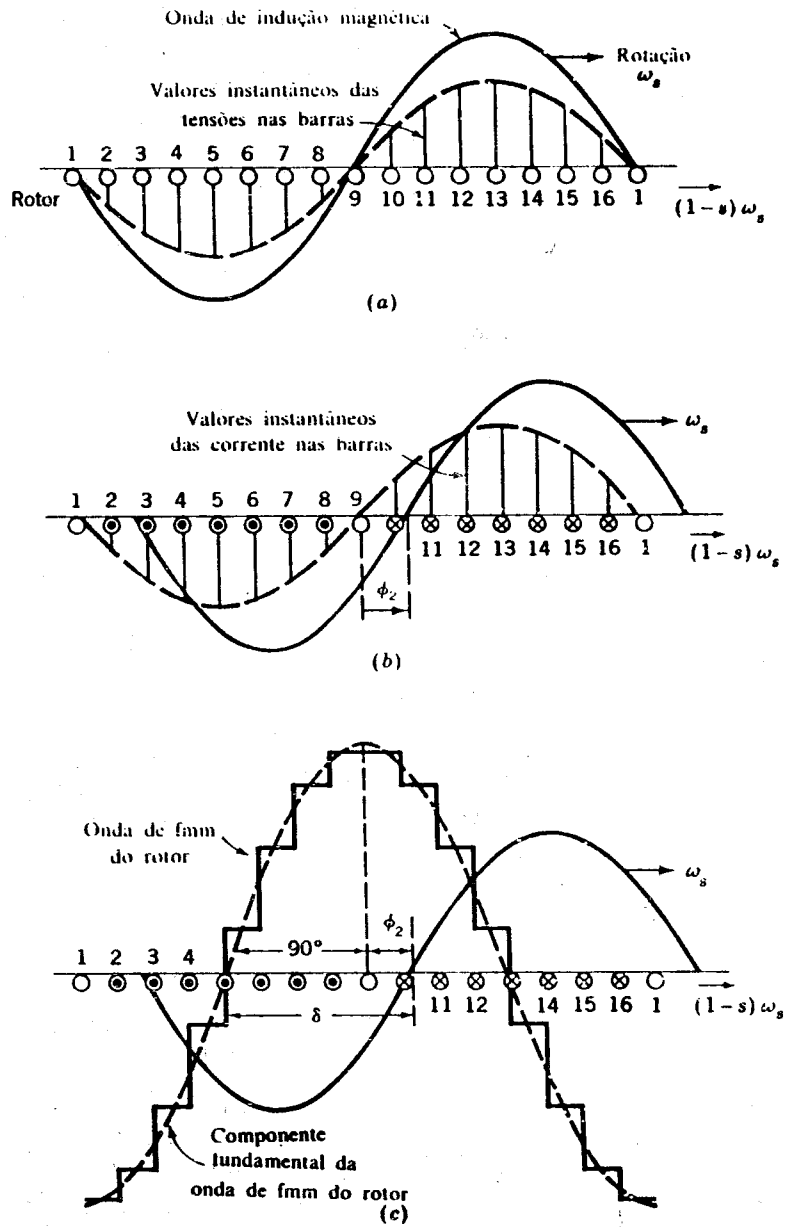


Fig. 7-2. Reações de um rotor em gaiola em um campo de 2 polos

Conseqüentemente, a relação entre a impedância de dispersão à freqüência de escorregamento Z_{2e} do rotor equivalente e a impedância de dispersão à freqüência de escorregamento Z_{rotor} do rotor real deve ser

$$Z_{2e} = \frac{E_{2e}}{I_{2e}} = \frac{a^2 E_{rotor}}{I_{rotor}} = a^2 Z_{rotor} \tag{7-4}$$

As tensões, correntes, e impedâncias no rotor equivalente são definidas como seus valores *referidos ao estator*. O processo de raciocínio é essencialmente semelhante àquele utilizado em referir quantidades secundárias ao primário na teoria de transformadores estáticos (Itens 1-6 e 1-7). O fator de conversão é a relação entre os números das espiras efetivas, e é o mesmo, em essência, que na teoria de transformadores.

Os fatores de conversão precisam, naturalmente, ser conhecidos, quando alguém está interessado especificamente no que está acontecendo nos circuitos reais do rotor. Do ponto de vista do estator, entretanto, os efeitos refletidos do rotor mostram-se em termos das grandezas convertidas, e a teoria dos rotores enrolado e de gaiola pode ser formulada em termos do rotor referido ao estator. Nós suporemos, portanto, que as constantes do rotor referidas ao estator são conhecidas.

Como o rotor está curto-circuitado, a relação fasorial entre a fem à freqüência de escorregamento E_{2e} gerada na fase de referência do rotor referido ao estator, e a corrente I_{2e} nesta fase, é

$$\frac{E_{2e}}{I_{2e}} = Z_{2e} = r_2 + jsx_2 \tag{7-5}$$

onde Z_{2e} é a impedância de dispersão do rotor por fase à freqüência de escorregamento, referida ao estator, r_2 a resistência efetiva referida ao estator, e sx_2 a reatância de dispersão referida ao estator, à freqüência de escorregamento. A reatância é expressa deste modo porque é proporcional à freqüência do rotor e portanto ao escorregamento. Assim, x_2 é definida como o valor que a reatância de dispersão do rotor referida ao estator teria na freqüência de estator. O circuito equivalente na freqüência de escorregamento, para uma fase do rotor referido ao estator, é mostrado na Fig. 7-3.

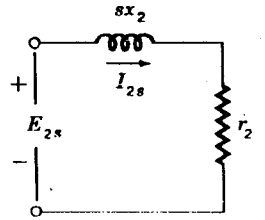


Fig. 7-3. Circuito equivalente do rotor para um motor de indução polifásico.

7-2 O CIRCUITO EQUIVALENTE

As considerações precedentes sobre as ondas de fluxo e fmm dão origem ao circuito equivalente em regime permanente, para a máquina. Somente são consideradas máquinas com enrolamentos polifásicos simétricos excitados por tensões polifásicas equilibradas. Como em muitas outras discussões de dispositivos polifásicos, pode ser útil pensar em máquinas trifásicas como ligadas em Y, de modo que correntes são sempre valores de linha e as tensões sempre valores de fase.

Inicialmente vamos considerar as condições no estator. A onda de fluxo no entreferro, girando sincronamente, gera fcems polifásicas simétricas nas fases do estator. A tensão terminal do estator difere da fcem pela queda de tensão na impedância de dispersão do estator, sendo a relação fasorial para a fase sob consideração

$$V_1 = E_1 + I_1(r_1 + jx_1) \tag{7-6}$$

onde V_1 é a tensão terminal do estator, E_1 é a fcem gerada pelo fluxo de entreferro resultante, I_1 é a corrente de estator, r_1 é a resistência efetiva do estator, e x^1 é a reatância de dispersão do estator. As direções positivas são mostradas no circuito equivalente da Fig. 7-4.

O fluxo de entreferro resultante é criado pelas fmms combinadas das correntes de estator e rotor. Justamente como na analogia de transformadores, a corrente de estator pode ser decomposta em duas componentes, uma componente de carga e uma componente de excitação. A componente de carga I_2 produz uma fmm que contrabalança exatamente a fmm da corrente de rotor. A componente de excitação I_φ é a corrente de estator adicional, necessária para criar o fluxo de entreferro resultante, e é uma função da fem E_1. A corrente de excitação pode ser decomposta em uma componente de perdas no ferro $I_{\varphi e}$ em fase com E_1, e uma componente de magnetização I_m atrasada de 90° relativamente a E_1. No circuito equivalente, a corrente de excitação pode ser levada em conta por meio de um ramo paralelo, formado pela condutância de perdas no

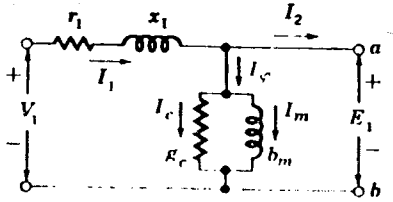


Fig. 7-4. Circuito equivalente do estator para um motor de indução polifásico.

ferro $g_{\varphi e}$ e a susceptância de magnetização b_m em paralelo, ligadas através de E_1, como na Fig. 7-4. Tanto $g_{\varphi e}$ como b_m são usualmente determinadas à freqüência nominal de estator e para um valor de E_1 próximo ao valor esperado de funcionamento; supõe-se, então, que elas permanecem constantes para os pequenos afastamentos deste valor associados ao funcionamento normal do motor.

Até aqui, o circuito equivalente que representa os fenômenos do estator é exatamente como aquele para o primário de um transformador. Para completar o circuito, precisam ser incorporados os efeitos do rotor. Isto é feito considerando as tensões e correntes de estator e rotor em termos de grandezas do rotor referidas ao estator.

O estator vê uma onda de fluxo e uma onda de fmm girando à velocidade síncrona. A onda de fluxo induz a tensão de rotor na freqüência de escorregamento E_{2e} e a fcem de estator E_1. Se não fosse pelo efeito da velocidade, a tensão de rotor referida ao estator seria igual à tensão do estator, desde que o enrolamento do rotor referido ao estator é idêntico ao enrolamento do estator. Devido à velocidade relativa entre a onda de fluxo e o rotor ser s vezes a velocidade relativamente ao estator, a relação entre os valores efetivos das fems de estator e rotor é

$$E_{2e} = sE_1 \tag{7-7}$$

A onda de fmm do rotor opõe-se à fmm da componente de carga I_2 da corrente de estator e, portanto, para valores eficazes,

$$I_{2e} = I_2 \tag{7-8}$$

Dividindo a Eq. 7-7 pela Eq. 7-8 temos:

$$\frac{E_{2e}}{I_{2e}} = \frac{sE_1}{I_2} \tag{7-9}$$

Além disso, a onda de fmm criada pela corrente de carga do estator I_2 deve estar deslocada, no espaço, da onda de fluxo resultante, pelo mesmo ângulo espacial que existe entre a onda de fmm do rotor e a onda de fluxo resultante, isto é, o ângulo de carga δ. O ângulo de fase no tempo entre a tensão do estator E_1 e a corrente de carga do estator I_2, portanto, deve ser igual ao ângulo no tempo correspondente para o rotor, isto é, o ângulo do fator de potência do rotor ϕ_2. O fato de que as fmms do rotor e estator estão em oposição é levado em conta uma vez que a corrente de rotor I_{2e} é criada pela fem de rotor E_{2e}, enquanto a corrente de estator I_2 está fluindo contra a fcem do estator E_1. Portanto a Eq. 7-9 é verdadeira não somente para valores eficazes, mas também em sentido fasorial. Substituindo a Eq. 7-5 no equivalente

fasorial da Eq. 7-9, temos

$$\frac{sE_1}{I_2} = \frac{E_{2e}}{I_{2e}} = r_2 + jsx_2 \tag{7-10}$$

Dividindo por s resulta:

$$\frac{E_1}{I_2} = \frac{r_2}{s} + jx_2 \tag{7-11}$$

Isto é, o estator vê condições magnéticas no entreferro que resultam na fcem E_1 no estator e na corrente de carga I_2 no estator, e pela Eq. 7-11, estas condições são idênticas ao resultado de ligar uma impedância $(r_2/s) + jx_2$ nos terminais de E_1. Conseqüentemente, o efeito do rotor pode ser incorporado ao circuito equivalente da Fig. 7-4 por esta impedância ligada através dos terminais *ab*. O resultado final é mostrado na Fig. 7-5. O efeito combinado de carga no eixo e resistência do rotor aparece como uma resistência refletida r_2/s, função do escorregamento e portanto da carga mecânica. A corrente na impedância refletida do rotor é igual à componente de carga I_2 da corrente de estator; a tensão através desta impedância é igual à fem de estator E_1. Deve ser notado que, quando as correntes e tensões de rotor são refletidas no estator, sua freqüência é também mudada, para a freqüência do estator. Todos os fenômenos elétricos no rotor, quando vistos do estator, tornam-se fenômenos na freqüência do estator, porque o enrolamento do estator simplesmente vê ondas de fmm e fluxo caminhando à velocidade síncrona.

7-3 ANÁLISE DO CIRCUITO EQUIVALENTE

Entre os aspectos importantes de desempenho em regime permanente estão as variações de corrente, velocidade, e perdas, em função do conjugado de carga, o conjugado de partida, e o conjugado máximo. Todas estas características podem ser determinadas do circuito equivalente.

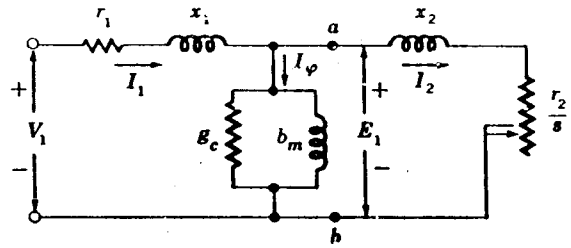


Fig. 7-5 Circuito equivalente para um motor de indução polifásico.

O circuito equivalente mostra que a potência total P_{g1} transferida através do entreferro a partir do estator é

$$P_{g1} = q_1 I_2^2 \frac{r_2}{s} \tag{7-12}$$

onde q_1 é o número de fases do estator. A perda total no cobre do rotor é, evidentemente,

$$\text{Perdas no cobre do rotor} = q_1 I_2^2 r_2 \tag{7-13}$$

A potência mecânica interna P desenvolvida pelo motor é, portanto,

$$P = P_{g1} - \text{perdas no cobre do rotor} = q_1 I_2^2 \frac{r_2}{s} - q_1 I_2^2 r_2 \tag{7-14}$$

$$= q_1 I_2^2 r_2 \frac{1-s}{s} \tag{7-15}$$

$$= (1-s) P_{g1}$$

Vemos então que, da potência total entregue ao rotor, a fração $1-s$ é convertida em potência mecânica, e a fração s é dissipada como perda no cobre do circuito do rotor. Disto é evidente que um motor de indução funcionando com alto escorregamento é um dispositivo de baixo rendimento. Para ressaltar os aspectos de potência, o circuito equivalente é freqüentemente redesenhado na maneira da Fig. 7-6. A potência mecânica interna por fase do estator é igual à potência absorvida pela resistência $r_2(1-s)/s$.

O conjugado eletromagnético interno T correspondente à potência interna P pode ser obtido lembrando que a potência mecânica é igual a conjugado vezes velocidade angular. Assim, quando ω_s é a velocidade angular síncrona do rotor em radianos mecânicos por segundo,

$$P = (1-s)\omega_s T \tag{7-17}$$

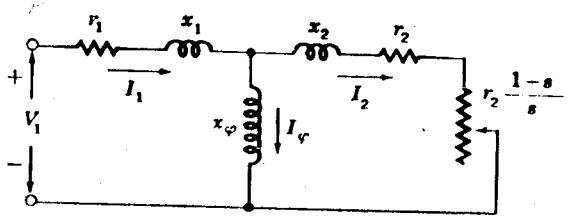


Fig. 7-6 Forma alternativa do circuito equivalente

com T em newton-metros. Pela da Eq. 7-15,

$$T = \frac{1}{\omega_s} q_1 I_2^2 \frac{r_2}{s} \tag{7-18}$$

com a velocidade angular síncrona ω_s dada por

$$\omega_s = \frac{4\pi f}{\text{polos}} \tag{7-19}$$

O conjugado T e a potência P não são ainda os valores de saída disponíveis no eixo, pois não foram levados em conta os atritos, ventilação, e perdas suplementares. É obviamente correto subtrair os efeitos de atritos e ventilação de T e P, e geralmente supõe-se também que os efeitos das perdas suplementares podem ser subtraídos da mesma maneira. O saldo final é disponível em forma mecânica no eixo, para trabalho útil.

Na teoria dos transformadores estáticos, a análise do circuito equivalente é simplificada freqüentemente, desprezando inteiramente o ramo de excitação, ou adotando a aproximação de movê-lo para fora, diretamente nos terminais do primário. Tais aproximações não são permitidas para o motor de indução sob condições normais, porque a presença do entreferro obriga a uma corrente de excitação muito mais alta — 30 a 50 por cento da corrente de plena carga — e porque as reatâncias de dispersão são também necessariamente mais altas. Pode-se fazer alguma simplificação no circuito equivalente do motor de indução se se omitir a condutância paralela $g_{\varphi c}$ e se deduzirem as perdas no ferro, os efeitos de atritos, ventilação, e perdas suplementares de T ou P. O circuito equivalente então torna-se o da Fig. 7-7*a* ou *b*, e o erro introduzido é desprezível. Tal procedimento também tem uma vantagem durante o ensaio do motor, pois as perdas no ferro em vazio não precisam ser separadas dos atritos e ventilação. Estes últimos circuitos serão usados nas discussões subseqüentes.

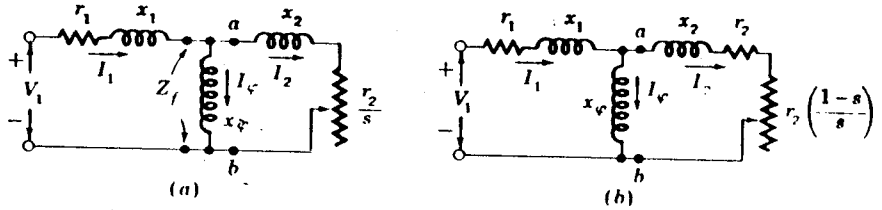


Fig. 7-7 Circuitos equivalentes

EXEMPLO 7-1

Um motor de indução trifásico, ligado em Y, 220 volts (tensão de linha), 10 hp, 60 Hz, 6 polos, tem as seguintes constantes em ohms por fase, referidas ao estator:

$$r_1 = 0{,}294 \quad r_2 = 0{,}144$$
$$x_1 = 0{,}503 \quad x_2 = 0{,}209 \quad x_\varphi = 13{,}25$$

As perdas totais por atrito, ventilação e no ferro podem ser consideradas constantes, valendo 403 watts, independentemente da carga.

Para um escorregamento de 2,00 por cento, calcular a velocidade, o conjugado e a potência de saída, a corrente de estator, o fator de potência e o rendimento, quando o motor funciona com tensão e freqüência nominais.

Solução

A impedância Z_f (Fig. 7-7*a*) representa fisicamente a impedância por fase apresentada ao estator pelo campo de entreferro, incluindo efeito refletido do rotor e o efeito da corrente de excitação. Da Fig. 7-7*a*,

$$Z_f = R_f + jX_f = \frac{r_2}{s} + jx_2 \text{ em paralelo com } jx_\varphi$$

Após substituição de valores numéricos temos, para $s = 0{,}0200$,

$$R_f + jX_f = 5{,}41 + j3{,}11$$
$$r_1 + jx_1 = 0{,}29 + j0{,}50$$
$$\text{Soma} = 5{,}70 + j3{,}61 = 6{,}75 \angle 32{,}4° \text{ ohms}$$

$$\text{Tensão de fase aplicada} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ volts}$$

$$\text{Corrente de estator } I_1 = \frac{127}{6{,}75} = 18{,}8 \text{ ampères}$$

$$\text{Fator de potência} = \cos 32{,}4° = 0{,}844$$

$$\text{Velocidade síncrona} = \frac{2f}{p} = \frac{120}{6} = 20 \text{ rev/s, ou } 1200 \text{ rpm}$$

$$\omega_s = 2\pi(20) = 125{,}6 \text{ rad/s}$$

$$\text{Velocidade do rotor} = (1 - s) \times (\text{velocidade síncrona})$$
$$= (0{,}98)(1200) = 1176 \text{ rpm}$$

Da Eq. 7-12,

$$P_{g1} = q_1 I_2^2 \frac{r_2}{s} = q_1 I_1^2 R_f$$
$$= (3)(18{,}8)^2 (5{,}41) = 5.740 \text{ watts}$$

Das Eqs. 7-12 e 7-15, a potência mecânica interna é

$$P = (0{,}98)(5740) = 5630 \text{ watts}$$

Deduzindo as perdas de 403 watts dá

$$\text{Potência de saída} = 5630 - 403 = 5230 \text{ watts, ou } 7{,}00 \text{ hp}$$

$$\text{Conjugado de saída} = \frac{\text{potência de saída}}{\omega_{rotor}} =$$
$$= \frac{5230}{(0{,}98)(125{,}6)} = 42{,}5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

O rendimento é calculado a partir das perdas.

Perdas totais no cobre do estator $= (3)(18{,}8)^2(0{,}294) =$	312 watts
Perdas no cobre do rotor (da Eq. 7-13) $= (0{,}0200)(5740) =$	115 watts
Perdas por atrito, ventilação e no ferro	= 403 watts
Perdas totais	= 830 watts
Saída	= 5230
Entrada	= 6060 watts

$$\frac{\text{Perdas}}{\text{Entrada}} = \frac{830}{6060} = 0{,}137 \qquad \text{Rendimento} = 1{,}000 - 0{,}137 = 0{,}863$$

As características completas de desempenho do motor podem ser determinadas por repetição destes cálculos para outros valores de escorregamento.

7-4 CONJUGADO E POTÊNCIA PELO USO DO TEOREMA DE THÉVENIN

Quando se querem ressaltar as relações de conjugado e potência a aplicação do teorema de Thévenin ao circuito equivalente do motor de indução resulta em considerável simplificação.

Em sua forma geral, o teorema de Thévenin permite a substituição de qualquer rede de elementos de circuito lineares e fontes de tensão fasorial constante, vista dos dois terminais *a* e *b* na Fig. 7-8*a*, por uma única fonte de tensão fasorial E em série com uma única impedância Z (Fig. 7-8*b*). A tensão E é a que aparece nos terminais *a* e *b* da rede original quando estes terminais estão em circuito aberto; a impedância Z é aquela vista dos mesmos terminais quando todas as fontes de tensão dentro da rede estão curto-circuitadas. Para aplicação ao circuito equivalente do motor de indução, os pontos *a* e *b* são tomados como aqueles assim designados na Fig. 7-7*a* e *b*. O circuito equivalente, então, supõe as formas dadas na Fig. 7-9. No que se refere aos fenômenos à direita

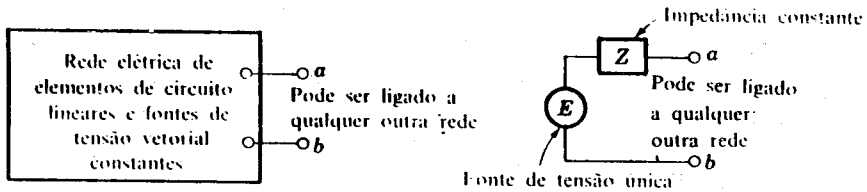


Fig. 7-8 (*a*) Rede linear geral e (*b*) seu equivalente aos terminais *ab* pelo teorema de Thévenin

dos pontos *a* e *b*, os circuitos das Figs. 7-7 e 7-9 são idênticos quando a tensão V_{1a} e a impedância $R_1 + jX_1$ têm os valores apropriados. De acordo com o teorema de Thévenin, a tensão de fonte equivalente V_{1a} é a tensão que apareceria através dos terminais *a* e *b* da Fig. 7-7 com os circuitos do rotor abertos e é

$$V_{1a} = V_1 - I_0(r_1 + jx_1) = V_1 \frac{jx_\varphi}{r_1 + jx_{11}} \tag{7-20}$$

onde I_0 é a corrente de excitação sob carga nula e

$$x_{11} = x_1 + x_\varphi \tag{7-21}$$

é a auto-reatância do estator por fase e aproximadamente iguala a componente reativa da impedância do motor sob carga nula. Para a maioria dos motores de indução, resulta erro desprezível ao desprezar a resistência do estator na Eq. 7-20. A impedância de estator equivalente de Thévenin $R_1 + jX_1$ é a impedância entre os terminais *a* e *b* da Fig. 7-7, vistos em direção à fonte, com a fonte de tensão curto-circuitada, e portanto é

$$R_1 + jX_1 = r_1 + jx_1 \quad \text{em paralelo com } jx_\varphi \tag{7-22}$$

Do circuito equivalente de Thévenin (Fig. 7-9) e da expressão de

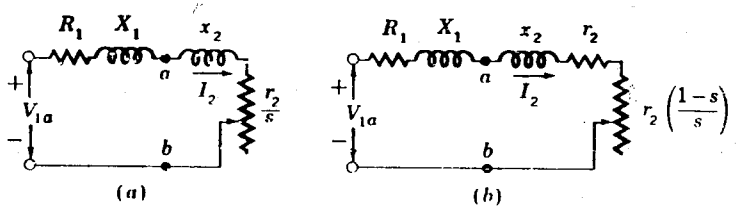


Fig. 7-9 Circuitos equivalentes do motor de indução simplificados pelo teorema de Thévenin

conjugado (Eq. 7-18) pode ser visto que

$$T = \frac{1}{\omega_s} \frac{q_1 V_{1a}^2 (r_2/s)}{(R_1 + r_2/s)^2 + (X_1 + x_2)^2} \tag{7-23}$$

A forma geral da curva de conjugado-velocidade, ou conjugado-escorregamento, é mostrada na Fig. 7-10. São mostradas a região de funcionamento como motor ($s > 0$) e a região de funcionamento como gerador ($s < 0$).

As curvas da componente de carga da corrente de estator I_2, do conjugado interno T, e da potência interna P, em função do escorregamento, são mostradas na Fig. 7-11. Os dados para estas curvas são calculados no Exemplo 7-2. As condições de partida são aquelas para $s = 1$. A fim de, fisicamente, obter funcionamento na região de s maior do que 1, o motor precisa ser acionado para trás, contra a direção de rotação do seu campo magnético, por uma fonte de potência mecânica capaz de vencer o conjugado interno T. A principal utilidade prática desta região está em parada rápida de motores por um método chamado *frenagem por inversão de fases*. Com a troca de dois terminais do estator em um motor trifásico, a seqüência de fases, e portanto a direção de

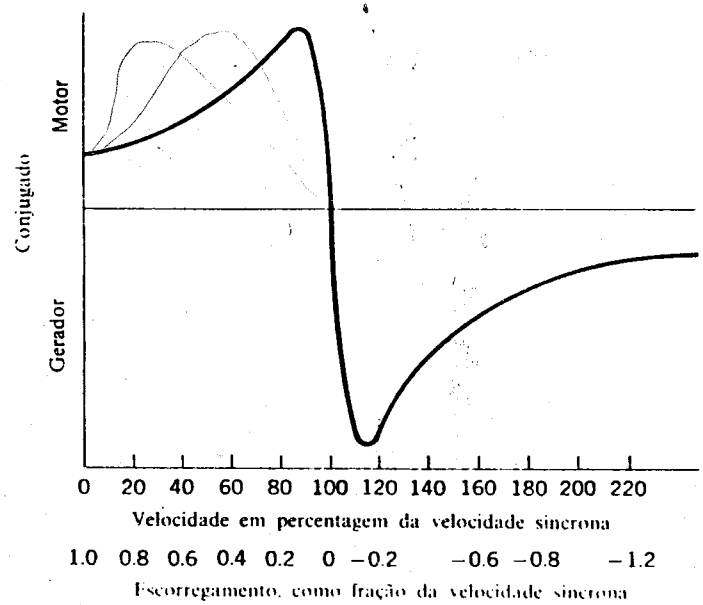


Fig. 7-10 Curva de conjugado-escorregamento de máquina de indução nas regiões de funcionamento como motor e como gerador

rotação do campo magnético, é invertida subitamente; o motor pára sob a influência do conjugado T e é desligado da linha antes de partir na outra direção. Conseqüentemente, a região de $s = 1{,}0$ a $s = 2{,}0$ é chamada a *região de frenagem*, na Fig. 7-11.

O conjugado interno máximo T_{max} e a máxima potência interna P_{max}, indicados na Fig. 7-11, podem ser obtidos por considerações de circuito. Note-se que o conjugado máximo e a potência máxima não ocorrem à mesma velocidade. O conjugado interno é máximo quando a potência entregue a r_2/s na Fig. 7-9*a* é máxima. Ora, pelo princípio familiar de casamento de impedâncias da teoria de circuitos, esta potência será máxima quando a impedância de r_2/s for igual ao módulo da impedância entre ela e a tensão constante V_{1a}, ou a um valor $s_{max\,T}$ de escorregamento para o qual

$$\frac{r_2}{s_{max\,T}} = \sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2)^2} \tag{7-24}$$

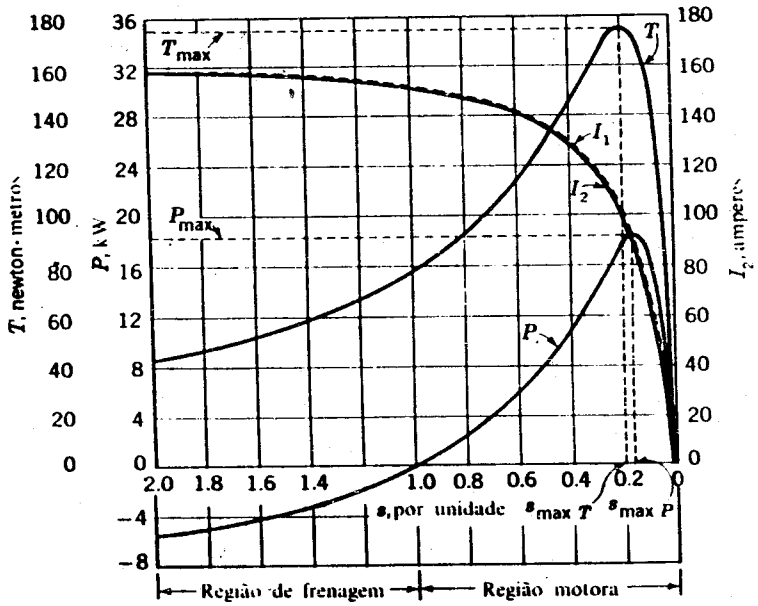


Fig. 7-11. Curvas de conjugado, potência, e corrente calculados para o motor de indução de 10 HP, Exemplos 7-1 e 7-2.

O escorregamento $s_{max\,T}$ no conjugado máximo é, portanto,

$$s_{max\,T} = \frac{r_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2)^2}} \tag{7-25}$$

e o conjugado correspondente é, da Eq. 7-23,

$$T_{max} = \frac{1}{\omega_s} \frac{0.5 q_1 V_{1a}^2}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2)^2}} \tag{7-26}$$

EXEMPLO 7-2

Para o motor do Exemplo 7-1, determinar:

a. A componente de carga I_2 da corrente de estator, o conjugado interno T, e a potência interna P para um escorregamento $s = 0{,}03$.
b. O conjugado interno máximo e a velocidade correspondente.
c. O conjugado interno de partida e a correspondente corrente de carga no estator I_2.

Solução

Primeiro reduziremos o circuito à forma do teorema de Thévenin. Da Eq. 7-20, $V_{1a} = 122{,}3$; e da Eq. 7-22, $R_1 + jX_1 = 0{,}273 + j0{,}490$.

a. A $s = 0{,}03$, $r_2/s = 4{,}80$. Então, da Eq. 7-9*a*,

$$I_2 = \frac{122{,}3}{\sqrt{(5{,}07)^2 + (0{,}699)^2}} = 23{,}9 \text{ ampères}$$

Da Eq. 7-18,

$$T = \frac{1}{125{,}6}(3)(23{,}9)^2(4{,}80) = 65{,}5 \text{ newton-metros.}$$

Da Eq. 7-15,

$$P = (3)(23{,}0)^2(4{,}80)(0{,}97) = 7.970 \text{ watts}$$

Os dados para as curvas da Fig. 7-11 foram obtidos por repetição destes cálculos para diversos valores de s.

b. No ponto de conjugado máximo, da Eq. 7-25,

$$s_{max\,T} = \frac{0{,}144}{\sqrt{(0{,}273)^2 + (0{,}699)^2}} = \frac{0{,}144}{0{,}750} = 0{,}192$$

Velocidade a $T_{max} = (1 - 0{,}192)(1200) = 970$ rpm

Da Eq. 7-26,

$$T_{max} = \frac{1}{125,6} \frac{(0,5)(3)(122,3)^2}{0,273 + 0,750} = 175 \text{ newton-metros}$$

c. Na partida, $s = 1$, e r_2 será considerada constante. Portanto,

$$\frac{r_2}{s} = r_2 = 0,144 \qquad R_1 + \frac{r_2}{s} = 0,417$$

$$I_{2\,\text{partida}} = \frac{122,3}{\sqrt{(0,417)^2 + (0,699)^2}} = 150,5 \text{ ampères}$$

Da Eq. 7-18,

$$T_{\text{partida}} = \frac{1}{125,6}(3)(150,5)^2(0,144)$$

$$= 78,0 \text{ newton-metros}$$

Vê-se assim que o motor de indução convencional com rotor de gaiola é substancialmente um motor de velocidade constante, tendo cerca de 5 por cento de queda na velocidade, de vazio a plena carga. A variação de velocidade pode ser obtida pelo uso de um motor com rotor enrolado e inserção de resistência externa no circuito do rotor. Na faixa de funcionamento normal, a resistência externa simplesmente aumenta a impedância do rotor, tornando necessário um maior escorregamento para a fmm do rotor e conjugado. A influência da maior resistência do rotor sobre a característica de conjugado-velocidade é mostrada pelas curvas tracejadas na Fig. 7-12. A variação do conjugado de partida com a resistência de rotor pode ser vista destas curvas, nas ordenadas correspondentes a velocidade nula.

Note-se, das Eqs. 7-25 e 7-26, que o escorregamento com conjugado máximo é diretamente proporcional à resistência de rotor r_2, mas o valor do conjugado máximo é independente de r_2. Portanto, quando r_2 é aumentado por inserção de resistência externa no rotor de um motor de rotor enrolado, o conjugado interno máximo não é afetado, mas a velocidade ao qual ele ocorre pode ser controlada diretamente.

Nas aplicações do circuito equivalente do motor de indução, as idealizações nas quais ele é baseado devem ser mantidas em mente. Isto é particularmente necessário quando são desenvolvidas investigações sobre uma ampla faixa de velocidades, como em problemas de partida de motores. A saturação, com as grandes correntes associadas à partida, tem um efeito significativo nas reatâncias do motor. Além disso, as correntes de rotor estão na freqüência de escorregamento, que,

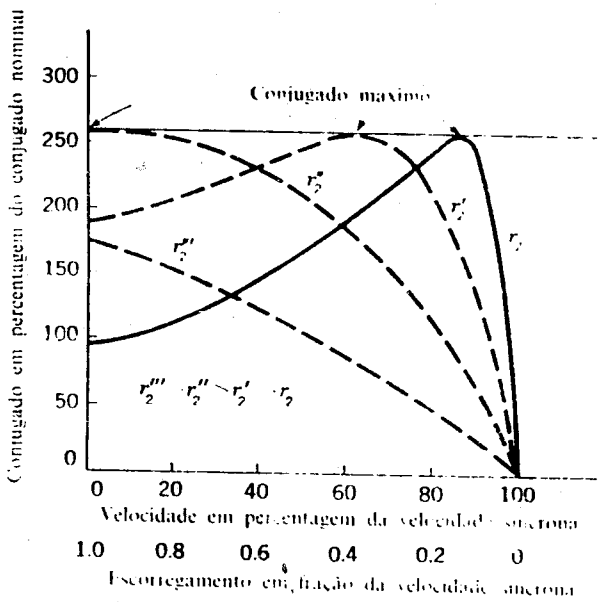


Fig. 7-12 Curvas de conjugado-escorregamento de motor de indução, mostrando o efeito de variação na resistência do circuito de rotor.

naturalmente, variam da freqüência de estator a velocidade nula, até um valor baixo à velocidade de plena carga. A distribuição de corrente nos condutores do rotor, e portanto a resistência do rotor, podem variar muito significativamente sobre esta faixa. Os erros devidos a estas causas podem ser mantidos ao mínimo pelo uso das constantes do circuito equivalente determinadas por simulação das condições de funcionamento propostas, tão realística quanto possível.[1]

7-5 CURVAS NORMALIZADAS DE CONJUGADO-ESCORREGAMENTO

Uma característica comum a todos os ramos de engenharia é que equações que expressam o desempenho dos dispositivos podem apresentar-se como sistemas complicados, envolvendo muitas grandezas distintas. A Eq. 7-23, por exemplo, contém nove variáveis, incluindo as variáveis dependente e independente T e s. É útil freqüentemente simpli-

[1] Veja, por exemplo, R. F. Horrell e W. E. Wood. A Method of Determining Induction Motor Speed-Torque-Current Curves from Reduced Voltage Tests, *Trans. AIEE*, 73(III):670-674 (1954).

ficar tais equações, escrevendo-as em forma adimensional como relações entre quocientes, em lugar de relações entre valores absolutos. Para o motor de indução, tal resultado é obtido expressando a relação conjugado-escorregamento como uma relação entre os quocientes T/T_{max} e $s/s_{max\,T}$. Das Eqs. 7-23 e 7-26,

$$\frac{T}{T_{max}} = \frac{2[R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2)^2}]\ \frac{r_2}{s}}{\left(R_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_1 + x_2)^2} \tag{7-27}$$

Como o resultado final deve ser uma função de $s/s_{max\,T}$ em lugar de simplesmente s, r_2 na Eq. 7-27 precisa agora ser substituído pelo valor em termos de $s_{max\,T}$ da Eq. 7-25. Depois de redução algébrica, este processo produz

$$\frac{T}{T_{max}} = \frac{1 + \sqrt{Q^2 + 1}}{1 + \frac{1}{2}\sqrt{Q^2 + 1}\left(\frac{s}{s_{max\,T}} + \frac{s_{max\,T}}{s}\right)}$$

onde

$$Q = \frac{X_1 + x_2}{R_1} \tag{7-29}$$

O símbolo Q é usado devido à semelhança entre esta relação e o fator de qualidade Q, ou quociente reatância/resistência na teoria de circuitos.

De modo semelhante, podemos obter o quociente entre a corrente de carga de estator I_2 e a de conjugado máximo $I_{2\,max\,T}$

$$\frac{I_2}{I_{2\,max\,T}} = \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{1 + Q^2})^2 + Q^2}{\left(1 + \frac{s_{max\,T}}{s}\sqrt{1 + Q^2}\right)^2 + Q^2}} \tag{7-30}$$

As Curvas de T/T_{max} são traçadas em função da relação de escorregamento apropriada, para vários valores de Q, na Fig. 7-13, e as curvas de $I_2/I_{2\,max\,T}$, na Fig. 7-14. A maioria dos motores de indução cairão na região entre $Q = 3$ e $Q = 7$, e a média estará a meio caminho entre as curvas para estes dois valores. Note-se a pequena influência que a variação de Q tem nestas curvas; lembrando, porém, que as curvas são valores de quocientes, não de módulos absolutos. Como resultado da pequena influência de Q, pode-se obter uma expressão aproximada simples para a relação conjugado-escorregamento, por substituição de $Q = \infty$ na Eq. 7-28. Tal substituição é equivalente a

dizer que a resistência de estator R_1 tem somente uma influência desprezível. O resultado é

$$\frac{T}{T_{max}} = \frac{2}{s/s_{max\,T} + s_{max\,T}/s} \tag{7-31}$$

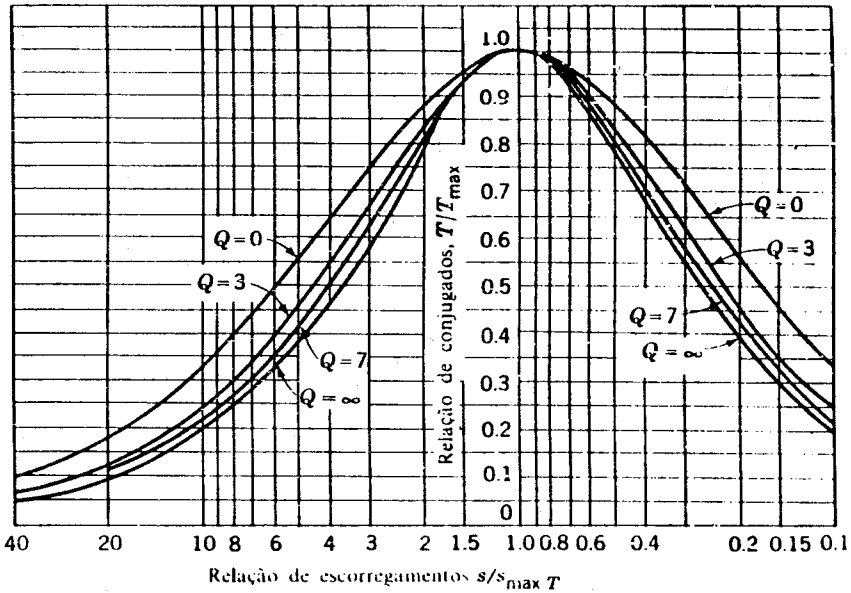


Fig. 7-13. Curvas de conjugado-escorregamento normalizadas para motores de indução polifásicos.

Um traço característico de motores de indução simples é mostrado pelo próprio fato de que as curvas de conjugado-escorregamento podem ser normalizadas na maneira da Fig. 7-13: exceto pelo efeito relativamente pequeno de Q, se o conjugado máximo e o escorregamento ao qual ele ocorre são especificados, a característica de conjugado-velocidade é aproximadamente fixada em toda a faixa de velocidades. Esta afirmação está, naturalmente, sujeita à limitação de que os parâmetros do motor sejam constantes, e portanto não se aplica a motores com rotor de resistência variável.

EXEMPLO 7-3

Um motor de indução com resistência de rotor constante desenvolve um conjugado máximo de 2,5 vezes seu conjugado de plena

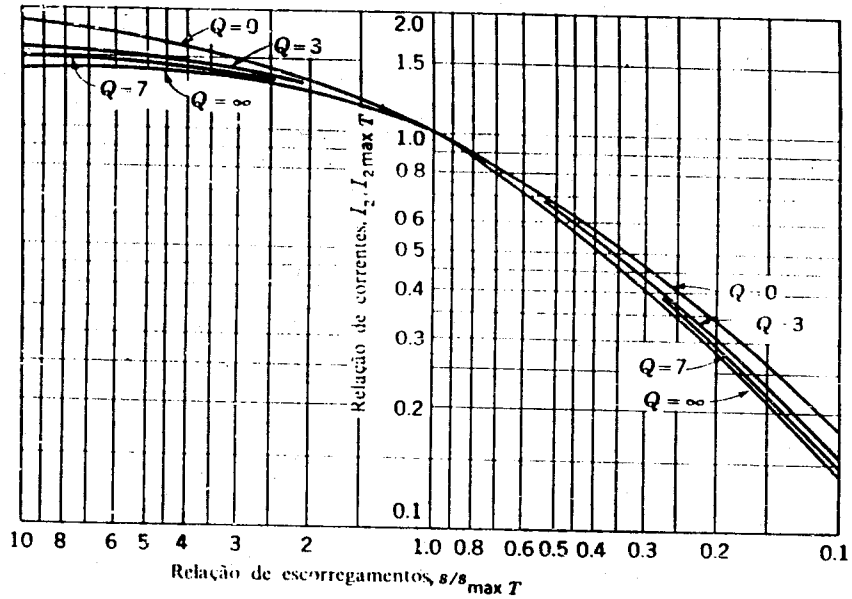


Fig. 7-14. Curvas de corrente-escorregamento normalizadas para motores de indução polifásicos.

carga a um escorregamento de 0,20. Estimar o escorregamento a plena carga e o conjugado de partida sob tensão nominal.

Solução

A plena carga, $T/T_{max} = 0{,}40$. Da Fig. 7-13, o valor correspondente de $s/s_{max\,T}$ fica entre 0,17 e 0,19 para valores de Q entre 3 e 7, a faixa para motores normais. Conseqüentemente, o escorregamento de plena carga está entre (0,17)(0,20) = 0,034 e (0,19)(0,20) = 0,038.

Na partida, $s/s_{max\,T} = 1/0{,}20 = 5{,}0$. Da Fig. 7-13 o valor correspondente de T/T_{max} fica entre 0,42 e 0,45 para valores de Q entre 7 e 3. O conjugado de partida, portanto, fica entre (0,42)(2,5) = 1,05 e (0,45)(2,5) = 1,13 vezes o conjugado de plena carga.

EXEMPLO 7-4

Quando funciona sob tensão e freqüência nominais com os enrolamentos de rotor curto-circuitados, um motor de indução de rotor enrolado, de 500 hp, desenvolve a potência de saída nominal com um escorregamento de 1,5 por cento. O conjugado máximo que

este motor pode desenvolver é 200 por cento do conjugado de plena carga. O Q do circuito equivalente de Thévenin é 7,0. Para os objetivos deste exemplo, as perdas rotacionais e suplementares podem ser desprezadas. Determinar:

a. A perda I^2R do rotor a plena carga em kilowatts.
b. O escorregamento com conjugado máximo.
c. A corrente de rotor com conjugado máximo.
d. O conjugado com um escorregamento de 20 por cento.
e. A corrente de rotor com um escorregamento de 20 por cento.

Expresse o conjugado e as correntes de rotor em por unidade, tomando como base os valores de plena carga.

Solução

a. Perda I^2R do Rotor em Plena Carga. A potência P_{g1} absorvida do estator divide-se entre potência mecânica P e I^2R do rotor, na razão $(1-s)/s$. Conseqüentemente, a plena carga (desprezando as perdas rotacionais e suplementares).

$$P_{g1} = \frac{P}{1-s} = \frac{(500)(0{,}746)}{0{,}985} = 379\text{ kW}$$

$$I^2R \text{ do rotor} = sP_{g1} = (0{,}015)(379) = 5{,}69\text{ kW}$$

As partes *b* a *e* podem ser resolvidas por meio das curvas normalizadas (Figs. 7-13 e 7-14).

b. Escorregamento com Conjugado Máximo. Dos dados, $T_{pc}/T_{max} = 0{,}50$, onde os índices *pc* indicam plena carga. Da Fig. 7-13 para $Q = 7{,}0$ e $T/T_{max} = 0{,}50$,

$$\frac{s}{s_{max\,T}} = \frac{s_{pc}}{s_{max\,T}} = 0{,}25$$

donde

$$s_{max\,T} = \frac{s_{pc}}{0{,}25} = \frac{0{,}015}{0{,}25} = 0{,}060$$

c. Corrente de Rotor com Conjugado Máximo. Da Fig. 7-14 para $Q = 7{,}0$ e um quociente de escorregamentos $s/s_{max\,T} = 0{,}25$ em plena carga, o quociente correspondente de correntes é

$$\frac{I_2}{I_{2\max T}} = \frac{I_{2pc}}{I_{2\max T}} = 0{,}355$$

donde $I_{2\max T} = \dfrac{I_{pc}}{0{,}355} = 2{,}82I_{2pc}$

d e *e*. *Conjugado e Corrente do Rotor a* $s = 0{,}20$. A relação de escorregamentos é

$$\frac{s}{s_{max\,T}} = \frac{0{,}20}{0{,}060} = 3{,}33$$

Os quocientes correspondentes de conjugado e corrente podem ser lidos das curvas das Figs. 7-13 e 7-14 para $Q = 7{,}0$ e $s/s_{max} = 3{,}33$. Da Fig. 7-13

$$\frac{T}{T_{max}} = 0{,}60 \quad \text{ou} \quad T = 0{,}60T_{max} = 1{,}20T_{pc}$$

Da Fig. 7-14,

$$\frac{I_2}{I_{2\,max\,T}} = 1{,}40 \quad \text{ou} \quad I_2 = 1{,}40\,I_{2\,max\,T}$$

e de *c*

$$I_2 = (1{,}40)(2{,}82\,I_{2\,pc}) = 3{,}95\,I_{2\,pc}$$

7-6 EFEITOS DA RESISTÊNCIA DO ROTOR ROTORES DE GAIOLA DUPLA

Uma limitação básica de motores de indução com resistência de rotor constante é que o projeto do rotor deve ser um compromisso. Um rendimento alto em condições de rotação normal exige uma baixa resistência de rotor; mas uma baixa resistência de rotor resulta, na partida, em um conjugado baixo e corrente alta, e num fator de potência baixo.

a. Motores de Rotor Enrolado

O uso de um rotor enrolado é um modo efetivo de evitar a necessidade de compromisso. Os terminais do enrolamento do rotor são ligados a anéis coletores em contato com escovas. Para a partida, resistores adequados podem ser ligados em série com os enrolamentos de rotor, e o resultado é um conjugado de partida maior e uma corrente de partida reduzida, com um fator de potência melhorado. A natureza geral dos efeitos sobre as características de conjugado-velocidade da variação da resistência do rotor é mostrada na Fig. 7-12. Pelo uso do valor apropriado da resistência de rotor, pode-se fazer com que o

conjugado máximo ocorra até na partida se for necessário. Conforme o rotor acelera, as resistências externas podem ser diminuídas, tornando o conjugado máximo disponível em toda a faixa de aceleração. Desde que a maior parte da perda I^2R do rotor é dissipada nos resistores externos, a elevação de temperatura no rotor é menor do que se a resistência fosse incorporada ao enrolamento do rotor. Para o funcionamento normal, o enrolamento do rotor pode ser curto-circuitado diretamente nas escovas. O enrolamento do rotor é projetado para ter baixa resistência, de modo que o rendimento em rotação normal seja alto e o escorregamento a plena carga seja baixo. Além de ser utilizado quando as exigências de partida são severas, os motores de indução com rotor enrolado podem ser usados para acionamentos de velocidade ajustável. A principal desvantagem é o maior custo, comparado a motores de gaiola.

Os principais efeitos de variação da resistência do rotor, sobre as características de partida e rotação normal de motores de indução, podem ser mostrados quantitativamente por meio do exemplo seguinte.

EXEMPLO 7-5

O enrolamento de rotor do motor do Exemplo 7-4 é trifásico, ligado em Y, e tem uma resistência de r_{rotor}.

Se a resistência do circuito do rotor é aumentada para $5r_{rotor}$ por ligação de resistências não indutivas em série com cada anel coletor do rotor, determinar:

a. O escorregamento ao qual o motor desenvolverá o mesmo conjugado de plena carga que no Exemplo 7-4.
b. A perda I^2R total no circuito do rotor com conjugado de plena carga.
c. A potência mecânica de saída com conjugado de plena carga.
d. O escorregamento com conjugado máximo.
e. A corrente de rotor com conjugado máximo.
f. O conjugado de partida.
g. A corrente de rotor na partida.

Expressar os conjugados e as correntes de rotor em por unidade, tomando como base os valores para conjugado de plena carga.

Solução

A solução se baseia no fato de que o único modo pelo qual o estator toma conhecimento dos acontecimentos no rotor é através do efeito da resistência r_2/s. O exame do circuito equivalente mostra que para uma tensão aplicada e uma freqüência especificadas, tudo

que se refere ao desempenho do estator é fixado pelo valor de r_2/s, sendo constantes os outros elementos de impedância. Por exemplo, se r_2 for dobrado e s for simultaneamente dobrado, o estator não perceberá qualquer mudança. A corrente e o fator de potência do estator, a potência entregue ao entreferro, e o conjugado, serão constantes enquanto a relação r_2/s for a mesma.

Podemos dar significado físico adicional ao raciocínio pelo exame, do ponto de vista do rotor, dos efeitos de dobrar simultaneamente r_2 e s. Um observador no rotor vê a onda de fluxo de entreferro resultante passar por ele a duas vezes a velocidade de escorregamento anterior, gerando duas vezes a tensão de rotor anterior, na freqüência de escorregamento dupla na anterior. A reatância do rotor, portanto, é dobrada e desde que a premissa original é que a resistência do rotor é também dobrada, a impedância do rotor é dobrada, mas o fator de potência não é alterado. Como a tensão e a impedância do rotor são dobradas, o valor efetivo da corrente de rotor permanece o mesmo; somente a freqüência é mudada. O entreferro ainda tem o mesmo fluxo girante sincronamente e as ondas de fmm com o mesmo ângulo de carga. O observador no rotor, portanto, concorda com o observador no estator, em que o conjugado não é alterado quando a resistência do rotor e escorregamento são mudados proporcionalmente.

O observador no rotor, entretanto, está ciente de duas mudanças não aparentes ao estator: (1) a perda I^2R no rotor dobrou, e (2) o rotor está girando mais lentamente e portanto desenvolvendo menos potência mecânica com o mesmo conjugado. Em outras palavras, uma parte maior da potência absorvida do estator vai em calor I^2R no rotor, e uma parte menor é disponível para a potência mecânica.

Os processos de raciocínio precedentes podem agora ser aplicados à solução do Exemplo 7-5.

a. Escorregamento com Conjugado de Plena Carga. Se a resistência do rotor é aumentada 5 vezes, o escorregamento precisa aumentar 5 vezes para o mesmo valor de r_2/s e portanto para o mesmo conjugado. Mas o escorregamento original a plena carga, como dado no Exemplo 7-4, é 0,015. O novo escorregamento a conjugado de plena carga, portanto, é (5)(0,015) = 0,075.

b. I^2R do Rotor com Conjugado de Plena Carga. O valor eficaz da corrente no rotor é o seu mesmo valor a plena carga no Exemplo 7-4, e portanto a perda I^2R no rotor é 5 vezes o valor a plena carga de 5,69 kW encontrado na parte *a* do Exemplo 7-4; ou

$$I^2R \text{ do Rotor} = (5)(5,69) = 28,45 \text{ kW}$$

c. Potência de Saída com Conjugado de Plena Carga. O aumento do escorregamento provocou uma queda na velocidade por unidade, com conjugado de plena carga, de $1 - s = 0,985$ no Exemplo 7-4 para $1 - s = 0,925$ com resistência adicionada ao rotor. O conjugado é o mesmo. A potência de saída, portanto, caiu proporcionalmente, ou

$$P = \frac{0,925}{0,985}(500) = 469,5 \text{ hp}$$

O decréscimo na saída iguala o aumento na perda I^2R do rotor.

d. Escorregamento com Conjugado Máximo. Se a resistência no rotor é aumentada a 5 vezes, o escorregamento a conjugado máximo simplesmente aumenta 5 vezes. Mas o escorregamento original com conjugado máximo é 0,060, como foi calculado na parte *b* do Exemplo 7-4. O novo escorregamento com conjugado máximo, com a resistência de rotor adicionada, é portanto:

$$s_{max\,T} = (5)(0,060) = 0,30$$

e. Corrente de Rotor com Conjugado Máximo. O valor eficaz da corrente de rotor com conjugado máximo é independente da resistência do rotor; somente sua freqüência é alterada quando a resistência do rotor é mudada. Portanto, da parte *c* do Exemplo 7-4,

$$I_{2\,max\,T} = 2,82 I_{2pc}$$

f. Conjugado de Partida. Com a resistência de rotor aumentada 5 vezes, o conjugado de partida será o mesmo que o conjugado de rotação normal original com escorregamento 0,20, e portanto igual ao conjugado de rotação normal da parte *d* do Exemplo 7-4, a saber,

$$T_{partida} = 1,20 T_{pc}$$

g. Corrente de Rotor na Partida. A corrente de rotor na partida com as resistências de rotor adicionadas será a mesma que a corrente de rotor quando gira com escorregamento de 0,20 com anéis coletores curto-circuitados como na parte *e* do Exemplo 7-4, a saber,

$$I_{2\,partida} = 3,95 I_{2\,pc}$$

b. Rotores de Barras Profundas e de Dupla Gaiola

Um modo engenhoso e simples de se obter uma resistência de rotor que varie automaticamente com a velocidade utiliza o fato de que,

com rotor parado, a freqüência do rotor é igual a freqüência do estator; conforme o motor acelera, a freqüência do rotor decresce para valores muito baixos – talvez 2 ou 3 Hz a plena carga em um motor para 60 Hz. Pelo uso de formas e arranjos apropriados para barras do rotor, os rotores de gaiola podem ser projetados de modo que a resistência efetiva a 60 Hz seja várias vezes a resistência a 2 ou 3 Hz. Todos os vários esquemas se baseiam no efeito indutivo do fluxo disperso na ranhura sobre a distribuição de corrente nas barras do rotor. Os fenomenos são basicamente os mesmos do efeito pelicular e de proximidade em qualquer sistema de condutores percorridos por corrente alternada.

Consideremos inicialmente um rotor de gaiola com barras profundas, estreitas, como aquela mostrada em seção transversal na Fig. 7-15. O caráter geral do campo disperso na ranhura, produzido pela corrente na barra dentro desta ranhura, é mostrado na figura. Se o ferro do rotor tivesse permeabilidade infinita, todas as linhas de fluxo disperso se fechariam em caminhos embaixo da ranhura, como mostrado. Agora, vamos imaginar que a barra consiste de um número infinito de camadas de profundidade diferencial; a mais alta e a mais baixa são indicadas hachuradas na Fig. 7-15. A indutância de dispersão da camada mais profunda é maior do que a da camada no topo, porque a camada no fundo é concatenada com mais fluxo disperso. Mas todas as camadas estão eletricamente em paralelo. Conseqüentemente, em corrente alternada, a corrente nas camadas superiores de baixa reatância será maior do que nas camadas baixas de alta reatância; a corrente será forçada contra o topo da ranhura, e a corrente nas camadas superiores se adiantará à corrente nas camadas baixas. A distribuição não uniforme da

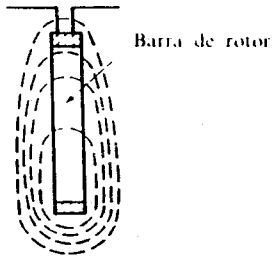


Fig. 7-15. Barra profunda de rotor e fluxo disperso na ranhura

corrente resulta em um aumento na resistência efetiva e, em menor medida, num decréscimo na indutância de dispersão efetiva da barra. Como a distorção na distribuição de corrente depende de um efeito indutivo, a resistência efetiva é uma função da freqüência. É também uma função da profundidade da barra e da permeabilidade e resistividade do material da barra. A Fig. 7-16 mostra uma curva do quociente entre a resistência efetiva em c.a. e a resistência em c.c., em função da freqüência, calculada para uma barra de cobre de 2,50 cm de profundidade. Um rotor de gaiola com barras profundas pode ser projetado para ter uma resistência efetiva à freqüência de estator (rotor parado) várias vezes maior do que sua resistência em c.c. Conforme o motor acelera, a freqüência do rotor decresce, e portanto a resistência efetiva do rotor decresce aproximando-se de seu valor para c.c., com escorregamento pequeno.

Outro modo de obter resultados similares é o arranjo em dupla gaiola mostrado na Fig. 7-17. O enrolamento de gaiola consiste de duas camadas de barras curto-circuitadas por anéis nas extremidades. As barras superiores são de menor área transversal do que as barras inferiores e conseqüentemente têm maior resistência. A natureza geral do campo disperso da ranhura é mostrada na Fig. 7-17, da qual pode ser visto que a indutância das barras inferiores é maior do que a das superiores, devido ao fluxo que atravessa a ranhura entre as duas camadas. A diferença de indutância pode ser muito grande por dimensionamento apropriado da ranhura entre as duas barras. Com rotor parado quando a freqüência de rotor é igual à freqüência de estator, há corrente relativamente pequena as barras inferiores devido a sua alta reatância

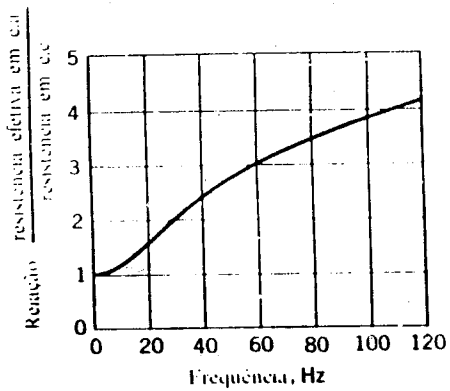


Fig. 7-16. Efeito pelicular em uma barra de rotor de cobre e com 2,50 cm de profundidade

a resistência efetiva do rotor parado, então, se aproxima daquela da camada superior, de alta resistência. Entretanto, nas freqüências baixas do rotor, correspondentes a pequenos escorregamentos, a reatância torna-se de pouca importância, e a resistência do rotor então se aproxima àquelas das duas camadas em paralelo.

Note-se que, como a resistência efetiva e a indutância de dispersão de rotores com dupla gaiola e com barras profundas variam com a freqüência, os parâmetros r_2 e x_2, que representam os efeitos de resistência e indutância de dispersão do rotor vistos pelo estator não são constantes. Portanto, os processos de normalização do Item 7-5 não são mais estritamente aplicáveis, e seu uso em tais casos é mais ou menos uma aproximação. Uma forma mais complicada de circuito equivalente seria necessária se as reações do rotor devem ser representadas pelos efeitos de escorregamento com elementos de resistência e reatância constantes.

Entretanto, o circuito equivalente simples deduzido no Item 7-2 ainda representa corretamente o motor, mas agora r_2 e x_2 são funções do escorregamento. Todas as relações básicas ainda se aplicam ao motor se os valores de r_2 e x_2 são ajustados apropriadamente para mudanças no escorregamento. Por exemplo, em cálculo do desempenho de partida, r_2 e x_2 devem ser tomados como seus valores efetivos à freqüência de estator; no cálculo do desempenho em funcionamento com pequeno escorregamento r_2 deverá ser tomado como seu valor efetivo a uma baixa freqüência, e x_2 deverá ser tomado como o valor, na freqüência do estator, da reatância correspondente. a um valor efetivo da indutância de dispersão do rotor em baixa freqüência. Sobre a faixa de escorregamentos de funcionamento normal, a resistência e indutância de dispersão do rotor usualmente podem ser consideradas constantes e iguais substancialmente ao valor para c.c..

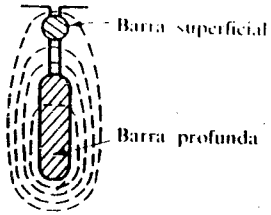


Fig. 7-17 Barras de rotor em dupla gaiola e fluxo dispersо na ranhura

c. Considerações sobre Aplicações de Motores

Com a introdução de rotores com dupla gaiola e com barras profundas, os motores de gaiola podem ser projetados para ter boas características de partida, resultantes de alta resistência de rotor, e ao mesmo tempo boas características de funcionamento, resultantes de baixa resistência de rotor. Entretanto, o projeto é necessariamente um compromisso, e o motor não tem a flexibilidade da máquina de rotor enrolado com resistência de rotor externa. O motor de rotor enrolado deverá ser usado quando as solicitações na partida são muito severas.

Para satisfazer às necessidades usuais da indústria, são disponíveis, nos estoques dos fabricantes, motores de gaiola, trifásicos, potência média, normalizadas até 200 HP, para várias freqüências, tensões e velocidades padronizadas. (Motores ainda maiores são geralmente considerados como de aplicações especiais, e não motores de aplicação geral.) De acordo com a terminologia estabelecida pela NEMA, vários tipos padronizados são disponíveis para satisfazer diferentes exigências de

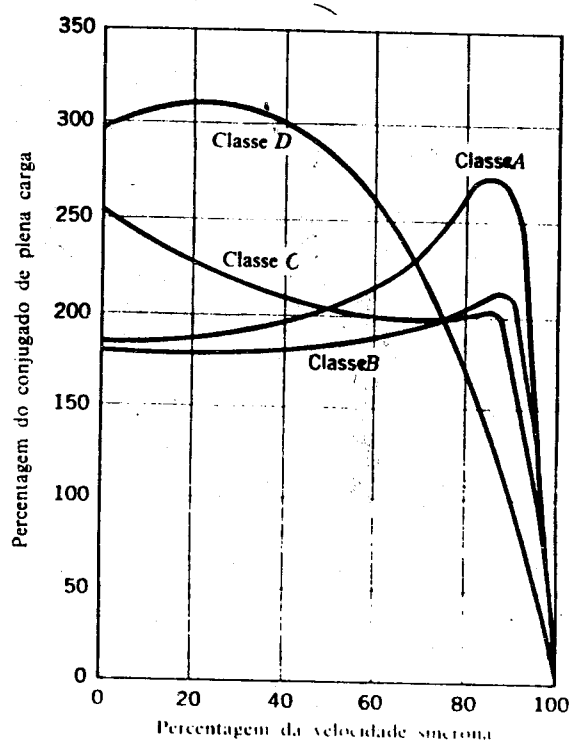


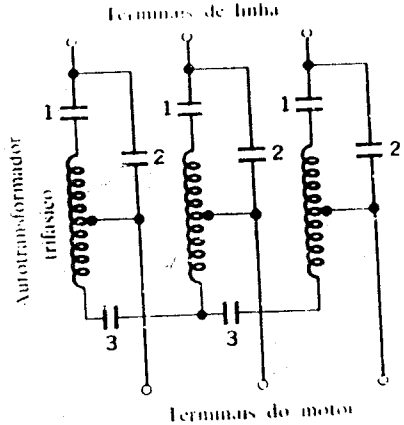
Fig. 7-18 Curvas de conjugado-velocidade típicas para motores de indução de aplicação geral, 1800 rpm

partida e de funcionamento. As características de conjugado-velocidade representativas dos quatro tipos mais comuns são mostradas na Fig. 7-18. Estas curvas são típicas de motores de 1800 rpm (velocidade síncrona) de potência nominal de 7,5 a 200 HP, embora deva ser entendido que um motor específico pode diferir apreciavelmente destas curvas médias. Em resumo, as características específicas destes tipos são as seguintes:

CLASSE A. *Conjugado de partida normal, corrente de partida normal, baixo escorregamento.* Este tipo tem usualmente um rotor de gaiola única, de baixa resistência. O desempenho em velocidade normal é obtido às custas das características de partida. O escorregamento em plena carga é baixo e o rendimento a plena carga é alto. O conjugado máximo usualmente está bem acima de 200 por cento do conjugado de plena carga, e ocorre com pequeno escorregamento (menos do que 20 por cento). O conjugado de partida a plena tensão varia de cerca de 200 por cento do conjugado de plena carga em motores pequenos a cerca de 100 por cento em motores grandes. A alta corrente de partida (500 a 800 por cento da corrente de plena carga quando parte sob tensão nominal) é a principal desvantagem deste tipo. Em tamanhos abaixo de cerca de 7,5 HP, estas correntes de partida usualmente estão dentro dos limites de surtos de corrente que o sistema de distribuição que alimenta o motor pode suportar, podendo-se utilizar a partida diretamente da linha a plena tensão; em outras circunstâncias, deve-se usar partida com tensão reduzida. A partida com tensão reduzida resulta num decréscimo do conjugado de partida, porque o conjugado de partida é proporcional à potência aparente de entrada ao motor, que por sua vez é proporcional ao quadrado da tensão aplicada aos terminais do motor. A tensão reduzida para partida é usualmente obtida de um autotransformador, chamado *compensador de partida*, que pode ser operado manualmente, ou operado automaticamente por relés que providenciam a aplicação de plena tensão depois que o motor alcança uma velocidade conveniente. Um circuito de um tipo de compensador é mostrado na Fig. 7-19. Se é necessária uma partida mais suave, pode-se usar resistência ou reatância série no estator.

O motor Classe A é o tipo normalizado básico para potências abaixo de cerca de 7,5HP e acima de cerca de 200HP. Ele é também usado para potências intermediárias quando considerações de projeto tornam difícil atingir as limitações de corrente de partida da Classe B. O campo de aplicações é aproximadamente o mesmo da Classe B descrito abaixo.

CLASSE B. *Conjugado de partida normal, baixa corrente de partida, baixo escorregamento.* Este tipo tem aproximadamente o mesmo conjugado de partida da Classe A, mas com 75 por cento da corrente de partida. A partida com tensão plena pode ser usada com tamanhos maiores do que na Classe A. A corrente de partida é reduzida pela reatância de dispersão relativamente alta, e o conjugado de partida é mantido pelo uso de um rotor com dupla gaiola ou de barras profundas. O escorregamento e rendimento a plena carga são bons – aproximadamente os mesmos da Classe A. Entretanto, o uso de alta reatância diminui levemente o fator de potência e abaixa bastante o conjugado máximo (usualmente, somente pouco acima de 200 por cento do conjugado nominal).



Sequência de partida
a) Fechar 1 e 3
b) Abrir 1 e 3
c) Fechar 2

Fig. 7-19 Ligações de um autotransformador de partida de um estágio

Este tipo é o mais comum na faixa de tamanhos de 7,5 a 200 HP. Ele é usado para acionamento a velocidade substancialmente constante, onde as exigências do conjugado de partida não são severas, tais como em acionar ventiladores, bombas, e máquinas operatrizes.

CLASSE C. *Alto conjugado de partida, baixa corrente de partida.* Este tipo tem rotor de dupla gaiola, com resistência de rotor mais alta que na Classe B. O resultado é um conjugado de partida mais alto com baixa corrente de partida, mas rendimento algo menor em rotação normal, e escorregamento mais alto do que para a Classe A e a Classe B. Aplicações típicas são para compressores e transportadores.

CLASSE D. *Alto conjugado de partida, alto escorregamento.* Este tipo usualmente tem um rotor com gaiola única e alta resistência (freqüentemente barras de latão). Ele produz conjugado de partida muito alto com baixa corrente de partida, alto conjugado máximo com escor-

regamento de 50 a 100 por cento, mas gira com escorregamento alto a plena carga (7 a 11 por cento) e conseqüentemente tem baixo rendimento em rotação normal. Seus principais usos são para mover cargas intermitentes envolvendo serviço de altas acelerações e para mover cargas de alto impacto, como prensas e tesouras. Quando utilizado com cargas de alto impacto, o motor é geralmente auxiliado por um volante que ajuda a suprir o impacto e reduz as pulsações na potência exigida do sistema de alimentação. Requer-se um motor cuja velocidade caia apreciavelmente com aumento do conjugado a fim de que a velocidade do volante possa cair e este possa entregar parte da sua energia cinética ao impacto.

7-7 CONTROLE DE VELOCIDADE DE MOTORES DE INDUÇÃO

O motor de indução simples preenche admiravelmente as exigências do acionamento a velocidades substancialmente constantes. Muitas aplicações de motores, entretanto, requerem várias velocidades, ou mesmo uma faixa de velocidades continuamente ajustável. Desde os inícios dos sistemas de potência em c.a., os engenheiros têm estado interessados no desenvolvimento de motores de c.a. a velocidade ajustável.

A velocidade síncrona de um motor de indução pode ser alterada por (*a*) variação do número de polos ou (*b*) variação da freqüência da linha. O escorregamento pode ser alterado por (*c*) variação da tensão de linha, (*d*) variação da resistência do rotor, ou (*e*) aplicação de tensões de freqüência apropriada nos circuitos de rotor. As características notáveis dos métodos de controle de velocidade baseados nestas cinco possibilidades são discutidas nas seguintes cinco seções deste item. Os métodos de controle que utilizam dispositivos de estado sólido serão apenas mencionados, porque eles serão tratados mais completamente no próximo capítulo.

a. Motores com variação do número de Polos

O enrolamento de estator pode ser projetado de modo que por simples mudanças nas ligações das bobinas, o número de polos pode ser mudado na razão 2 para 1. Qualquer das duas velocidades síncronas pode ser selecionada. O rotor é quase sempre do tipo gaiola. Um enrolamento em gaiola sempre reage produzindo um campo de rotor tendo o mesmo número de polos que o campo do estator. Se é usado um rotor enrolado, são introduzidas complicações adicionais porque o enrolamento do rotor também precisa ser rearranjado para mudança de polos. Com dois conjuntos independentes de enrolamentos de estator, cada um arranjado para mudança de polos, até podem ser obtidas quatro velocidades síncronas em um motor de gaiola – por exemplo, 600, 900, 1200 e 1800 rpm.

Os princípios básicos do enrolamento para mudança de polos são mostrados na Fig. 7-20, na qual *aa* e *a'a'* são duas bobinas compreendendo parte do enrolamento da fase *a* do estator. Um enrolamento real, naturalmente, consistirá de várias bobinas em cada grupo. Os enrolamentos para as outras fases do estator (não mostradas na figura) serão arranjados similarmente. Na Fig. 7-20*a*, as bobinas são ligadas para produzir um campo de 4 polos; na Fig. 7-20*b*, a corrente na bobina *a'a'* foi invertida por meio de um controlador e o resultado é um campo de 2 polos. Ao mesmo tempo que o controlador inverte as bobinas *a'a'*, as ligações dos dois grupos de bobinas podem ser mudadas de série a paralelo, e as ligações entre as fases de Y a Δ, ou vice-versa. Por estes meios, a indução magnética no entreferro pode ser ajustada para produzir as características de conjugado-velocidade desejadas nas duas ligações. A Fig. 7-21 mostra três possibilidades e suas correspondentes características de conjugado-velocidade para três motores tendo características idênticas na ligação de alta velocidade. Na Fig. 7-21*a* tem-se aproximadamente o mesmo conjugado máximo nas duas velocidades, o que é aplicável aos casos que requerem aproximadamente o mesmo conjugado em ambas as velocidades (cargas nas quais predomina o atrito, por exemplo). Na Fig. 7-21*b* tem-se aproximadamente o dobro do conjugado máximo na velocidade baixa, o que é aplicável em acionamentos que requerem potência aproximadamente constante (tais como máquinas operatrizes e sarilhos). Na Fig. 7-21*c* tem-se um conjugado máximo consideravelmente menor na velocidade baixa, o que é aplicável às cargas que requerem menor conjugado na velocidade baixa (ventiladores e bombas centrífugas, por exemplo). O tipo de potência mecânica constante é o mais caro porque é o de maiores dimensões físicas.

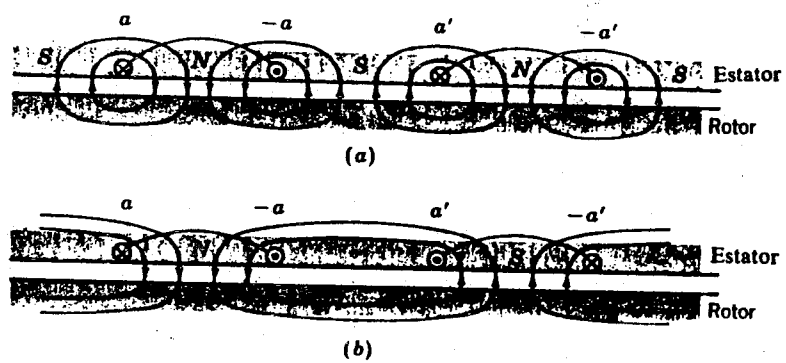
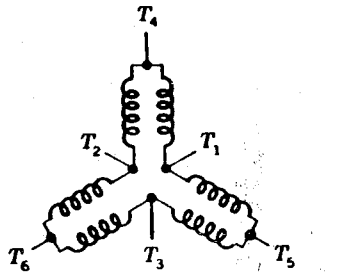
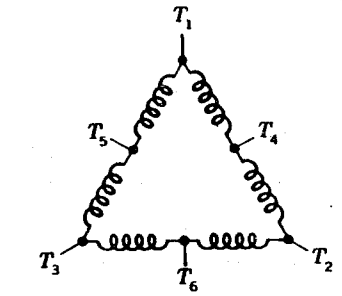


Fig. 7-20. Princípio do enrolamento de polos mutáveis



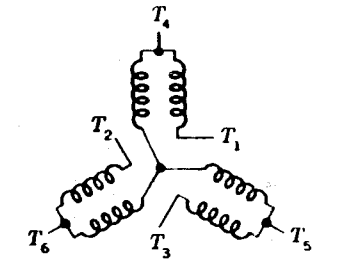
Velocidade	Linhas			
	L_1	L_2	L_3	
Baixa	T_1	T_2	T_3	T_4, T_5, T_6 abertos
Alta	T_4	T_5	T_6	$T_1 - T_2 - T_3$ juntos

(*a*) Conjugado constante



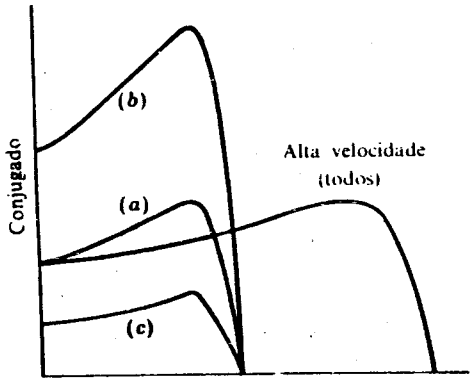
Velocidade	Linhas			
	L_1	L_2	L_3	
Baixa	T_4	T_5	T_6	$T_1 - T_2 - T_3$ juntos
Alta	T_1	T_2	T_3	T_4, T_5, T_6 abertos

(*b*) Potência mecânica constante



Velocidade	Linhas			
	L_1	L_2	L_3	
Baixa	T_1	T_2	T_3	T_4, T_5, T_6 abertos
Alta	T_4	T_5	T_6	$T_1 - T_2 - T_3$ juntos

(*c*) Conjugado variável



(*d*)

Fig. 7-21. Ligações e curvas de conjugado-velocidade para três tipos de motores de indução com variação do número de polos.

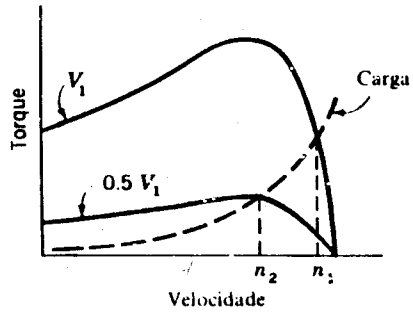


Fig. 7-22. Controle de velocidade por meio da tensão da linha.

b. Controle pela Frequência da Linha

A velocidade síncrona de um motor de indução pode ser controlada por variação da freqüência da linha. A fim de manter a indução magnética aproximadamente constante, a tensão de linha deve também ser variada proporcionalmente à freqüência. O conjugado máximo, então, permanece aproximadamente constante. Um motor de indução usado neste modo tem características similares àquelas de um motor de c.c. excitado em separado, com fluxo constante e tensão de armadura variável.

O problema maior está em determinar o gerador de freqüência ajustável mais eficiente e econômico. Um método é usar uma máquina de indução com rotor enrolado como conversor de freqüência. Outro método, considerado no Cap. 8, é usar conversores de freqüência de estado sólido.

c. Controle pela Tensão de Linha

O conjugado interno desenvolvido por um motor de indução é proporcional ao quadrado da tensão aplicada a seus terminais primários,

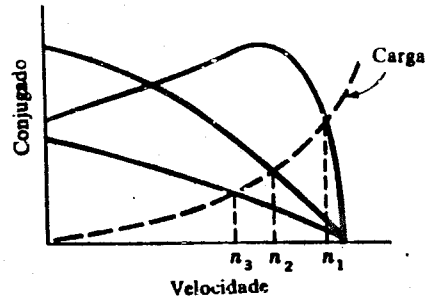


Fig. 7-23. Controle de velocidade por meio da resistência do rotor

como mostrado pelas duas características de conjugado-velocidade na Fig. 7-22. Se a carga tiver a característica de conjugado-velocidade mostrada pela linha tracejada, a velocidade será reduzida de n_1 a n_2. Este método de controle de velocidade é comumente usado com pequenos motores de gaiola que acionam ventiladores.

d. Controle pela Resistência do Rotor

A possibilidade de controle de velocidade de um motor de rotor enrolado por mudança na sua resistência de circuito de rotor já foi apontada no Item 7-6*a*. As características de conjugado-velocidade para três valores diferentes de resistência do rotor são mostradas na Fig. 7-23. Se a carga tem a característica de conjugado-velocidade mostrada pela linha tracejada, as velocidades correspondentes a cada um dos valores de resistência de rotor são n_1, n_2 e n_3. Este método de controle de velocidade tem características similares àquelas de controle de velocidade de motores de c.c. excitados em derivação por meio de resistência em série com a armadura.

As principais desvantagens dos controles por tensão de linha e por resistência de rotor são o rendimento baixo em velocidades reduzidas, e a má regulação de velocidade quando a carga varia.

e. Controle de Escorregamento por Dispositivos Auxiliares

Considerando os esquemas para controle de velocidade por variação do escorregamento, devem ser mantidos em mente as leis fundamentais que relacionam o fluxo de potência em máquinas de indução. A fração s da potência absorvida do estator é transformada por indução eletromagnética em potência elétrica nos circuitos de rotor. Se os circuitos do rotor estão curto-circuitados, esta potência é perdida, como perda no cobre do rotor, e o funcionamento em velocidades reduzidas é, por isso, pouco eficiente.

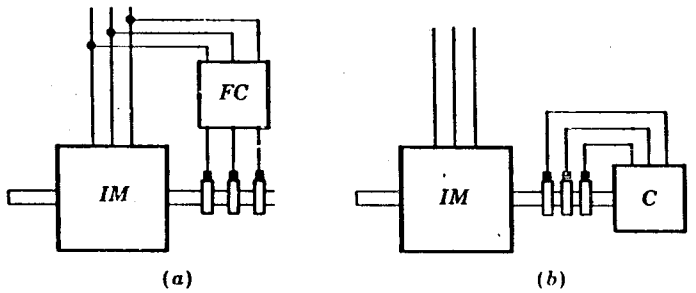


Fig. 7-24. Dois esquemas básicos para controle de velocidade de motores de indução por máquinas auxiliares.

Numerosos esquemas têm sido inventados para recuperar esta potência elétrica na freqüência de escorregamento. Embora alguns deles sejam muito complicados nos detalhes, todos eles incluem um meio para introduzir tensões ajustáveis, na freqüência de escorregamento, nos circuitos de rotor de um motor de indução com rotor enrolado. De modo geral, eles podem ser classificados em dois tipos, como mostra a Fig. 7-24, onde *M1* representa um motor de indução de rotor enrolado trifásico cuja velocidade deve ser regulada. Na Fig. 7-24*a*, os circuitos de rotor de *M1* são ligados a aparelhos auxiliares para conversão de freqüência, representados pela caixa *CF*, nos quais a potência elétrica à freqüência de escorregamento gerada no rotor do motor principal é convertida a potência elétrica à freqüência da linha, e devolvida a esta. Na Fig. 7-24*b*, os circuitos de rotor de *M1* são ligados a aparelhos auxiliares, representados pela caixa *C*, na qual a potência elétrica à freqüência de escorregamento é convertida em potência mecânica e adicionada à potência no eixo desenvolvida pelo motor principal. Em ambos os esquemas, a velocidade e fator de potência do motor principal podem ser ajustados por controle do valor e da fase das fems na freqüência de escorregamento das máquinas auxiliares. O aparelho auxiliar pode ser um sistema complicado de máquinas rotativas e transformadores ajustáveis ou, no caso da Fig. 7-24*a*, pode consistir de circuitos de conversão de freqüência de estado sólido.

7-8 RESUMO

O exame das interações entre fluxo e fmm em um motor de indução polifásico mostra que, eletricamente, a máquina é um transformador generalizado. A onda de fluxo de entreferro, girando sincronamente na máquina de indução, corresponde ao fluxo mútuo no núcleo do transformador. O campo girante induz fems de freqüência de estator nos enrolamentos de estator e de freqüência de escorregamento nos enrolamentos de rotor, para todas as velocidades do rotor diferentes da velocidade síncrona. Assim, a máquina de indução transforma tensões e ao mesmo tempo muda a freqüência. Quando visto do estator, todos os fenômenos elétricos e magnéticos do rotor são transformados para a freqüência do estator. A fmm de rotor reage nos enrolamentos de estator na mesma maneira que a fmm da corrente secundária em um transformador reage sobre o primário.

Prosseguindo nesta linha de raciocínio, chega-se ao circuito equivalente para as máquinas. Os efeitos de saturação sobre o circuito equivalente são menos sérios do que no correspondente circuito para regime permanente de máquinas síncronas. Isto se deve a que, como no transformador, o desempenho é determinado, em extensão conside-

ravelmente maior, pelas impedâncias de dispersão, do que pela impedância de magnetização. É preciso ter cuidado, nos ensaios e na análise, para levar em conta os efeitos de saturação sobre as reatâncias de dispersão, bem como da não uniformidade da distribuição de corrente na resistência de rotor.

Um dos fatos notáveis que afetam as aplicações de motores de indução é que o escorregamento ao qual o conjugado máximo ocorre pode ser controlado por variação da resistência de rotor. Uma alta resistência de rotor dá ótimas condições de partida, mas desempenho baixo em rotação normal. Uma baixa resistência de partida, por outro lado, pode resultar em condições de partida insatisfatórias. O projeto de um motor de gaiola é, portanto, muito provavelmente, um compromisso. Uma grande melhoria no desempenho de partida, com sacrifício relativamente pequeno no desempenho em rotação normal, pode ser obtida em um motor de gaiola pelo uso de rotor de barras profundas ou de dupla gaiola, cuja resistência efetiva aumenta com o escorregamento. Um motor de rotor enrolado pode ser usado para condições de partida muito severas ou quando se deseja um controle de velocidade por resistência de rotor. Um motor de rotor enrolado é mais caro do que um motor de gaiola.

Para as aplicações que exigem uma velocidade substancialmente constante, sem condições de partida excessivamente severas, o motor de gaiola usualmente não tem rival, devido à sua robustez, simplicidade, e custo relativamente baixo. Sua única desvantagem é seu fator de potência relativamente baixo (cerca de 0,85 a 0,90 a plena carga, para motores de 4 polos, 60 Hz, e consideravelmente mais baixo com cargas leves e para motores de baixas velocidades). O fator de potência baixo é uma conseqüência do fato de que toda a excitação precisa ser suprida por potência reativa indutiva tomada da rede de c.a.. A velocidades abaixo de cerca de 500 rpm e potências acima de cerca de 50 HP, ou a velocidades médias (500 a 900 rpm) e potências acima de cerca de 500 HP, um motor síncrono pode custar menos do que um motor de indução.

O motor de indução apresenta desvantagens para o acionamento com velocidade ajustável. Uma máquina dependente de um campo magnético girante a velocidade constante prefere ser uma máquina de velocidade constante. A mudança de polos é uma boa solução quando são necessárias somente duas, ou talvez quatro, velocidades. O controle de velocidade por variação do escorregamento tem baixo rendimento, a menos que seja usado um dos esquemas mais ou menos elaborados descritos no Item 7-7*e* para recobrar a energia de escorregamento. A comparação econômica do acionamento de velocidade ajustável freqüentemente ocorre entre o custo de um motor de c.c. mais equipamento de conversão de c.a. a c.c. e controles, de um lado, e os esquemas relativamente elaborados de controle de velocidade de motores de indução descritos no Item 7-7, do outro lado. A possibilidade de uma transmissão mecânica de velocidade variável interposta entre um motor de velocidade constante e a carga movida precisa também ser considerada. Em tamanhos muito grandes, ou em altas velocidades, ou quando espaço é restrito, a simplicidade e compacidade do motor de indução constituem uma grande vantagem.

PROBLEMAS

7-1. Quando uma máquina de indução é acionada acima da velocidade síncrona, ela se comporta como um gerador. Esboçar a onda de fmm do rotor e a onda de indução magnética resultante, semelhantes às da Fig. 7-1*a* e *b*, mas para funcionamento como gerador. Mostre que o ângulo de carga é $-(90° + \phi_2)$.

7-2. Redesenhar a Fig. 7-2 para o mesmo rotor colocado em um campo senoidal de 4 polos.

7-3. Uma máquina de indução com rotor enrolado, trifásica, de 8 polos, acionada por um motor de c.c. de velocidade ajustável, deve ser usada como uma fonte de freqüência ajustável. O estator da máquina é alimentado por uma fonte a 60 Hz, e a saída é tomada dos anéis coletores do rotor. A faixa de freqüência de saída deve ser de 150 a 360 Hz. A potência de saída deve ser 80 kW a fator de potência 0,80 indutivo, e é independente da freqüência de saída.

Para os objetivos deste problema, desprezar todas as perdas da máquina, as correntes de excitação, e as reatâncias de dispersão. Calcular:

a. A faixa de velocidade exigida do motor de c.c..
b. A potência aparente nominal do estator da máquina de indução.
c. O conjugado máximo no eixo do motor de c.c..

7-4. Um motor de indução de gaiola, 100 cv, trifásico, ligado em Y, 440 volts, 60 Hz, 8 polos, tem as seguintes constantes de circuito equivalente em ohms por fase, referidas ao estator:

$$r_1 = 0.085 \qquad r_2 = 0.067$$
$$x_1 = 0.196 \qquad x_2 = 0.161 \qquad x_\bullet = 6.65$$

As perdas rotacionais em vazio valem 2,7 kW. As perdas suplementares valem 0,5 kW. As perdas rotacionais e suplementares podem ser consideradas constantes.

a. Calcular a potência mecânica de saída, a corrente de estator, o fator de potência, e o rendimento, sob tensão e freqüência nominais, para um escorregamento de 3,00 por cento.

b. Calcular a corrente de partida e o conjugado interno de partida, sob tensão e freqüência nominais.

7-5. Um motor de indução de 10 cv, trifásico, 60 Hz, 6 polos, gira a um escorregamento de 3,0 por cento a plena carga. As perdas rotacionais e suplementares a plena carga são 4,0 por cento da potência de saída. Calcular:

a. A perda no cobre do rotor a plena carga.
b. O conjugado eletromagnético a plena carga, em newton-metros.
c. A potência entregue pelo estator ao entreferro, a plena carga.

7-6. Um motor de indução de gaiola, 10 cv, 230 volts, trifásico, ligado em Y, 60 Hz, 4 polos, desenvolve conjugado interno de plena carga a um escorregamento de 0,04 quando funciona sob tensão e freqüência nominais. Para os objetivos deste problema, as perdas rotacionais e no ferro podem ser desprezadas. Os valores de impedâncias do motor são:

Resistência do estator $r_1 = 0{,}36$ ohm por fase
Reatâncias de dispersão $x_1 = x_2 = 0{,}47$ ohm por fase
Reatância de magnetização $x_\phi = 15{,}5$ ohms por fase

Determinar o conjugado interno máximo sob tensão e freqüência nominais, o escorregamento a máximo conjugado, e o conjugado interno de partida sob tensão e freqüência nominais. Expressar o conjugado em newton-metros.

7-7. Suponha-se que o motor de indução do Prob. 7-6 é alimentado por uma fonte de 240 volts, de tensão constante, 60 Hz, através de um alimentador cuja impedância é $0{,}50 + j0{,}30$ ohm por fase. Determinar o conjugado interno máximo que o motor pode manter, e os valores correspondentes de corrente de estator e tensão terminal.

7-8. Um motor de indução trifásico, com tensão e freqüência nominais, tem um conjugado de partida de 160 por cento e um conjugado máximo de 200 por cento do conjugado de carga nominal. Desprezando a resistência de estator e as perdas rotacionais, e supondo a resistência de rotor constante, determinar:

a. O escorregamento em plena carga.
b. O escorregamento com conjugado máximo.
c. A corrente de rotor na partida, em por unidade de corrente de rotor a plena carga.

7-9. Quando funcionando sob tensão e freqüência nominais, um motor de indução de gaiola, trifásico (classificado como motor de alto

escorregamento) fornece potência nominal com escorregamento de 8,5 por cento e desenvolve um conjugado máximo de 250 por cento do conjugado de carga nominal a um escorregamento de 50 por cento. Desprezar as perdas no ferro e rotacionais, e supondo ainda que as resistências e indutâncias do motor são constantes.

Determinar o conjugado e a corrente de rotor na partida com tensão e freqüência nominais. Expressar o conjugado e a corrente de rotor em por unidade, tomando como base os valores de plena carga.

7-10. Para um motor de gaiola, 25 cv, 230 volts, trifásico, 60 Hz, funcionando sob tensão e freqüência nominais, a perda no cobre do rotor para conjugado máximo é 9,0 vezes aquela para conjugado de plena carga, e o escorregamento com conjugado de plena carga é 0,030. A resistência do estator e as perdas rotacionais podem ser desprezadas, e as reatâncias e resistência do rotor podem ser consideradas constantes. Pede-se calcular:

a. O escorregamento com conjugado máximo.
b. O conjugado máximo.
c. O conjugado de partida.

Expressar o conjugado em por unidade do conjugado de plena carga.

7-11. Um motor de indução de gaiola gira com escorregamento de 5,0 por cento em plena carga. A corrente de rotor na partida é 5,0 vezes a corrente de rotor em plena carga. A resistência do rotor é independente da freqüência do rotor, e as perdas rotacionais, perdas suplementares, e a resistência do estator podem ser desprezadas.

a. Calcular o conjugado de partida.
b. Calcular o conjugado máximo e o escorregamento no qual o conjugado máximo ocorre.

Expressar os conjugados em por unidade do conjugado de plena carga.

7-12. A potência interna máxima P_{max} de um motor de indução ocorre no escorregamento $s_{max\,P}$. Demonstrar que as curvas normalizadas da Fig. 7-13 também dão as relações entre o quociente de potências P/P_{max} e o quociente de escorregamentos $s(1 - s_{max\,P})/s_{max\,P}(1 - s)$ com o parâmetro $Q = (X_1 + X_2)/(R_1 + r_2)$.

7-13. Um motor de indução de rotor enrolado, 50 cv, 440 volts, trifásico, 4 polos, 60 Hz, desenvolve um conjugado interno máximo de 250 por cento com escorregamento de 16 por cento, quando funciona sob tensão e freqüência nominais com o rotor curto-circuitado direta-

mente nos anéis coletores. A resistência de estator e as perdas rotacionais podem ser desprezadas e a resistência do rotor pode ser considerada constante, independente da freqüência do rotor. Determinar:

a. O escorregamento em plena carga, em percentagem.
b. A perda no cobre do rotor a plena carga, em watts.
c. O conjugado de partida a tensão e freqüência nominais, em newton-metros.

Se a resistência de rotor for dobrada (por inserção de resistências externas em série), determinar:

d. O conjugado em newton-metros quando a corrente de estator tem seu valor de plena carga.
e. O escorregamento correspondente.

7-14. Um motor de indução com rotor enrolado, 50 cv, trifásico, 440 volts, 4 polos, desenvolve a potência de plena carga a uma velocidade de 1746 rpm, quando funciona sob tensão e freqüência nominais com os anéis coletores curto-circuitados. O conjugado máximo que ele pode desenvolver sob tensão e freqüência nominais é 200 por cento do conjugado de plena carga. A resistência do enrolamento de rotor é 0,10 ohm por fase Y. As perdas rotacionais e suplementares e resistência de estator podem ser desprezadas.

a. Calcular a perda no cobre do rotor em plena carga.
b. Calcular a velocidade com conjugado máximo.
c. Que valor de resistência precisa ser introduzida em série com o motor para produzir conjugado de partida máximo?

O motor é agora alimentado por uma fonte a 50 Hz com a tensão aplicada ajustada de modo que a onda de fluxo de entreferro tem a mesma amplitude com o mesmo conjugado que em 60 Hz.

d. Calcular a tensão aplicada a 50 Hz.
e. Calcular a velocidade à qual o motor desenvolverá um conjugado igual ao valor de plena carga em 60 Hz, com os anéis coletores curto-circuitados.

7-15. Um motor de indução de rotor enrolado, 220 volts, trifásico, 4 polos, 60 Hz, desenvolve um conjugado interno de 150 por cento com uma corrente de linha de 155 por cento a um escorregamento de 5,0 por cento, quando gira sob tensão e freqüência nominais, com os terminais de rotor curto-circuitados. (O conjugado e a corrente são expressos como percentagens de seus valores de plena carga.) A resistência de rotor é 0,100 ohm entre cada par de terminais de rotor e pode ser considerada constante. Qual seria a resistência de cada um dos três resistores iguais, ligados em Y, a introduzir em série com cada terminal do rotor, se a corrente de partida sob tensão e freqüência nominais deve ser limitada em 155 por cento? Que conjugado interno de partida seria desenvolvido?

7-16. Um motor de indução de gaiola, 220 volts, trifásico, 4 polos, 60 Hz, desenvolve um conjugado interno máximo de 250 por cento com escorregamento de 16 por cento quando funciona sob tensão e freqüência nominais. Com o efeito de resistência de estator desprezado, determinar o conjugado interno máximo que este motor desenvolveria se ele fosse alimentado a 200 volts e 50 Hz. Sob estas condições, a que velocidade em rpm seria desenvolvido o conjugado máximo?

7-17. Um conjunto conversor de freqüência, do tipo descrito no item 7-7*b*, deve ser projetado para suprir potência de freqüência variável aos motores de indução que acionam as hélices de modelos de aviões ensaiados em túnel aerodinâmico. O conversor de freqüência é uma máquina de indução de rotor enrolado, acionada por um motor de c.c. cuja velocidade pode ser controlada. O enrolamento trifásico de estator da máquina de indução é excitado por uma fonte a 60 Hz, e potência trifásica a freqüência variável é tomada de seu enrolamento de rotor. O conjunto deve ter as seguintes características:

Faixa de freqüência de saída = 120 a 450 Hz.

A velocidade máxima não deve exceder 3000 rpm.

Máxima potência de saída = 80 kW a fator de potência 0,80 e 450 Hz.

A potência exigida pela carga do motor de indução cai rapidamente quando a freqüência decresce, de modo que a condição de velocidade máxima determina os tamanhos das máquinas.

Considerando desprezíveis a corrente de excitação, as perdas, e as quedas de tensão na máquina de indução, calcular:

a. O número mínimo de polos para a máquina de indução.
b. As correspondentes velocidades máxima e mínima.
c. A potência aparente nominal do enrolamento de estator da máquina de indução.
d. A potência mecânica nominal da máquina de c.c..

7-18. A resistência medida entre cada par de anéis coletores de um motor de indução trifásico, 60 Hz, 300 cv, 16 polos, é 0,035 ohm. Com os anéis coletores curto-circuitados, o escorregamento a plena carga é 0,025. Supor que a curva de conjugado-escorregamento é uma linha reta desde vazio até a plena carga. Este motor aciona um ventilador que absorve 300 HP à velocidade de plena carga do motor. O conjugado

para acionar o ventilador varia com o quadrado da velocidade. Que resistências devem ser ligadas em série com cada anel coletor de modo que o ventilador gire a 300 rpm?

7-19. Uma proposta para o acionamento de velocidade ajustável para uma grande ventilador em uma instalação industrial tem as características seguintes. O ventilador é acionado por dois motores de indução de rotor enrolado, acoplados mecanicamente ao eixo do ventilador e arranjados de modo que nas velocidades mais baixas funciona o motor menor, e nas velocidades mais altas o motor maior. O controle de velocidade é em degraus, de modo que o controle seja ininterrupto desde a velocidade mínima até a máxima, e de modo que não haja uma mudança súbita em velocidade durante a transferência de um motor ao outro.

O motor maior é de 2300 volts, trifásico, 500 cv, 60 Hz, 6 polos; o motor menor é de 200 cv, 60 Hz, 8 polos. Os seguintes dados são fornecidos pelo fabricante dos motores:

Constantes	*Motor de 200 HP*	*Motor de 500 HP*
Resistência do estator	0.57 ohm	0.14 ohm
Resistência do rotor	0.93	0.24
Reatância de dispersão, estator mais rotor	2.6	0.98

Estes valores são valores por fase (ligação y) referidos ao estator. As perdas rotacionais e a excitação do motor podem ser desprezados.

A velocidade mínima de funcionamento do ventilador deve ser de 450 rpm; a velocidade máxima deve ser aproximadamente de 1170 rpm. O ventilador absorve 450 cv a 1170 rpm, e a potência para outras velocidades varia aproximadamente com o cubo da velocidade.

O esquema de controle é tal que os estatores dos dois motores permanecem ligados à linha durante todo o tempo em que o sistema está em operação. Na faixa de velocidades mais baixas, o rotor do motor de 500 cv está em circuito aberto. Esta faixa é obtida por ajuste de resistência externa no rotor do motor de 200 cv. Acima desta faixa, o rotor do motor de 200 cv está em circuito aberto; o ajuste de velocidade na faixa mais alta é obtido por ajuste de resistência externa no rotor do motor de 500 cv.

A transição entre motores da faixa de velocidades mais baixas à faixa de velocidades mais altas deve ser efetuada como segue:

1 Toda a resistência externa do rotor é cortada do motor de 200 cv.

2 Por meio de um contator do tipo "fechar-antes-de-abrir", o circuito do rotor do motor de 500 cv é fechado, e então o circuito de rotor do motor de 200 cv é aberto. A resistência externa de rotor no motor de 500 cv para este passo tem um valor tal que a velocidade seja a mesma como no primeiro passo.

3 As velocidades mais altas são obtidas reduzindo a resistência do rotor no motor de 500 cv.

Este procedimento é invertido ao passar da faixa de velocidades mais altas à de velocidades mais baixas.

Como engenheiro industrial, você deve examinar algumas características desta proposta. Em particular, deve:

a. Determinar a faixa de resistência externa de rotor (referida ao estator) para o motor de 200 cv.
b. Determinar a faixa de resistência externa de rotor para o motor de 500 cv.
c. Discutir eventuais características do esquema de que você possa não gostar, sugerindo alternativas.

8

Controle de Motores a Estado Sólido

Na maioria das aplicações, os motores são ligados diretamente a uma linha de alimentação e funcionam de acordo com as suas características de conjugado-velocidade e o ponto de operação é determinado pela carga mecânica. Entretanto, em muitas outras aplicações, os motores são providos de equipamentos de controle, pelos quais as suas características podem ser modificadas, e as condições de funcionamento podem ser alteradas para se adaptar às exigências particulares de carga mecânica. O ajuste mais comum é o da velocidade do motor, mas o conjugado e a aceleração podem também ser controlados. O equipamento de controle consiste de relés, contatores, componentes magnéticos, e dispositivos de estado sólido tais como diodos, tiristores, e transistores. A combinação do motor e do equipamento de controle é chamada um sistema de acionamento.

8-1 APLICAÇÕES DOS CONTROLES COM DISPOSITIVOS DE ESTADO SÓLIDO

Qualquer tipo de motor pode ser controlado, para obter ajuste de velocidade e conjugado relativamente à carga mecânica. A diferença

entre os motores está na quantidade e custo do equipamento necessário para conseguir o controle. Os motores de corrente contínua são facilmente controláveis e têm dominado o campo dos acionadores de velocidade ajustável. Os motores de corrente alternada são mais dispendiosos de se controlar e são usados em sistemas de acionamento somente quando devem ser aproveitadas as características especiais dos motores de c.a., tais como ausência de comutadores e escovas.

a. Terminologia

Na comparação entre sistemas de acionamento, para expressar o desempenho em valores numéricos, é preciso usar uma terminologia que seja entendida na indústria. Definiremos os termos principais como segue:

1 Velocidade de Base. A velocidade de base é a velocidade nominal do motor, também conhecida como a velocidade *de placa*. Em um motor de c.c. derivação, é a velocidade para tensão de armadura nominal e corrente de campo nominal. Em um motor de c.a., é a velocidade à freqüência nominal. O motor pode ser operado acima e abaixo da velocidade base.

2 Regulação de Velocidade. A regulação geralmente se refere à capacidade do sistema de manter a velocidade pré-ajustada sob cargas variáveis. Para uma velocidade a plena carga ω_m, e uma queda de velocidade $\Delta\omega_m$ de vazio até plena carga, a regulação percentual de velocidade é

$$\text{Reg.} = \frac{\Delta\omega_m}{\omega_m} \times 100 \qquad (8\text{-}1)$$

A regulação percentual de velocidade é usualmente dada em relação à velocidade base do motor. A uma velocidade mais baixa, o motor pode ter a mesma queda de velocidade $\Delta\omega_m$, mas a regulação percentual de velocidade será mais alta.

3 Faixa de Velocidades. A faixa de velocidades é a relação entre a velocidade máxima e a mínima do sistema. A faixa de velocidades pode ser dada somente quando a carga do motor também é especificada, por exemplo, em vazio ou com conjugado de plena carga. A limitação da faixa de velocidades pode estar inerente ao projeto do equipamento de controle, ou pode estar na capacidade de resfriamento do motor em baixas velocidades, ou na possibilidade de não voar em pedaços em altas velocidades.

4 Limites de Conjugado. No equipamento de controle são incorporados circuitos para limitar o conjugado do motor durante

os períodos de aceleração ou de sobrecarga. Os objetivos são numerosos: para obter acelerações controladas de cargas de alta inércia, para proteger o motor e equipamento de controle de sobrecorrente, e para prevenir que o sistema atinja regiões de operação instável.

5 Acionamento de Potência Mecânica Constante. O sistema tem a capacidade inerente de suprir uma potência mecânica constante (conjugado × velocidade) sobre uma dada faixa de velocidades. O conjugado mais alto às velocidades mais baixas geralmente determina o tamanho do motor e o equipamento de controle.

6 Acionamento de conjugado constante. O sistema tem a capacidade inerente de suprir um conjugado específico sobre a dada faixa de velocidades.

7 Tiristor. Um dispositivo a estado sólido com três terminais, que pode conduzir corrente de seu terminal "ânodo" a seu terminal "cátodo", somente depois de ter sido aplicado um sinal de tensão ao terminal "gatilho" ou "porta." O tiristor, também chamado *SCR*, é empregado para obter tensões contínuas controladas a partir da rede de alimentação de c.a..

b. Sistemas para Motores de C.C.

Como foi descrito no Cap. 5, as características de conjugado-velocidade de um motor de c.c. podem ser controladas por ajuste da tensão de armadura, por ajuste da corrente de campo, e por inserção de resistência no circuito de armadura. Os controles de motores a estado sólido são projetados para utilizar cada um destes modos para finalidades específicas.

Os sistemas de tensão de armadura ajustável utilizam circuitos retificadores a tiristores com controle de fase para fornecer potência em c.c. aos motores de c.c. Os circuitos retificadores funcionam alimentados por linhas de c.a. monofásicas e trifásicas, e em várias configurações, dependendo da potência mecânica, e de exigências de reversibilidade e de frenagem. Um sistema comercial é mostrado na Fig. 8-1. A tensão de armadura é ajustada por controle do ângulo elétrico, dentro da onda de c.a., no qual o sinal de gatilho é aplicado a cada tiristor.

A corrente de campo é suprida por retificador, quando não é controlada. Quando a corrente de campo precisa ser reduzida para obter velocidades acima da velocidade de base, a corrente é suprida por outro circuito retificador controlado auxiliar, comandado por um circuito apropriado no circuito de referência para o controle de velocidade.

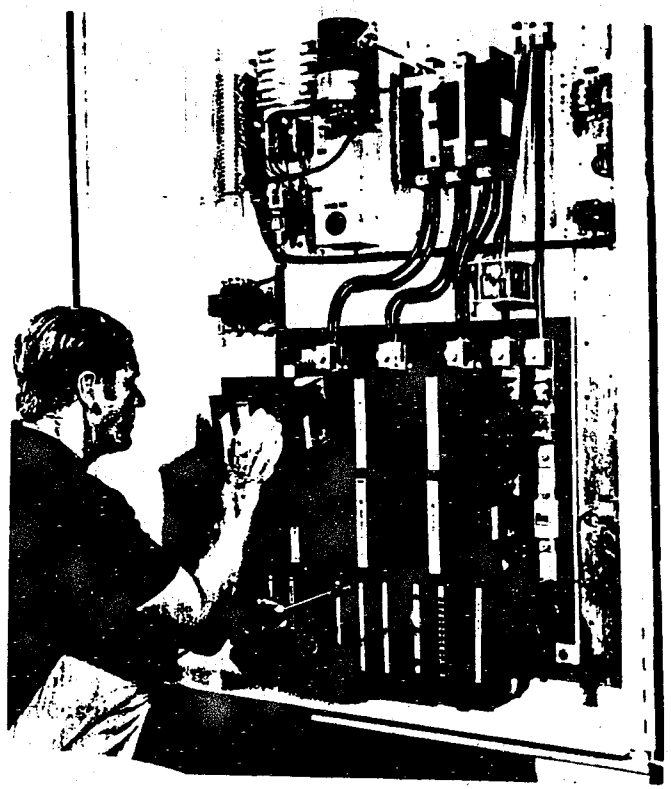


Fig. 8-1 Sistema comercial a tiristores, para alimentação de motores de c.c. (*Electric Regulador Corporation.*)

Uma forma equivalente ao controle por variação de resistência de armadura é usada para controle de velocidade de motores de c.c. série alimentados por fontes de c.c., tais como bateria em veículos de motor elétrico, ou terceiro trilho em sistemas de trânsito rápido. Um tiristor funciona como uma chave que abre e fecha em freqüência rápida, de modo que a tensão aplicada se divide entre a armadura e a chave, e resulta uma tensão média de armadura controlável. O circuito de chaveamento a tiristor é chamado *pulsador* ou *modulador* e age como uma resistência de armadura sem perdas. Um sistema para carros de trânsito rápido é mostrado na Fig. 8-2.

c. Sistemas de C.A. de freqüência ajustável

A velocidade síncrona de motores de indução e síncronos é diretamente proporcional à freqüência aplicada. O controle de velocidade destes

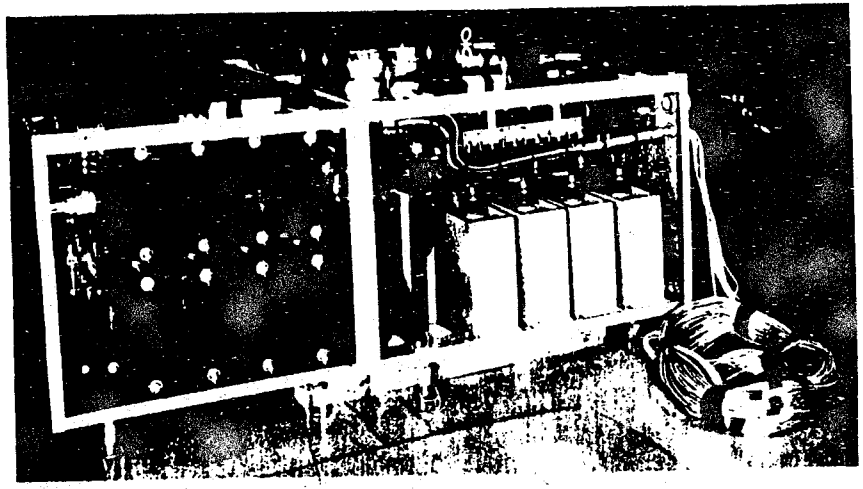


Fig. 8-2. Montagem de controle a tiristores para veículos de trânsito. (*Westinghouse Electric Corporation.*)

motores é obtido alimentando o estator através de uma unidade de controle de estado sólido, de freqüência ajustável. O motor síncrono seguirá a freqüência diretamente; o motor de indução seguirá com certo escorregamento. Tal controle é eficiente e, com motores síncronos, pode ser tornado muito preciso. Entretanto, o equipamento de controle é mais complicado e caro do que aquele dos retificadores controlados para sistemas de c.c..

A potência a freqüência ajustável é gerada por um circuito com tiristores chamado *inversor*. Para formar um conjunto de ondas de tensão trifásicas em um inversor, seis tiristores são ligados numa configuração em ponte a uma fonte de c.c.. Chaveando os tiristores com sinais formados externamente em uma seqüência prescrita, pode-se obter uma aproximação, retangular ou em degraus, para as tensões senoidais trifásicas nos terminais de c.a. da ponte. Aumentando-se ou diminuindo a freqüência de chaveamento, a freqüência e a velocidade do motor são controladas. Um sistema típico consiste de um retificador para converter a potência da linha de alimentação de c.a. à forma de c.c., um inversor para formar as ondas de c.a. de freqüência ajustável a partir do barramento de c.c., um motor de indução ou síncrono, e um sistema de controle para estabelecer a freqüência, para ajustar a tensão do motor, e para assegurar que o conjugado máximo do motor não seja excedido durante as variações de velocidade. Alguns sistemas de acionamento comerciais típicos são mostrados nas Figs. 8-3 e 8-4.

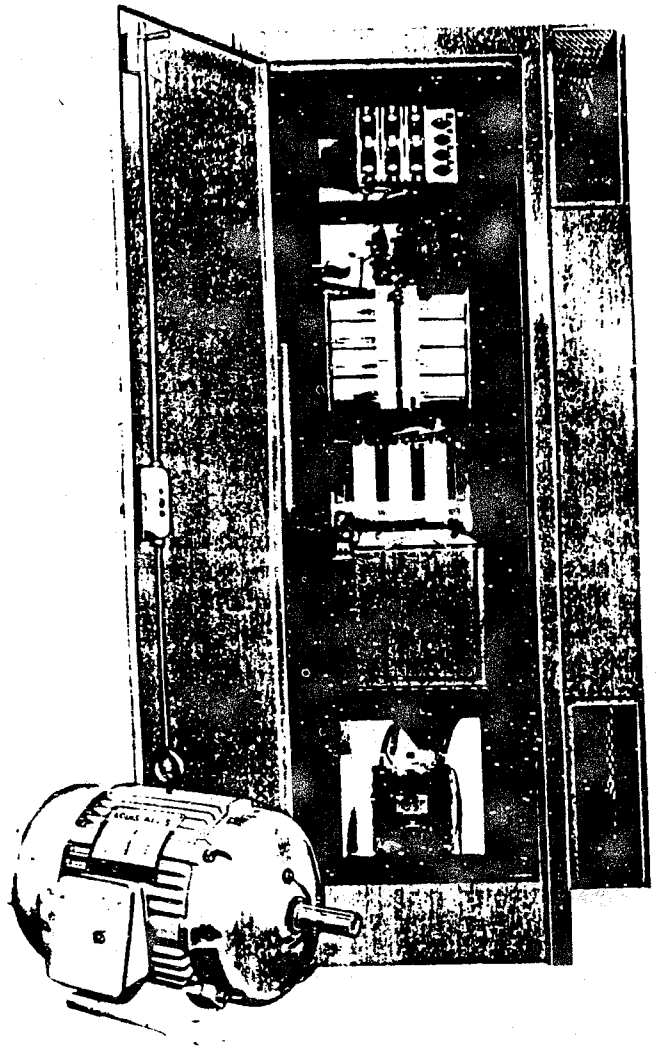


Fig. 8-3. Sistema de acionamento comercial para c.a., freqüência ajustável. (*The Louis Allis Company.*)

d. Sistemas com Motores de Indução de Tensão Ajustável

Para um dado valor de escorregamento, o conjugado de entreferro de um motor de indução é aproximadamente proporcional ao quadrado da tensão de estator. Dependendo da forma da curva de conjugado-velocidade e da característica da carga, pode-se obter certo grau de

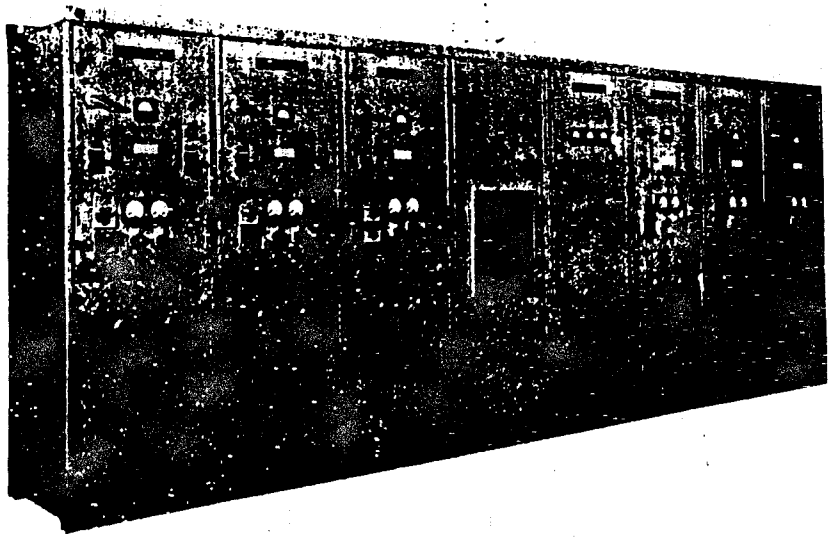


Fig. 8-4. Sistema de alimentação em c.a. consistindo de 6 inversores e 1 retificador, para produção de fibra sintética. Os inversores são de 40 a 84 KVA e todos alimentam motores síncronos de relutância numa faixa de velocidades 6 para 1. (*Westinghouse Electric Corporation.*)

controle de velocidade com um sistema de controle relativamente simples. A potência associada às perdas no rotor, que é proporcional ao conjugado e ao escorregamento, pode tornar-se grande à medida que a velocidade do motor cai. Este método de controle é particularmente apropriado para cargas tais como bombas e ventiladores, cujos conjugados diminuem rapidamente quando a velocidade é reduzida.

Um sistema de controle de tensão ajustável típico usa tiristores ligados *em oposição* em cada linha de alimentação do estator. Conforme o ângulo elétrico, no qual os sinais de gatilho são aplicados aos tiristores, avança na direção do início da onda de c.a., mais da tensão de linha é aplicada ao motor, e a velocidade aumenta. A tensão resultante aplicada ao motor resulta distorcida pela ação de chaveamento dos tiristores, de modo que as perdas do motor tendem a ser mais altas do que o normal.

e. Sistemas com Motores de Rotor Enrolado

Como foi descrito no Cap. 7, a curva de velocidade-conjugado de um motor de indução pode ser deslocada de modo a obter o controle de velocidade por inserção de resistência no circuito de rotor. O método desperdiça potência porque a perda de potência no rotor é $s/(1-s)$ da potência mecânica. Por exemplo, a meia velocidade, $s = 0{,}5$, e a perda

de potência no rotor é igual à potência mecânica. A maior parte da perda de potência no rotor pode ser recobrada em um sistema de controle de motores de estado sólido, consistindo de um retificador e um inversor. A tensão do rotor, tomada nos anéis coletores, é retificada para obter uma tensão contínua, de valor proporcional ao escorregamento s; depois, um inversor de tiristores, ligado entre o barramento de c.c. e os terminais de estator, devolve a potência do rotor à linha de alimentação. O inversor funciona com a freqüência de saída fixa da linha de alimentação do motor, e.g., 60 Hz, e de qualquer nível de tensão contínua de entrada desde perto de zero, na plena velocidade do motor, até o valor máximo, quando o motor está parado. O sistema é relativamente simples porque os sinais de gatilho para os tiristores são formados a partir da linha de alimentação sem os complicados circuitos lógicos e reguladores do sistema de freqüência ajustável.

f. Motores Universais Série

Os motores universais série são raramente construídos para potências acima de um HP, e são usados principalmente para ferramentas e aparelhos portáteis para obter alta potência mecânica por unidade de peso. Sua velocidade com conjugado fixo é proporcional à tensão aplicada. Uma única chave de estado sólido controlada, para c.a., bidirecional, como dois tiristores ligados em oposição, em série com o motor, oferece um meio simples e barato para o controle de velocidade. O ângulo elétrico, no qual é aplicado o sinal de gatilho, é controlado de vários modos: manualmente por um gatilho; por teclas pré-ajustadas ou botões; ou por um circuito regulador de velocidade. O sistema será descrito no Cap. 11.

8-2 INTRODUÇÃO AOS CIRCUITOS RETIFICADORES

O retificador é o item principal no sistema de controle de estado sólido de um motor de c.c.. O retificador é um circuito montado com diodos e tiristores, que supre corrente contínua à armadura e campo do motor a partir de uma linha de alimentação de c.a.. A tensão contínua do retificador, que é controlada por tiristores, controla por sua vez a velocidade ou conjugado do motor. Neste item serão vistos circuitos que alimentam cargas passivas; as cargas de motores serão discutidas no Item 8-3.[1]

[1]Ver J. Schaefer, "Rectifier Circuits, Theory and Design", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1965

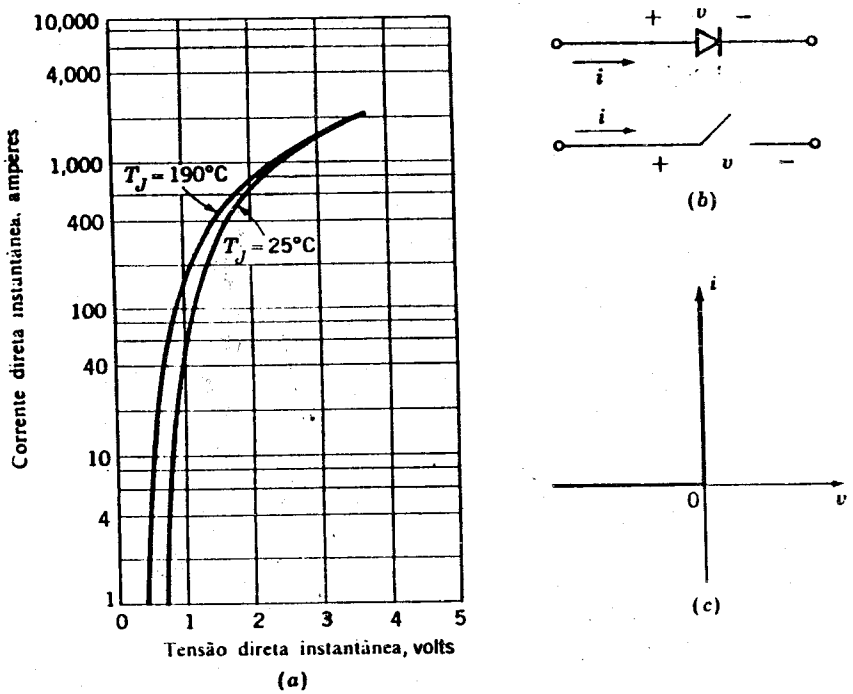


Fig. 8-5. Características e modelo de diodo. (*a*) Características de tensão-corrente de um diodo para 160 A em termos da temperatura da junção T_J; (*b*) símbolo para

O diodo e o tiristor usados em circuitos retificadores são dispositivos altamente não-lineares. A fim de analisar circuitos contendo estes dispositivos, devemos estabelecer modelos de circuitos e uma técnica para uso destes modelos na operação repetitiva.[2]

A característica tensão-corrente real de um diodo é mostrada na Fig. 8-5*a*. O diodo conduz a corrente direta nominal de 160 A com uma queda direta de 1,0 volt, e pode bloquear até 1200 volts na direção inversa. O modelo de circuito para o diodo é simplesmente uma chave, como mostra a Fig. 8-5*b*; a característica para o modelo é mostrada na Fig. 8-5*c*. Quando tensão direta é imposta ao modelo, a chave é fechada e o diodo conduz corrente com queda de tensão nula. Quando é aplicada tensão inversa, a chave é aberta e o diodo conduz corrente inversa nula.

A característica de tensão-corrente real de um tiristor é mostrada na Fig. 8-6*a*. Este tiristor é especificado para bloquear a tensão aplicada

[2]Descrições e aplicações destes dispositivos são dadas no "SCR Manual", 4. ed., General Electric Co., Auburn, New York, 1967.

até 1800 volts em qualquer direção, na ausência de sinal de gatilho. Quando é aplicado um sinal ao gatilho, sinal que é tipicamente um pulso de uns poucos volts de amplitude, o tiristor imediatamente torna-se condutor no sentido direto, como um diodo. A queda de tensão direta é 1,5 volts para uma corrente de 110 A. O modelo de circuito é uma chave como mostra a Fig. 8-6*b*, e a característica para o modelo é mostrada na Fig. 8-6*c*. A chave está aberta para qualquer direção de corrente antes de aplicar sinal no gatilho. Quando são aplicados tensão direta e sinal de gatilho, a chave é fechada e o modelo de tiristor conduz corrente direta, sem qualquer queda de tensão.

a. Retificador a Diodo, de Meia Onda, Monofásico

O circuito retificador mais simples consiste de um único diodo ligado a uma carga resistiva como mostrado na Fig. 8-7*a*. A tensão de linha é uma onda senoidal, como mostrado na Fig. 8-7*b*. Conforme o modelo de diodo da Fig. 8-5, o diodo age como uma chave aberta quando a tensão no diodo é negativa, e conduz corrente nula; isto ocorre tipicamente de $\omega t = \pi$ a 2π. O diodo age como uma chave fechada quando

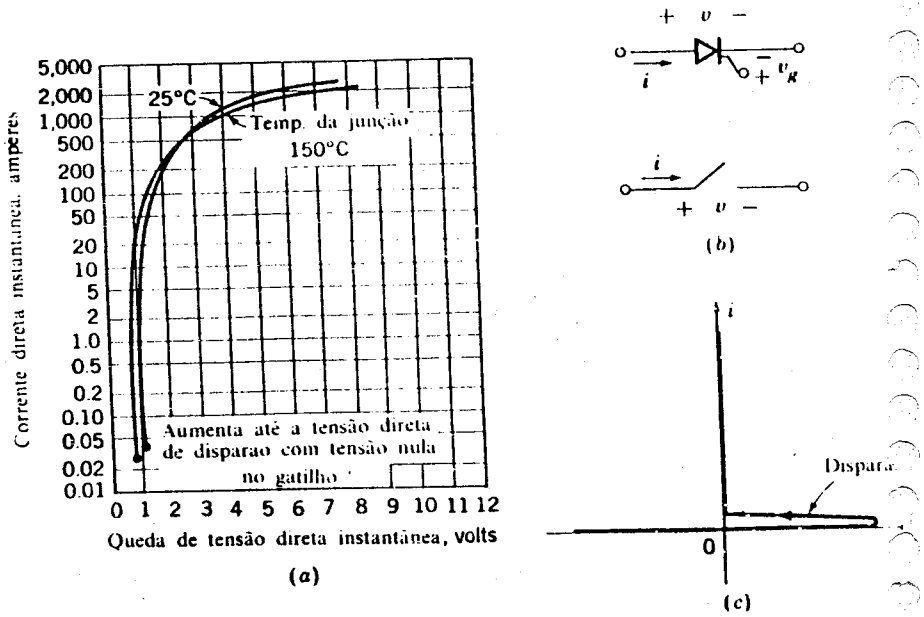


Fig. 8-6. Características e modelo de um tiristor (SCR). (*a*) Características de tensão-corrente de um tiristor para 110 A em função da temperatura da junção; (*b*) símbolo para o tiristor (*em cima*) e modelo para circuito, tipo chave (*embaixo*); (*c*) característica de tensão-corrente do modelo

a tensão de diodo é positiva, tipicamente de $\omega t = 0$ a π, e conduz corrente i_n. A tensão de carga v_n é igual à tensão de linha v_0 durante o intervalo de condução porque o modelo do diodo é sem perdas.

b. Circuito de Meia Onda, Monofásico, com Tiristor

O circuito retificador controlado mais simples consiste de um único tiristor ligado a uma carga resistiva como mostrado na Fig. 8-8*a*. O circuito para aplicação de pulsos de gatilho ao tiristor não está mostrado. De acordo com o modelo de tiristor da Fig. 8-6, o tiristor somente pode conduzir corrente quando a tensão anódica é positiva, tipicamente durante os intervalos $\omega t = 0$ a π, 2π a 3π, etc.. Além disso, o tiristor precisa também receber um pulso no gatilho, que supomos aplicado no ângulo de disparo α. Por convenção, o ângulo de disparo α é medido

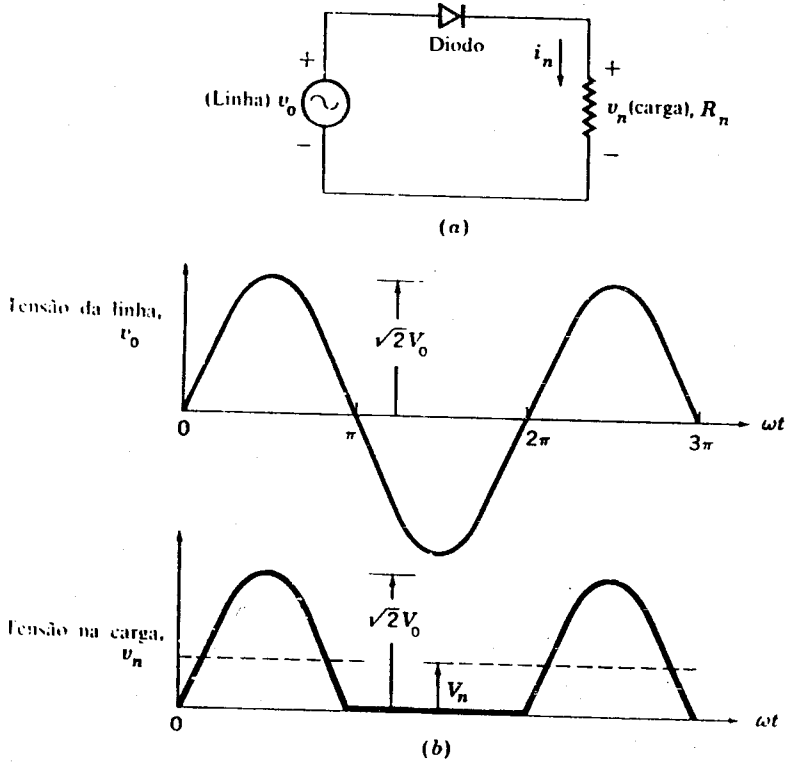


Fig. 8-7. Funcionamento do circuito retificador de meia onda a diodo. (*a*) Circuito; (*b*) formas de onda da tensão da linha V_0 e da tensão na carga V_n, onde V_n é o valor médio da tensão na carga, mostrado sombreado.

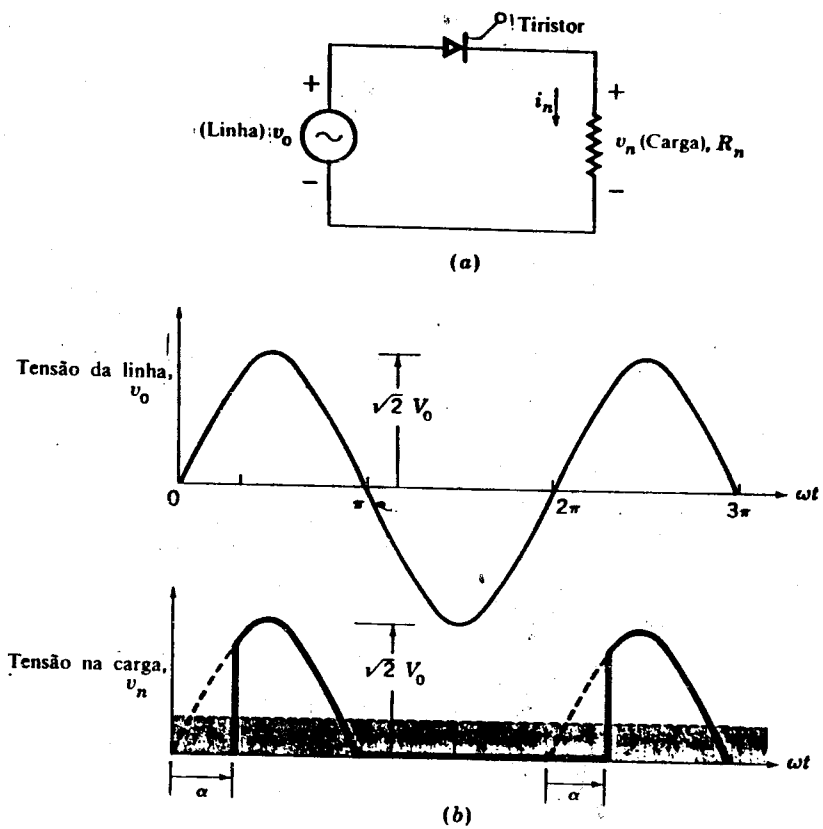


Fig. 8-8. Funcionamento do circuito de meia onda a tiristor. (*a*) Circuito; (*b*) formas de onda da tensão da linha V_0 e da tensão na carga V_n, onde V_0 é o valor eficaz da tensão senoidal da linha e V_n é o valor médio da tensão na carga, mostrado sombreado.

a partir do ângulo que produz a maior tensão de carga, neste caso, de $\omega t = 0$, 2π, etc.. Como mostrado na Fig. 8-8*b*, o tiristor conduz de $\omega t = \alpha$ a π, $2\pi + \alpha$ a 3π, etc.. Durante os intervalos de condução, a tensão na carga v_n é igual à tensão de linha v_0. Conforme o ângulo de disparo α é deslocado pelo circuito de controle de zero a π, o valor médio V_n da tensão na carga decresce.

EXEMPLO 8-1

Determinar a expressão para a tensão média na carga V_n em função do ângulo de disparo α para o circuito da Fig. 8-8*a*.

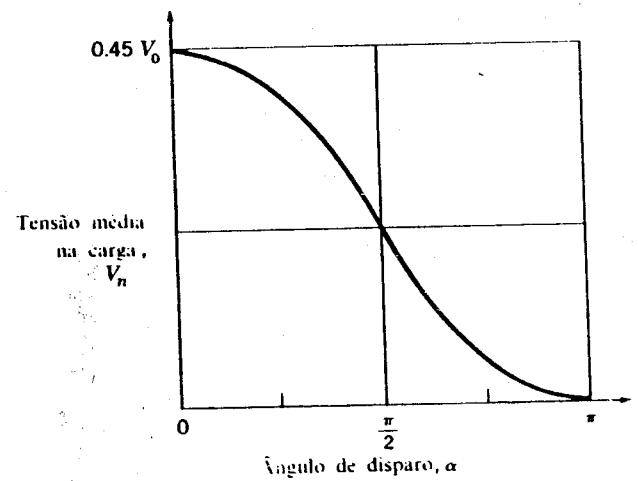


Fig. 8-9. Gráfico da tensão média V_n do circuito de meia onda com tiristor, em função do ângulo de disparo α.

Solução

A tensão média é dada por

$$V_n = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi} v_n\, d(\omega t) \tag{8-2}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi} \sqrt{2}\, V_0 \operatorname{sen} \omega t\, d(\omega t)$$

$$= \frac{-1}{\sqrt{2}\,\pi}\,[V_0 \cos \omega t]_{\alpha}^{\pi}$$

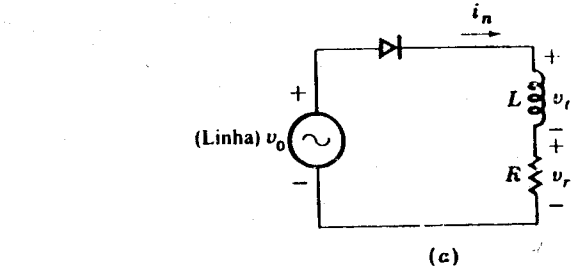
$$= 0{,}225\, V_0 (1 + \cos \alpha) \tag{8-3}$$

A relação é dada na Fig. 8-9. O valor máximo de V_n, correspondente ao funcionamento como retificador a diodo de meia onda da Fig. 8-7, ocorre para $\alpha = 0$ e é

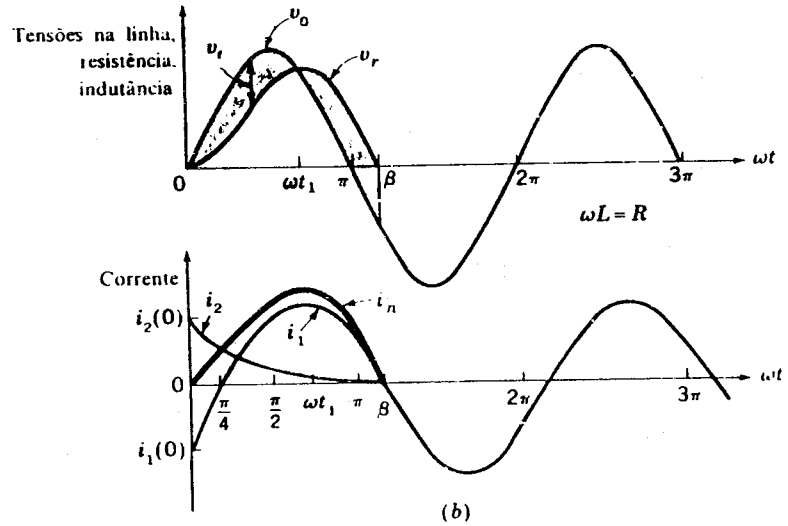
$$V_n = 0{,}450\, V_0 \tag{8-4}$$

c. Retificador Monofásico, com Carga Reativa

Os motores de c.c. reais, considerados como cargas de retificadores, não agem como somente resistências. Os circuitos de armadura têm resistência e indutância; a inércia da armadura e da carga agem como



(a)



(b)

Fig. 8-10. Funcionamento de um diodo retificador de meia onda com carga reativa RL. (a) Circuito; (b) Formas de onda das tensões componentes V_r e V_l, e da corrente i_n.

capacitância. Os circuitos de campo são altamente indutivos. A operação dos elementos diodo e tiristor é diferente daquela com carga resistiva, mas os elementos precisam ainda comportar-se de acordo com as restrições de seus modelos.

Um retificador a diodo, de meia onda, com carga RL, é mostrado na Fig. 8-10*a*. As formas de onda de tensão de linha v_0, tensão resistiva v_r, e tensão indutiva v_l são mostradas na Fig. 8-10*b*. Em $\omega t = 0$, a tensão de linha v_0 torna-se positiva e o diodo começa a conduzir a corrente i_n. A indutância força a corrente a se atrasar relativamente à tensão, até que a corrente atinge seu valor de pico no ângulo ωt_1.

Durante este período, o fluxo concatenado λ na indutância aumenta de

$$\Delta\lambda = \int_0^{t_1} v_1\, dt = \frac{1}{\omega} \int_0^{\omega t_1} v_1\, d(\omega t) \tag{8-5}$$

Do ângulo ωt_1 a β, a corrente declina até que o fluxo concatenado λ retorna ao valor em $\omega t = 0$, ou

$$\Delta\lambda = \int_{t_1}^{\beta/\omega} v_1\, dt = \frac{1}{\omega} \int_{\omega t_1}^{\beta} v_1\, d(\omega t) \tag{8-6}$$

As integrais das Eqs. 8-5 e 8-6 são representadas pelas áreas sombreadas na Fig. 8-10*b*. As áreas sombreadas, freqüentemente chamadas *áreas tensão-tempo*, precisam ser iguais nos dois lados do pico de corrente em ωt_1.

EXEMPLO 8-2

Para o circuito da Fig. 8-10*a*, calcular a corrente i_n para o intervalo de condução $\omega t = 0$ a β. Supor que $R = \omega L$.

Solução

A corrente i_n consiste de uma componente de regime permanente i_1 e uma componente transitória i_2. A condição de contorno em $\omega t = 0$ é

$$i_n(0) = i_1(0) + i_2(0) = 0$$

A componente de regime permanente i_1 é dada por

$$i_1 = \frac{\sqrt{2}\, V_0}{[R^2 + (\omega L)^2]^{1/2}} \operatorname{sen}(\omega t - \phi) \tag{8-7}$$

onde $\phi = \arctan \omega L/R$. A componente transitória é

$$i_2 = I_2\, \varepsilon^{-t/\tau} \tag{8-8}$$

onde $\tau = L/R$. A condição de contorno requer que

$$I_2 = \frac{\sqrt{2}\, V_0}{[R^2 + (\omega L)^2]^{1/2}} \operatorname{sen} \phi \tag{8-9}$$

Para $R = \omega L$, as componentes são

$$i_1 = \frac{V_0}{R} \operatorname{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \tag{8-10}$$

$$i_2 = 0{,}707\, \frac{V_0}{R}\, \varepsilon^{-\omega t} \tag{8-11}$$

As componentes e a corrente total i_n são mostradas nas formas de onda da Fig. 8-10*b*. A corrente de pico ocorre em aproximadamente $\omega t_1 = 3\pi/4$, (135°), e o ângulo de extinção em $\beta = 5\pi/4$, (225°).

Durante o período $\omega t = 0$ a ωt_1 na Fig. 8-10*b*, a linha fornece energia à resistência R à taxa $v_r i_n$ e à indutância L à taxa $v_1 i_n$. De $\omega t = \omega t_1$ a π, a linha continua a fornecer energia à resistência R, que também recebe energia extraída da indutância L à taxa $(-)v_1 i_n$. De $\omega t = \pi$ a β, a energia extraída da indutância L não somente é fornecida à resistência

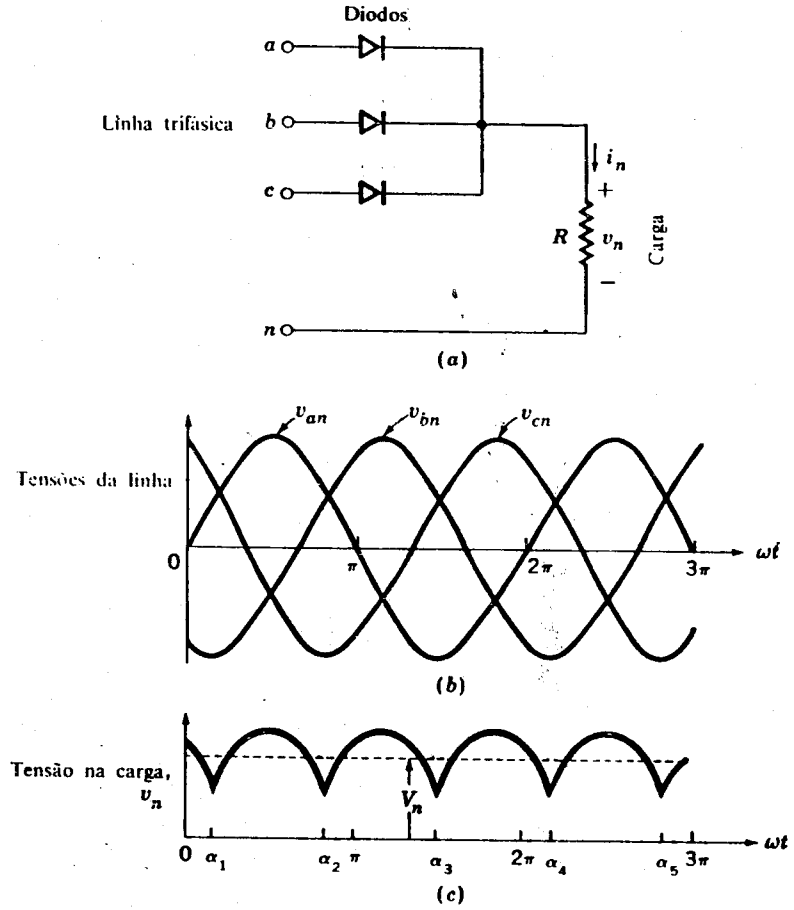


Fig. 8-11. Funcionamento do circuito retificador de meia onda trifásico. (*a*) Circuito; (*b*) tensões de fase trifásicas; (*c*) tensão na carga v_n.

R, mas é também devolvida à linha, fazendo com que o período de condução de corrente se estenda além de π ao ângulo de extinção β.

d. Retificador de Meia Onda Trifásico

O circuito retificador trifásico mais simples é a configuração para meia onda mostrada na Fig. 8-11*a*. O circuito consiste de três diodos ligados a uma carga resistiva comum R; a corrente de carga é devolvida ao neutro n da linha de alimentação trifásica. As tensões de alimentação trifásicas, v_{an}, b_{bn}, v_{cn}, e a tensão de carga são mostradas nas Figs. 8-11*b* e *c*.

Os diodos conduzem um de cada vez durante 120° cada, em seqüência. As extremidades de cátodo dos três diodos são ligadas a um ponto comum na resistência de carga, enquanto as extremidades de ânodo são ligados às respectivas tensões de alimentação. De acordo com o modelo da Fig. 8-5, cada diodo conduzirá somente quando sua tensão for positiva, e bloqueará quando a tensão for negativa. A qualquer instante, o diodo que está conduzindo é aquele que está ligado à tensão de alimentação instantânea mais alta. O terminal comum dos cátodos é também elevado à mesma tensão, de modo que os diodos em bloqueio estão *polarizados inversamente*. Como mostrado na Fig. 8-11*c*, a tensão na carga segue o contorno das tensões de alimentação instantâneas mais altas.

A tensão na carga v_n é contínua e tem um valor médio V_n dado por

$$V_n = \frac{3}{2\pi}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sqrt{2}\, V_0 \operatorname{sen}(\omega t)\, d(\omega t) \tag{8-12}$$

$$= \frac{-3}{\sqrt{2}\,\pi}\left[V_0 \cos(\omega t)\right]_{\alpha_1}^{\alpha_2}$$

Para $\alpha_1 = \pi/6$ e $\alpha_2 = 5\pi/6$,

$$V_n = 1{,}17\, V_0 \tag{8-13}$$

Há numerosos circuitos retificadores trifásicos usando diodos e tiristores. Nos circuitos que usam diodos, a tensão contínua na carga é diretamente proporcional à tensão da fonte de c.a.. Nos circuitos que usam tiristores, a tensão na carga pode ser controlada independentemente da tensão alternada da fonte. Os circuitos retificadores são escolhidos para satisfazer as exigências da aplicação e minimizar o custo. O custo de diodos e tiristores aumenta com a corrente e a tensão de serviço; o uso de um menor número de elementos caros deve ser comparado com um maior número de elementos menos caros para conseguir o melhor projeto de retificador.

8-3 SISTEMAS DE ALIMENTAÇÃO PARA MOTORES DE C.C.

Consideraremos três circuitos de alimentação para motores de c.c., correspondentes aos três circuitos retificadores descritos no Item 8-2 para carga resistiva.[1] Os retificadores serão usados para alimentar o circuito de armadura de um motor de c.c.. Por simplicidade, o modelo do circuito de armadura será um gerador de armadura e_a e uma indutância de armadura L_a; a resistência R_a e o efeito das escovas serão desprezados. O fluxo do campo Φ_f é considerado constante. A armadura tem momento de inércia J e o conjugado mecânico de carga é proporcional à velocidade, $B\omega_m$.

a. Sistemas de Alimentação para Motores, com Diodos, de Meia Onda, Monofásico

O mais simples circuito para alimentação de motores de c.c. a partir de uma linha de c.a., consiste de um único diodo alimentando o circuito de armadura. O enrolamento do campo requer uma fonte de excitação separada, ou o motor pode usar um campo de imã permanente. O sistema de alimentação não tem meio algum de controle da tensão de armadura; a menos que a corrente de campo seja ajustada, ele funcionará com uma única característica conjugado-velocidade. Entretanto, o circuito será usado para mostrar os princípios básicos de funcionamento do circuito de armadura alimentado por um retificador. No item seguinte, substituiremos o diodo por um tiristor e consideraremos um sistema de alimentação controlado.

As formas de onda de tensão, corrente e velocidade, são mostradas na Fig. 8-12 para dois níveis de conjugado e mesma velocidade média. A armadura recebe pulsos de corrente i_a uma vez por ciclo da tensão de linha v_0. Como mostrado na Fig. 8-12*a*, a corrente i_a começa em $\omega t = \alpha$, quando a tensão de linha v_0 se eleva acima da fem de armadura e_a, e o diodo conduz. A corrente i_a continua até $\omega t = \beta$, durante o ângulo de condução γ. Exatamente como para o circuito passivo RL da Fig. 8-10, o período de condução termina a $\omega t = \beta$, quando as áreas tensão-tempo sombreadas da tensão de indutância se compensam. O fim da condução de corrente indica que a indutância da armadura devolveu sua energia armazenada ao circuito, ou os fluxos concatenados com o circuito de armadura retornarem a seu ponto de partida em $\omega t = \alpha$.

Durante o período de condução de corrente de armadura, a energia elétrica flui para o circuito de armadura; a interação entre os fluxos

[1] Veja A. Kusko, "Solid State DC Motor Drives." M. I. T. Press, Cambridge, Mass., 1969.

da corrente e do campo resulta em conjugado eletromagnético positivo. O motor acelera durante o período de condução com a elevação de velocidade $\Delta\omega_m$, como mostrado na Fig. 8-12*a*. Do final do período de condução em $\omega t = \beta$ de um ciclo, até o início do período seguinte de condução em $\omega t = 2\pi + \alpha$, a velocidade do motor cai de $\Delta\omega_m$. O motor alimenta a energia da carga durante o período de queda de velocidade, à custa da sua própria energia cinética; o conjugado é $T_m = J\, d\omega_m/dt$. A indutância de armadura age como uma reserva de energia elétrica durante o período de condução; a inércia da armadura e da carga agem como uma reserva de energia mecânica durante o período de desaceleração.

As formas de onda da Fig. 8-12*b*, mostram o funcionamento com

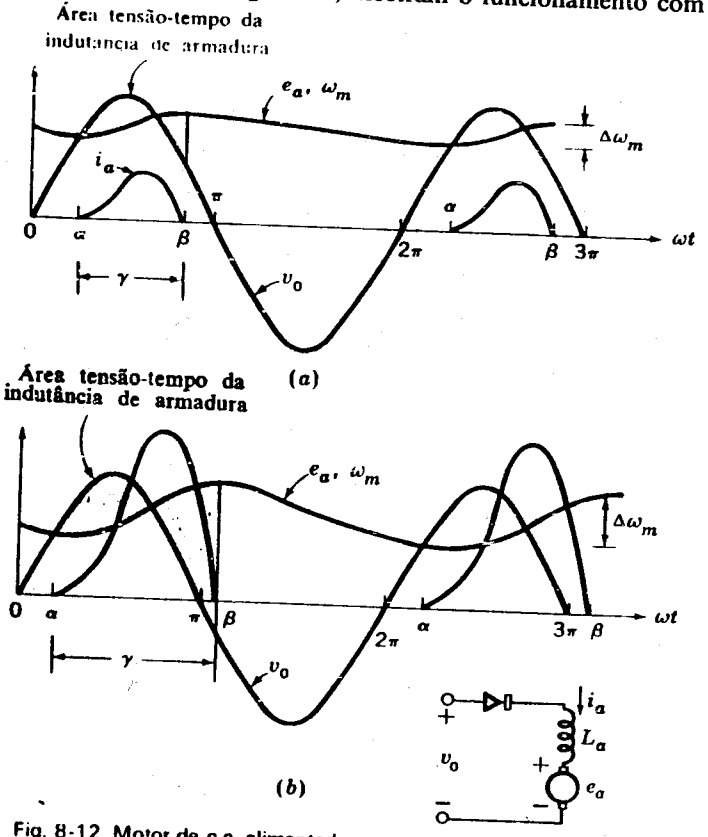


Fig. 8-12 Motor de c.c. alimentado por um circuito retificador de meia onda a diodo. (*a*) Formas de onda da velocidade ω_m, corrente i_a e fem e_a para carga leve; (*b*) mesmas formas de onda para carga pesada e mesma velocidade média.

maior conjugado de carga mas com a velocidade reajustada ao mesmo valor médio. A queda de velocidade $\Delta\omega_m$, durante o período de desaceleração, aumenta porque mais conjugado precisa ser fornecido agora do que no caso da Fig. 8-12*a*, e o diodo começa a conduzir mais cedo durante seu meio ciclo. Além disso, a amplitude e valor médio do pulso de corrente i_a é maior, as áreas tensão-tempo são maiores, e o período de condução γ aumenta. Em velocidades baixas e conjugados altos, o período de condução excederá o ângulo π e aproximar-se-á de 2π.

EXEMPLO 8-3

Um motor de c.c., 1 cv, 500 rpm, com momento de inércia da armadura $J = 0{,}0678\ \text{kg.m}^2$, e conjugado magnético de 20,3 N.m, é alimentado por um circuito a diodo, 60 Hz, meia onda. Suponha-se que o período de desaceleração do motor é π rad entre períodos de condução, como mostrado na Fig. 8-12*b*. Determinar a queda de velocidade entre períodos de condução quando o motor está fornecendo conjugado nominal à velocidade nominal.

Solução

Durante o período de desaceleração, o conjugado de entreferro é nulo; a equação diferencial que descreve a velocidade do motor é dada por

$$J\frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m = 0 \tag{8-14}$$

onde supomos que o conjugado de carga é proporcional à velocidade. A velocidade do motor em termos da velocidade inicial ω_{m0} é então

$$\omega_m = \omega_{m0}\,\varepsilon^{-t/\tau_C} \tag{8-15}$$

A constante de tempo mecânica do motor é dada por

$$\tau_C = \frac{J}{B} \tag{8-16}$$

Os valores de J e B são

$$J = 0{,}0678\ \text{kg.m}^2$$

$$T = 20{,}3\ \text{N.m}$$

$$B = 20{,}3/(500 \times 2\pi \times \tfrac{1}{60}) = 0{,}388\ \text{N.m.s}$$

$$\tau_C = \frac{0{,}0678}{0{,}388} = 0{,}174\ \text{s}$$

A constante de tempo mecânica τ_C é grande comparada ao tempo

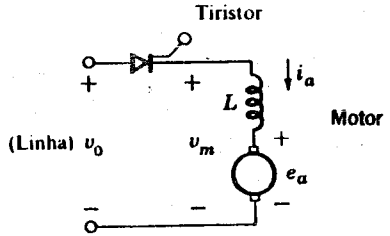


Fig. 8-13. Circuito para alimentação de motor de c.c. a tiristor, meia onda.

Δt de π/ω, 8,3 ms. Então, a queda de velocidade é dada por

$$\Delta\omega_m = \frac{d\omega_m}{dt}\Delta t \tag{8-17}$$

Da Eq. 8-15

$$\frac{d\omega_m}{dt} = -\omega_{m0}\frac{1}{\tau_C}$$

Substituindo na Eq. 8-17,

$$\text{Queda de velocidade} = -\frac{8{,}3}{174} \times 500 \text{ rpm} = -23{,}8 \text{ rpm}$$

A flutuação de velocidade do motor é quase 5 por cento da velocidade de base, de modo que o motor pode suprir o conjugado de carga entre períodos de condução sem entrar em estol.

b. Sistema de Alimentação a Tiristores, de Meia Onda, Monofásico

O sistema de alimentação a diodos, meia onda, mostrado no item

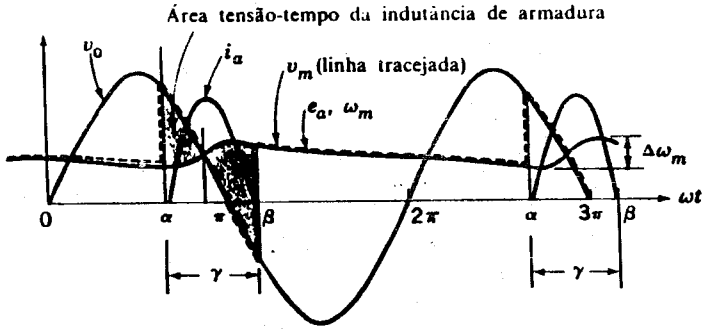


Fig. 8-14. Formas de onda da velocidade ω_m, corrente i_a, tensão no motor v_m, e fem e_a para o circuito da Fig. 8-13.

anterior 8-3*a*, é apropriado para controle de campo sobre uma faixa de velocidades típica 3 a 1. O circuito e as formas de onda para um sistema de alimentação a tiristor são mostrados nas Figs. 8-13 e 8-14. O diodo na Fig. 8-12 foi substituído por um tiristor; por controle do ângulo de disparo, a tensão aplicada ao circuito de armadura e a velocidade do motor podem ser ajustadas sobre uma ampla faixa. O funcionamento do circuito é análogo ao caso de carga *RL* do Item 8-2*c* e também ao caso anterior do circuito a diodo, de meia onda.

Como foi mostrado na Fig. 8-14, o pulso de corrente de armadura i_a começa no ângulo de disparo α quando a tensão de linha v_0 excede a tensão do motor v_m e um pulso de gatilho é aplicado ao tiristor. O pulso de corrente continua durante o ângulo de condução γ até que atinge zero em $\omega t = \beta$; o tiristor então bloqueia, até receber o próximo pulso de gatilho em $\omega t = 2\pi + \alpha$. A área tensão-tempo da tensão da indutância de armadura v_1 é mostrada pela área sombreada. As áreas positiva e negativa se compensam quando a corrente i_a atinge zero, indicando o retorno do fluxo conatenado ao seu valor inicial e o retorno da energia do campo magnético ao circuito. Para maiores conjugados à mesma velocidade, o ângulo α precisa ser avançado; o pulso de corrente aumenta em amplitude e duração, e a queda de velocidade é mais pronunciada. Para velocidade mais alta com o mesmo conjugado, o ângulo α precisa ser avançado de modo que o período de condução ocorre mais perto do pico da onda de tensão de linha v_0.

A equação para o circuito de armadura durante o período de condução é

$$v_0 = i_a R_a + L_a\frac{di_a}{dt} + e_a \tag{8-18}$$

A equação pode ser integrada sobre o período de condução

$$\int_{\alpha/\omega}^{\beta/\omega} v_0\,dt = R_a\int_{\alpha/\omega}^{\beta/\omega} i_a\,dt + L_a\int di_a + \int_{\alpha/\omega}^{\beta/\omega} e_a\,dt \tag{8-19}$$

A interpretação dos termos da Eq. 8-19 deve ser feita com cuidado. O termo de indutância é nulo porque a corrente i_a retorna a seu valor inicial ao fim do período de integração. O primeiro membro somente pode ser avaliado durante o período de condução, quando o tiristor está conduzindo e a tensão v_0 é um segmento da tensão de linha. Cada termo pode ser dividido pelo período de condução γ/ω e interpretado na forma

$$V'_m = I'_a R_a + E'_a \tag{8-20}$$

onde V'_m = tensão média aplicada ao motor no período de condução,

um segmento da tensão de linha.

I'_a = corrente média no período de condução.

E'_a = fem média de armadura no período de condução.

Se desejamos considerar os valores médios sobre o período de um ciclo da tensão de linha, então podemos escrever a expressão sem linhas,

$$V_m = I_a R_a + E_a \tag{8-21}$$

onde V_m = tensão média nos terminais do motor

I_a = corrente de armadura média = $(\gamma/2\pi) I'_a$

E_a = tensão gerada média de armadura = $K_m \Omega_m = E'_a$

Ω_m = velocidade média do motor

As relações dadas no Item 4-4 para o conjugado magnético T e a tensão gerada e_a podem ser expressas em termos de uma constante eletromecânica K_m para a condição de fluxo de campo constante, tal como $T = K_m i_a$; $e_a = K_m \omega_m$.

A equação para o sistema mecânico é

$$T = K_m i_a = T_C + J \frac{d\omega_m}{dt} \tag{8-22}$$

A equação pode ser integrada sobre um período da tensão de linha,

$$K_m \int_0^{2\pi/\omega} i_a dt = \int_0^{2\pi/\omega} T_C dt + J \int d\omega_m \tag{8-23}$$

resultando

$$K_m I_a = T_C \tag{8-24}$$

As Eqs. 8-21 e 8-24 mostram que a relação entre a velocidade média Ω_m e o conjugado de carga médio T_C é dada em termos da tensão média no motor V_m e a corrente média I_a, exatamente como para um motor de c.c. alimentado por uma fonte de tensão contínua fixa. É necessário ter cuidado ao usar as equações para estudar o desempenho, porque a tensão média no motor V'_m não é uma variável independente; o ângulo de disparo α é usualmente a variável independente e a tensão média no motor é uma função do ângulo α e do ângulo de condução γ. O ângulo de condução γ muda com a corrente de armadura. O Exemplo 8-4 mostrará como as equações são usadas.

EXEMPLO 8-4

O motor de 1 cv do Exemplo 8-3 está funcionando a conjugado

magnético de 38,4 por cento em um circuito a tiristor, meia onda. O ângulo de disparo α é de 90°, e o ângulo de extinção β, 210°. As constantes do motor são $R_a = 7{,}56$ ohms; $L_a = 0{,}55$ henry; $K_m = 4{,}23$ N.m/A, ou 4,23 V.s/rad. A tensão eficaz de linha é 120 volts. Determinar a velocidade média Ω_m.

Solução

A tensão média no motor no período de condução $\gamma = 2\pi/3$ é

$$V'_m = \frac{3\sqrt{2}\,V_0}{2\pi} \int_{\pi/2}^{7\pi/6} \operatorname{sen} \omega t\, d(\omega t) = \frac{-3\sqrt{2}\,V_0}{2\pi} [\cos \omega t]_{\pi/2}^{7\pi/6}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} \times 120 \times 0{,}866}{2\pi} = 69{,}6 \text{ volts} \tag{8-25}$$

A corrente média na armadura para 38,4 por cento do conjugado nominal é

$$I_a = \frac{T_C}{K_m} = \frac{7{,}80}{4{,}23} = 1{,}84 \text{ ampères} \tag{8-26}$$

A corrente média na armadura no período de condução é

$$I'_a = 3I_a = 5{,}52 \text{ ampères}$$

A velocidade média Ω_m é dada pela Eq. 8-20 como

$$\Omega_m = \frac{V'_m - I'_a R_a}{K_m} = \frac{69{,}6 - 5{,}52 \times 7{,}56}{4{,}23} = 6{,}6 \text{ rad/s} \tag{8-27}$$

$$\text{Velocidade média} = 6{,}6 \text{ rad/s} \times \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 63 \text{ rpm}$$

Utilizando os resultados do Exemplo 8-3, vemos que a queda de velocidade, para um período de deceleração de cerca de $3\pi/2$ rad e 38,4 por cento de conjugado é $0{,}384 \times 23{,}8 \times 1{,}5 = 13{,}7$ rpm. Este ponto de operação a 63 rpm com 13,7 rpm de queda de velocidade, não resulta, obviamente, em funcionamento suave e velocidade estável.

O sistema de alimentação a meia onda é barato porque ele usa somente um único tiristor. Entretanto, ele tem várias desvantagens. Primeiro, a corrente de armadura flui em pulsos relativamente curtos,

um pulso por ciclo da tensão de linha. A corrente tem uma relação de valor eficaz para valor médio bastante alta, de modo que o aquecimento da armadura para o mesmo conjugado é maior do que para corrente contínua. O motor precisa ou ter refrigeração forçada para poder fornecer a potência mecânica nominal, ou ter a potência nominal diminuída. Segundo, a velocidade do motor diminui entre os períodos de condução; com conjugados altos e baixa velocidade, a flutuação de velocidade é muito pronunciada. Terceiro, todos os circuitos a meia onda introduzem uma componente de c.c. à linha de alimentação, que pode saturar transformadores de alimentação e causar outras dificuldades. Uma solução é utilizar circuitos monofásicos de onda completa, que produzem dois pulsos de corrente por ciclo, reduzindo assim o tempo de queda e a queda de velocidade, e também reduzindo a relação entre valor eficaz e valor médio da corrente. Uma outra solução é utilizar circuitos trifásicos.

c. Sistemas de Alimentação a Tiristores, Meia Onda, Trifásico

Para os sistemas de alimentação de motores de c.c. de cerca de 5 cv e maiores são geralmente usadas tensões de alimentação trifásicas. Os circuitos retificadores trifásicos fornecem mais pulsos de tensão por ciclo de freqüência de linha, e assim mantêm a corrente de armadura sobre uma parte maior do ciclo, o que aumenta a relação entre valor médio e valor eficaz da corrente e reduz o aquecimento da armadura. Além disso, a potência é tomada de um sistema trifásico, que geralmente tem capacidade

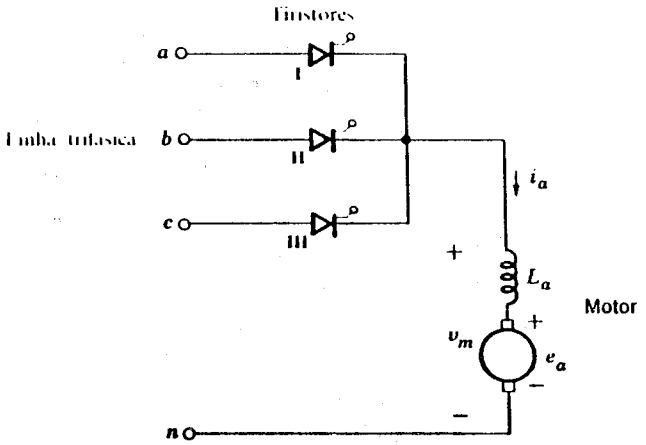


Fig. 8-15. Diagrama de circuito para sistema de alimentação de meia onda, trifásico.

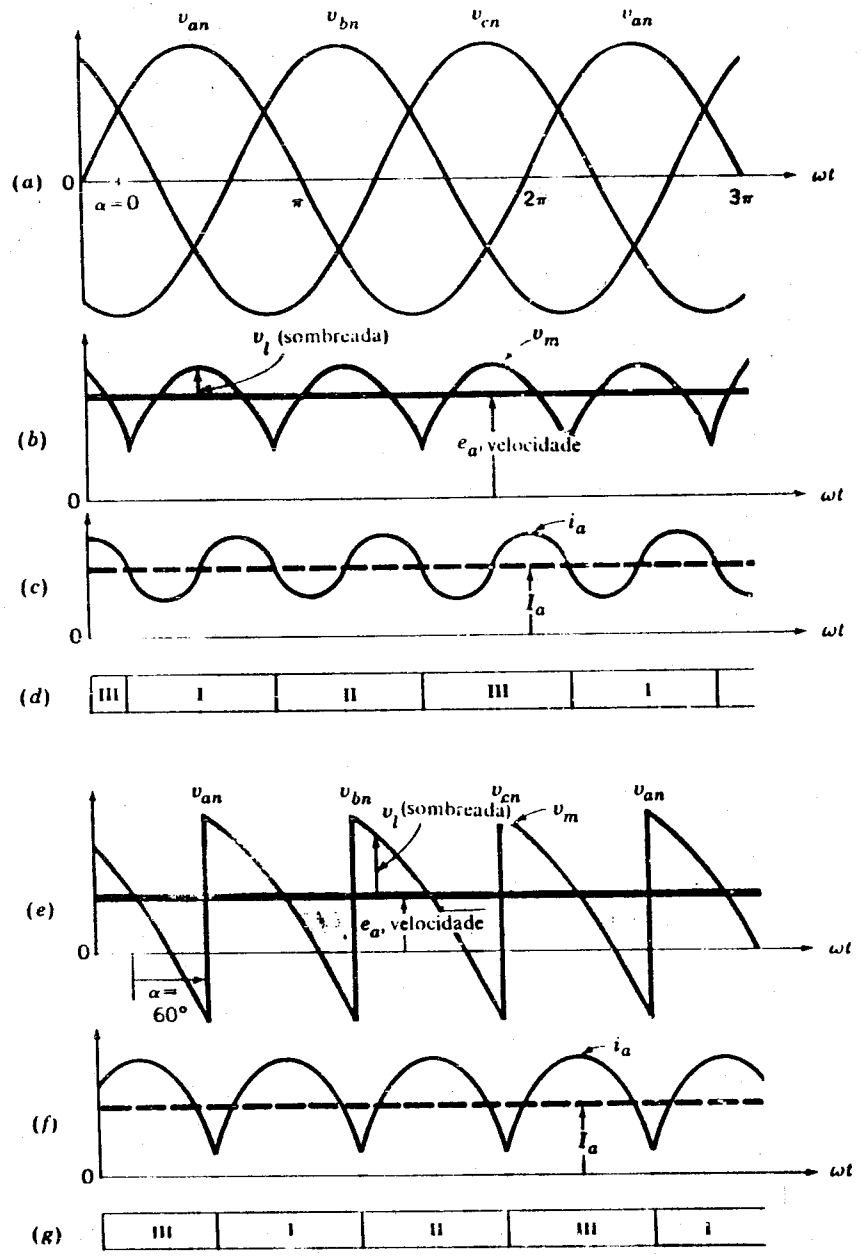
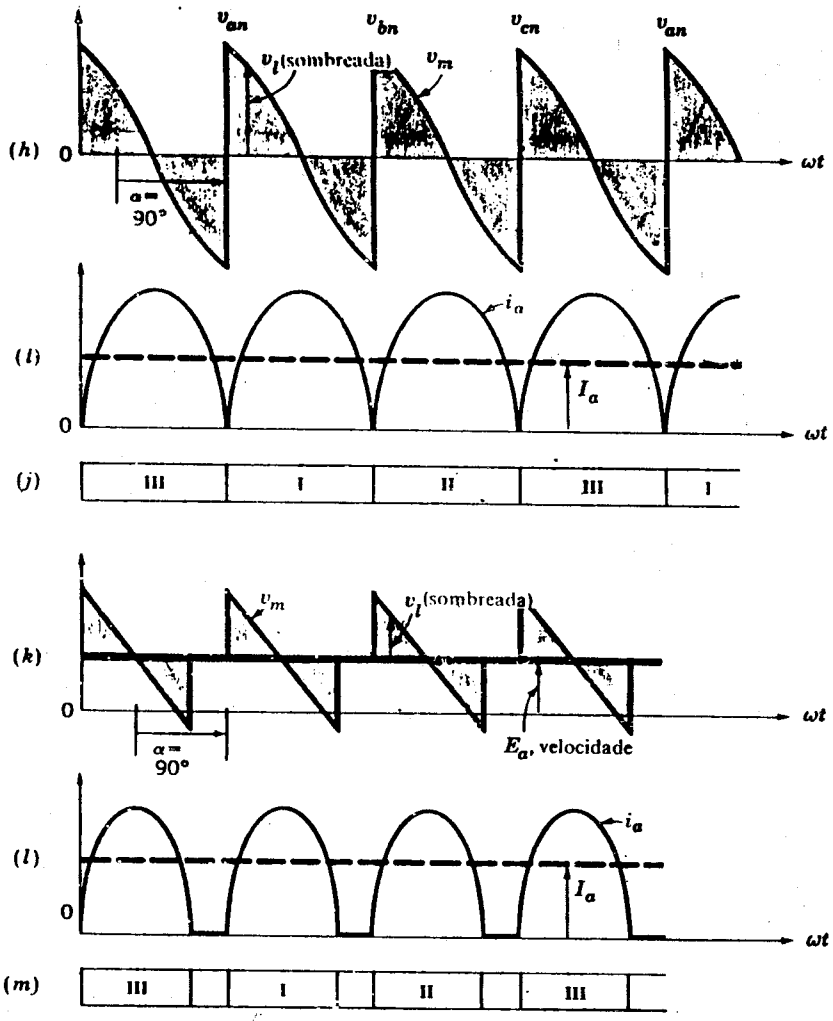


Fig. 8-16. Formas de onda da tensão no motor e corrente de armadura para o sistema de alimentação de meia onda, trifásico. (*b*) $\alpha = 0$; (*e*) $\alpha = 60°$; (*h*) $\alpha = 90°$; (*k*) $\alpha = 90°$ em baixa velocidade.



Ver legenda na outra página

de suprir maior potência do que um sistema monofásico. Três configurações de tiristores e diodos são usadas para tais sistemas de alimentação: ponte trifásica usando seis tiristores; ponte trifásica híbrida usando três tiristores e três diodos; e circuito trifásico de meia onda usando três tiristores. O circuito de meia onda é descrito no Item 8-2*d* para carga resistiva; ele será agora descrito para carga de motor de c.c..

O diagrama para o circuito de alimentação a meia onda é mostrado na Fig. 8-15. Ele consiste de três tiristores ligados de modo que quando *I* é disparado, um segmento de tensão v_{an} é aplicado ao motor; quando II é disparado, é aplicado um segmento da tensão v_{bn}; e quando III é disparado, é aplicado um segmento da tensão v_{cn}. Dois tiristores não podem conduzir simultaneamente porque aquele ligado à tensão de linha instantaneamente mais alta aplicaria uma tensão ânodo – cátodo negativa ao outro e o bloqueará. No instante em que um tiristor é disparado em operação normal, há um curto intervalo em que dois tiristores conduzem simultaneamente para permitir que a corrente na indutância associada a cada ramo de tiristor caia a zero. Este intervalo é chamado intervalo de *comutação* e é tratado com pormenores em textos sobre circuitos retificadores.

As formas de onda da tensão no motor v_m, tensão na indutância da armadura v_1, fem da armadura e_a, e corrente na armadura i_a são mostradas na Fig. 8-16 para três valores de ângulo de disparo α. O ângulo de disparo zero é convencionalmente tomado para máxima tensão de saída do retificador. Neste caso, $\alpha = 0$ ocorre a $\omega t = \pi/6$ na onda da tensão v_{an}. Então, a tensão do retificador tornar-se-á zero quando α for retardado por 150° para uma carga resistiva. As formas de onda mostradas nas Figs. 8-16*b* e *c* para $\alpha = 0$ representam a operação do motor de c.c. na máxima tensão de armadura e máxima velocidade. Cada tiristor conduz durante 120° e a corrente de armadura i_a é contínua. A tensão v_m aplicada ao motor é idêntica àquela com carga resistiva mostrada na Fig. 8-11. A tensão e a corrente no motor têm os três pulsos característicos de ondulação por ciclo da tensão de linha, que é principalmente ondulação com freqüência tripla da de linha. A variação instantânea de velocidade é pequena, de modo que a fem de armadura e_a é basicamente constante e igual ao valor médio de v_m. A diferença instantânea entre a tensão no motor v_m e a fem de armadura e_a é a tensão v_1 da indutância do circuito de armadura representada pela área sombreada. Ela precisa ter média zero no tempo, seja no período da ondulação ou no período da linha. O valor da ondulação da corrente de armadura depende da indutância do circuito de armadura.

As formas de onda mostradas na Fig. 8-16*e* e *f*, para $\alpha = 60°$ e suficiente indutância de armadura para manter condução contínua da corrente de armadura, representam operação a velocidade abaixo da

máxima. A tensão média no motor V_m para condução contínua é dada por

$$V_m = \frac{3V_0}{\sqrt{2}\,\pi} \int_{\alpha+\pi/6}^{\alpha+5\pi/6} \operatorname{sen} \omega t \, d(\omega t)$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{\pi} 0{,}866\, V_0 \cos \alpha \qquad (8\text{-}28)$$

onde V_0 é a tensão eficaz de fase e o valor de V_m para $\alpha = 0$ é $1{,}17\, V_0$. Para $\alpha = 60°$, a tensão no motor e a velocidade médias são proporcionais ao cos α, ou 0,5 do valor para $\alpha = 0°$. A ondulação da corrente de armadura é maior do que para $\alpha = 0°$, refletindo as maiores áreas tensão-tempo da indutância de armadura que precisam ser absorvidas em cada ciclo de ondulação.

As formas de onda mostradas na Fig. 8-16*h* e *i*, para $\alpha = 90°$ e indutância do circuito de armadura exatamente suficiente para manter condução contínua de corrente de armadura, representam o motor com velocidade nula, mas mantendo um conjugado de carga proporcional à corrente de armadura i_a. A tensão no motor v_m é basicamente uma onda de freqüência tripla de linha e a corrente tem um valor de pico igual a duas vezes o valor médio. Uma indutância maior no circuito de armadura tenderia a reduzir a amplitude da ondulação; um valor menor permitiria que a corrente se tornasse descontínua. O caso descontínuo é mostrado na Fig. 8-16*k* para $\alpha = 90°$ a baixa velocidade, e carga menor que a plena.

EXEMPLO 8-5

Um motor de c.c. derivação, 100 cv, 1750 rpm, tem uma indutância de armadura $L_a = 1{,}1 \times 10^{-3}$ henry, resistência $R_a = 14{,}4 \times 10^{-3}$ ohm, e uma constante de tensão $K_m = 1{,}27$ V.s/rad. O motor é operado a partir de uma linha trifásica especificada em 480 volts, tensão de linha, através de um retificador a tiristores, meia onda, à corrente de armadura nominal de $I_a = 340$ A.

a. Determinar o ângulo de disparo α dos tiristores para obter a velocidade nominal de 1750 rpm. Considere que os tiristores têm uma queda de tensão direta de 1 volt; supor condução contínua.

b. Determinar a amplitude da ondulação da corrente de armadura com $\alpha = 90°$. O motor está conduzindo corrente de armadura nominal e está parado. Desprezar a resistência R_a para o cálculo.

Solução

a. A tensão eficaz de fase V_0 é

$$V_0 = \frac{480}{\sqrt{3}} = 277 \text{ volts}$$

A tensão média no motor é dada pela Eq. 8-28:

$$V_m = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} 0{,}866 \times 277 \cos \alpha \text{ volts}$$

A fem de armadura para 1750 rpm é

$$E_a = \frac{1.750}{60} \times 2\pi \text{ rad/s} \times 1{,}27 \text{ volt.s/rad} = 232 \text{ volts}$$

A este valor precisam ser somados 1 volt dos tiristores e 4,9 volts da queda $I_a R_a$, dando um total de 238 volts. O ângulo de disparo é, então,

$$\cos \alpha = \frac{238}{325} = 0{,}735$$

$$\alpha = 43°$$

b. A tensão aplicada à indutância do circuito de armadura com $\alpha = 90°$ é a área sombreada da Fig. 8-16*h*. A elevação da corrente de armadura ΔI_a de $\omega t = 2\pi/3$ a π para a indutância L_a é dada por

$$\Delta I_a = \frac{1}{L_a} \int_{2\pi/3\omega}^{\pi/\omega} \sqrt{2}\, V_0 \operatorname{sen} \omega t \, dt \qquad (8\text{-}29)$$

$$= \frac{392}{\omega L_a} [\cos \omega t]_{2\pi/3\omega}^{\pi/\omega}$$

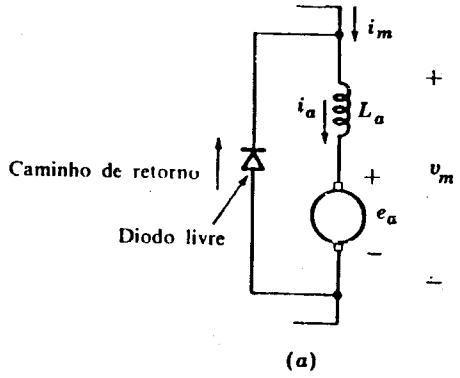
$$= \frac{196}{\omega L_a} \text{ ampères}$$

Para $\omega = 377$ rad/s e $L_a = 1{,}1 \times 10^{-3}$ henry, a amplitude de ondulação pico a pico é

$$\Delta I_a = 472 \text{ ampères}$$

A $\alpha = 90°$, a corrente de ondulação de pico é $\frac{1}{2}\Delta I_a$ ou 236 ampères. Desde que a corrente média é 340 ampères, a corrente nunca atinge zero, e é portanto, contínua.

Dois circuitos trifásicos de meia onda são usados freqüentemente para um sistema de alimentação que permite a inversão de rotação; um conjunto de tiristores é ligado para aplicar tensão positiva ao motor, e o outro conjunto é ligado para aplicar tensão negativa. Pelo posicionamento dos sinais de gatilho nos tiristores, obtém-se o controle da velocidade do motor em qualquer direção.



(*a*)

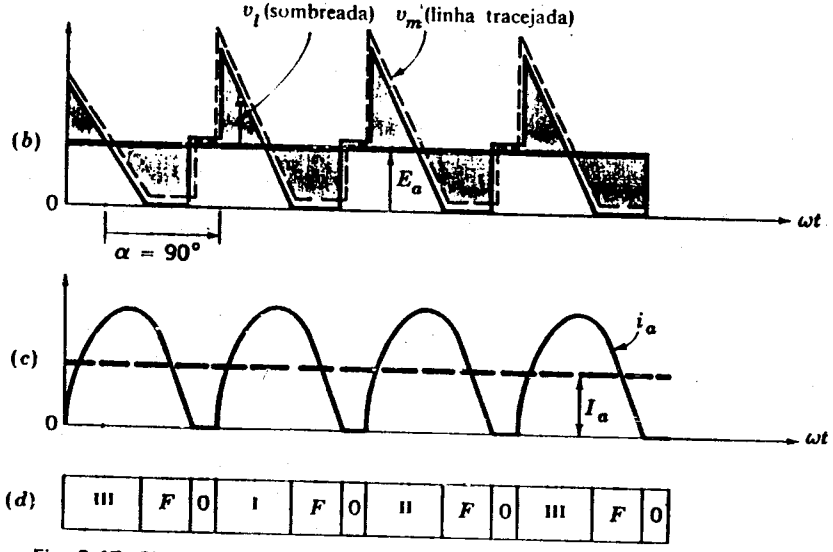


Fig. 8-17. Sistema de alimentação de meia onda, trifásico, com diodo de retorno. (*a*) Circuito; (*b*) formas de onda da tensão no motor; (*c*) corrente de armadura para $\alpha = 90°$.

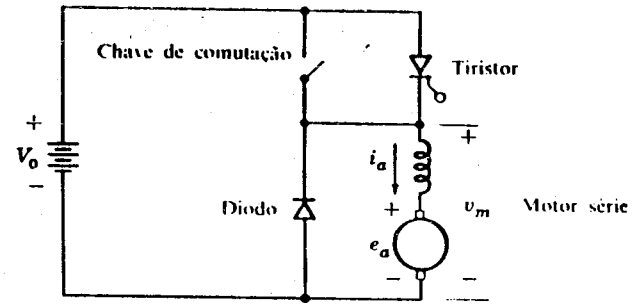


Fig. 8-18 Circuito simplificado de sistema para controle de velocidade a pulsador

A fim de obter maiores ângulos de condução de corrente de armadura em sistemas de alimentação com um só sentido de rotação, utiliza-se um diodo de retorno, ligado entre os terminais da armadura, como mostra a Fig. 8-17*a*. O diodo provê um caminho para a corrente de armadura quando os tiristores não estão conduzindo. Durante o tempo em que o diodo está conduzindo, os terminais da armadura estão curto-circuitados, e a indutância do circuito da armadura descarrega sua energia sobre a armadura. As formas de onda para um específico caso, $\alpha = 90°$, são mostradas na Fig. 8-17*b*. A tensão no motor v_m segue a a tensão de linha quando um tiristor está conduzindo; a tensão no motor é nula quando o diodo de retorno está conduzindo; a tensão no motor é igual à fem de armadura e_a quando nem os tiristores nem o diodo estão conduzindo. Nesse caso, a tensão no motor é nula quando $\alpha = 150°$, em lugar de $\alpha = 90°$ como na Fig. 8-16*h*.

d. Pulsadores

Uma classe especial de circuitos a estado sólido foi desenvolvida para controlar motores de c.c. que são alimentados por fontes de tensão fixa. Estes circuitos são usados quando a fonte é uma bateria, como em veículos industriais com motores elétricos, e onde há um terceiro trilho ou uma linha aérea, como em carros de trânsito rápido. Os circuitos são chamados *pulsadores*, e são usados para substituir os resistores em série com o circuito de armadura; a vantagem é um rendimento maior, controle contínuo, e a capacidade de operar o motor em frenagem regenerativa.[1] Um diagrama simplificado do circuito pulsador com um motor série é mostrado na Fig. 8-18. O pulsador funciona a partir de uma tensão contínua fixa V_0 e controla a tensão média no motor V_m,

[1] K. Heumann, Pulse Control of DC and AC Motors by Silicon Controlled Rectifiers, *IEEE Transactions on Communication and Electronics*, 83:390-399 (1964).

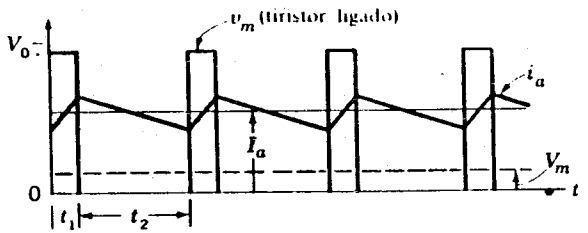


Fig. 8-19. Formas de onda da tensão e corrente no motor em baixa velocidade.

de zero a V_0. O tiristor age como uma chave que é fechada e aberta na freqüência de várias centenas de ciclos por segundo. A relação entre o tempo de condução e o tempo de bloqueio do tiristor determina a tensão média no motor. O tiristor é incapaz de bloquear por si só, quando conduz corrente; ele requer um circuito comutador que aplique uma tensão negativa sobre o tiristor por um curto período, tipicamente 40 microssegundos, para bloqueá-lo. O circuito comutador é representado por uma chave.

As formas de onda do circuito são mostradas nas Figs. 8-19 e 8-20. Na Fig. 8-19, o pulsador está operando a uma tensão no motor de cerca de 0,2 V_0. Quando o tiristor é disparado pelo sinal no gatilho em $t = 0$, a bateria fornece a corrente de armadura i_a, que se eleva conforme a indutância do circuito absorve a área tensão-tempo da diferença entre V_0 e a fem de armadura e_a. Quando o tiristor é bloqueado após o tempo t_1, a corrente de armadura volta através do diodo de retorno, à medida que a energia armazenada na indutância do circuito é aplicada à armadura. A medida que a relação entre o tempo de condução e o tempo de bloqueio t_1/t_2 é aumentada, a tensão média no motor V_m se eleva, como mostra a Fig. 8-20.

O circuito pulsador requer indutância para armazenar energia. Usualmente, é empregado motor série e o enrolamento de campo serve como indutância. Entretanto, podem ser empregados motores derivação

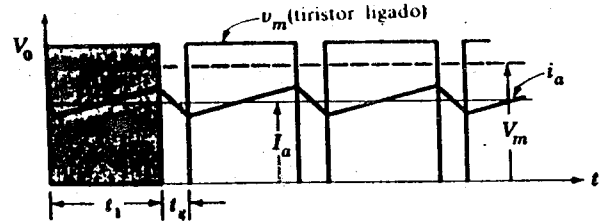


Fig. 8-20. Formas de onda da tensão e corrente no motor em alta velocidade.

com indutores externos, e o enrolamento de campo normal pode ser alimentado por uma fonte de c.c.. O pulsador pode ser controlado pela largura do pulso ou pela freqüência dos pulsos. O motor opera como se fosse sujeito a controle de tensão, não a controle de resistência, pois a tensão média no motor V_m é independente da corrente de armadura.

EXEMPLO 8-6

Um motor série de 100 cv, especificado para 180 A, está operando em um circuito pulsador com uma fonte de c.c. de 500 volts. A indutância de armadura e campo é 0,060 henry. Para o valor mínimo da relação $t_1/(t_1 + t_2)$ de 0,20, como mostrado na Fig. 8-19, determinar a freqüência dos pulsos para limitar a amplitude da excursão da corrente de armadura em 10 A.

Solução

Para uma relação de pulsos de 0,20, a tensão média na armadura é

$$0{,}2 \times 500 = 100 \text{ volts}$$

A área tensão-tempo aplicada à indutância é $(500 - 100)t_1$ volt.s. Assim, a elevação de corrente é

$$\Delta i_a = \frac{400t_1}{0{,}060} = 10 \text{ ampères}$$

$$t_1 = \frac{0{,}6}{400} = 1{,}5 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$t_1 + t_2 = \frac{1{,}5 \times 10^{-3}}{0{,}2} = 7{,}5 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$\text{Freqüência de pulsos} = \frac{1}{7{,}5 \times 10^{-3}} = 133 \text{ pps}$$

O equipamento de pulsador para um carro de trânsito rápido é mostrado na Fig. 8-2.

8-4 INTRODUÇÃO AOS INVERSORES

Os inversores são usados para transferir energia de uma fonte de c.c. para uma carga de c.a., com freqüência e fase arbitrárias. Mais especificamente, eles são usados tipicamente em sistemas de alimentação para fornecer potência a motores de c.a. com freqüência ajustável, para devolver à linha de c.a. energia de motores de c.c. durante desacelerações, e para bombear de volta à linha de c.a. a potência do circuito rotórico de motores de indução com rotor enrolado. Em sistemas que não

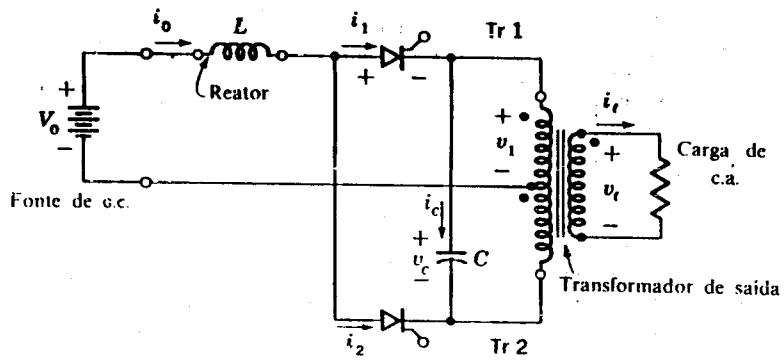


Fig. 8-21 Inversor paralelo comutado a capacitor.

envolvem motores, eles são usados para suprir potência em c.a. ininterruptamente a computadores e para converter energia entre formas de c.a. e c.c. nos terminais de sistemas de transmissão de potência em corrente contínua em alta tensão. Os inversores para sistemas de alimentação de motores empregam tiristores como elementos de chaveamento controlado, para formar as ondas de c.a. desejadas.[1]

a. Inversor Paralelo Monofásico

O circuito inversor básico que utiliza os princípios de inversores mais complicados é o circuito inversor paralelo monofásico mostrado na Fig. 8-21. O inversor converte energia elétrica da fonte de c.c. V_0 ã forma de c.a. como a tensão v^1 aplicada ã impedância de carga. A freqüência da tensãc alternada é determinada inteiramente pelos pulsos de gatilho aplicados aos tiristores $Tr\,1$ e $Tr\,2$. Em adição aos tiristores, o circuito inclui um indutor L, um transformador de saída, e um capacitor de comutação C. Os meios para gerar os pulsos de gatilho não são mostrados, mas usualmente consistem de um oscilador ou multivibrador, um circuito para dar a forma adequada aos pulsos, e transformadores de pulsos para aplicação dos pulsos aos gatilhos dos tiristores.

O circuito inversor da Fig. 8-21 funciona fazendo os tiristores conduzir alternadamente; quando um tiristor está conduzindo, o outro está bloqueado, e a fonte de tensão V_0 é aplicada diretamente a uma metade do enrolamento do transformador, formando uma metade do ciclo da tensão de saída. Quando o outro tiristor é disparado, o capacitor de comutação força o primeiro tiristor a bloquear, e a tensão da fonte é aplicada à outra metade do enrolamento do transformador para formar o segundo meio ciclo da tensão de saída. O indutor serve para amortecer a ação dos elementos do inversor sobre a fonte de tensão fixa. A forma de onda de saída é essencialmente uma onda quadrada que pode ser filtrada para obter uma onda senoidal, se necessário.

[1] B. D. Bedford and R. G. Hoft, "Principles of Inverter Circuits", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1964.

b. Funcionamento do Inversor Paralelo Monofásico

O funcionamento do inversor será descrito para um ciclo típico após ele ter atingido uma condição de regime permanente. O indutor L será considerado de indutância infinita. Os parâmetros são mostrados na Fig. 8-21. As formas de onda básicas são mostradas na Fig. 8-22. Suponhamos que $Tr\,1$ está conduzindo, $Tr\,2$ está bloqueado e a corrente de carga e a tensão de carga são I_0 e V_0, respectivamente. Suponha-se que seja unitária a relação de espiras do transformador, isto é, cada

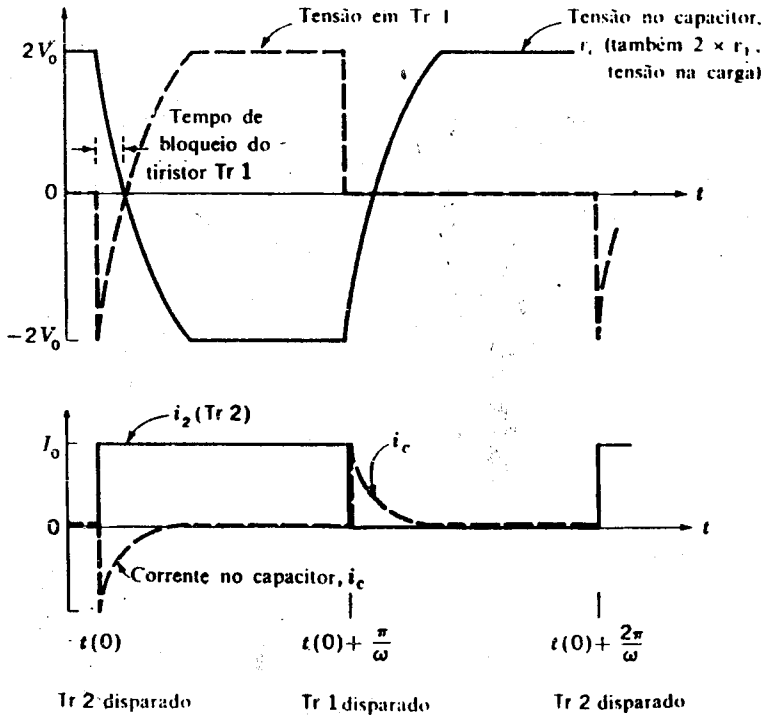


Fig. 8-22. Formas de onda das tensões e correntes no capacitor e tiristor durante um ciclo de funcionamento com carga resistiva.

metade do primário é igual ao enrolamento secundário. O capacitor C está carregado à tensão $2V_0$; a corrente do capacitor é nula porque o capacitor está completamente carregado. O tiristor $Tr\,2$ está bloqueando a tensão $2V_0$ no sentido direto.

No instante $t(0)$, aplicamos um pulso ao gatilho de $Tr\,2$; este conduz, e aplica a tensão do capacitor $2V_0$ sobre $Tr\,1$ na direção inversa, bloqueando-o. O circuito agora aparece como na Fig. 8-23. O reator L obriga a corrente I_0 a passar por $Tr\,2$ e a metade inferior do transformador. Entretanto, a corrente de carga não pode ser invertida instantaneamente no transformador, seja devido às indutâncias de dispersão e outras indutâncias de carga, seja porque a tensão do capacitor imposta aos enrolamentos de primário mantém a tensão da carga em sua polaridade de $t(0-)$. A corrente I_0 conduzida por $Tr\,2$ desenvolve ampère-espiras de polaridade errada no transformador. Donde, uma corrente de amplitude I_0 precisa fluir para fora do capacitor, como mostrado na Fig. 8-23, para cancelar os ampère-espiras da corrente de $Tr\,2$ e suprir os ampère-espiras necessários para balancear os ampère-espiras do transformador. Esta corrente do capacitor, então, está fornecendo a corrente de carga e está também descarregando o capacitor; a corrente continuará até que o capacitor alcance a tensão $-2V_0$.

A corrente do capacitor é mostrada na Fig. 8-22; ela sobe abruptamente à amplitude I_0 e cai depois exponencialmente enquanto a tensão no capacitor desce para $-2V_0$. A tensão de carga tem a mesma forma de onda da tensão no capacitor, mas metade de sua amplitude. A tensão aplicada a $Tr\,1$ é mostrada na Fig. 8-22. Em $t(0+)$, a tensão inversa é $-2V_0$; a tensão passa por zero e se eleva a $+2V_0$ no sentido direto. O tempo durante o qual a tensão de $Tr\,1$ é negativa é o tempo disponível para o tiristor bloquear. O intervalo precisa ser maior

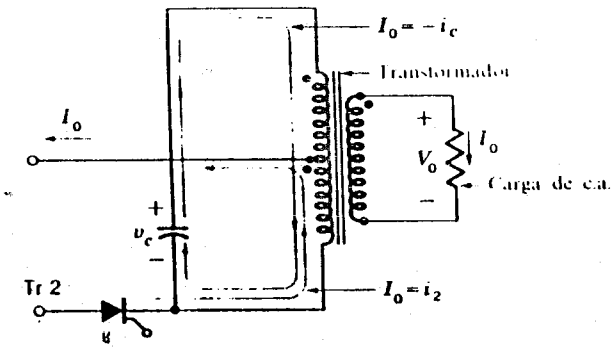


Fig. 8-23 Condições no instante de comutação em um inversor paralelo.

do que o tempo especificado de bloqueio do tiristor, se não o inversor não comutará.

O problema de projeto e operação do inversor paralelo comutado por capacitor está na escolha do capacitor de comutação, aceitando o efeito que ele produz sobre a faixa de freqüência de operação e de carga. O capacitor deve ser suficientemente grande para assegurar o tempo de bloqueio para o tiristor que está bloqueando, enquanto se descarrega sobre o resistor de carga. Portanto, o capacitor deve ser escolhido para o menor valor previsto da resistência de carga, isto é, para a maior potência da carga. Entretanto, quando o valor da resistência da carga aumenta, à medida que a carga diminui, o capacitor se torna muito grande; com um indutor fixo, o capacitor tende a se carregar a cada meio ciclo a uma tensão mais alta do que $2V_0$. A conseqüência é que a tensão de carga pode variar sobre uma ampla faixa em função da potência de carga. Por exemplo, pode ocorrer uma faixa de tensão de carga de 2 a 1 para uma faixa de 10 a 1 de resistências de carga. A tensão de capacitor mais alta com carga leve também aparece nos terminais dos tiristores como tensão direta e inversa mais alta. Se a carga tem uma componente indutiva, como por exemplo um enrolamento de motor, então o capacitor de comutação deve ser suficientemente grande para comutar a carga resistiva equivalente.

EXEMPLO 8-7

Um inversor monofásico, do tipo mostrado na Fig. 8-21, opera de uma bateria de 120 volts. O transformador de saída tem uma relação de espiras de cada metade do enrolamento de primário ao enrolamento de secundário de 2 : 1. Para a resistência de carga mais baixa, de 10 ohms, determinar o valor da capacitância de comutação C para obter 20 microssegundos de tempo de bloqueio do tiristor. Supor que o induter L é infinito, e o transformador é ideal.

Solução

O caminho de descarga do capacitor C é mostrado na Fig. 8-23. A resistência refletida sobre o circuito primário é 10 ohms × 16 = = 160 ohms. A curva de descarga do capacitor da Fig. 8-22 é descrita por

$$v_c = 4V_0\varepsilon^{-t/160C} - 2V_0 \qquad (8\text{-}30)$$

Em $t = 20 \times 10^{-6}$ s, a tensão $v_c = 0$; para C em μf,

$$\varepsilon^{-20/160C} = 0{,}5$$

$$C = 0{,}18\ \mu\text{f}$$

c. Inversores Trifásicos

Os inversores para fornecimento de potência a freqüência ajustável para sistemas de alimentação de motores de c.a., são usualmente inversores trifásicos. Semelhantemente ao inversor monofásico, o inversor trifásico absorve energia de uma fonte de c.c., que pode ser uma bateria ou um sistema de distribuição de c.c., mas usualmente é um retificador. Uma bateria pode ser mantida flutuando no barramento de c.c. para assegurar um fornecimento de energia a aplicações críticas, quando o suprimento de c.a. ao retificador for interrompido. O inversor trifásico tem um mínimo de seis tiristores arranjados em uma configuração em ponte; estes tiristores são chaveados seqüencialmente para sintetizar, nos terminais de c.a. da ponte do inversor, as tensões trifásicas que são aplicadas ao motor. Os tiristores são bloqueados com auxílio de capacitores de comutação. Isto ocorre através dos tiristores que estão começando a conduzir, como no inversor monofásico descrito anteriormente, na chamada autocomutação, ou através de tiristores auxiliares, na comutação forçada. Em comutação forçada, o tempo de condução de cada tiristor pode ser controlado independentemente da freqüência, para obter controle da forma de onda ou da tensão.

Há uma ampla variedade de circuitos inversores trifásicos. Um circuito básico é mostrado na Fig. 8-24, no qual cada tiristor conduz

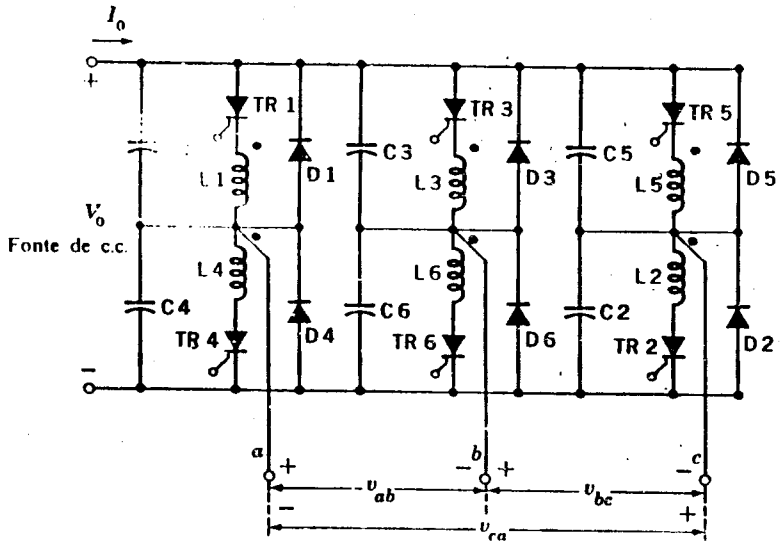


Fig. 8-24. Inversor autocomutado trifásico.

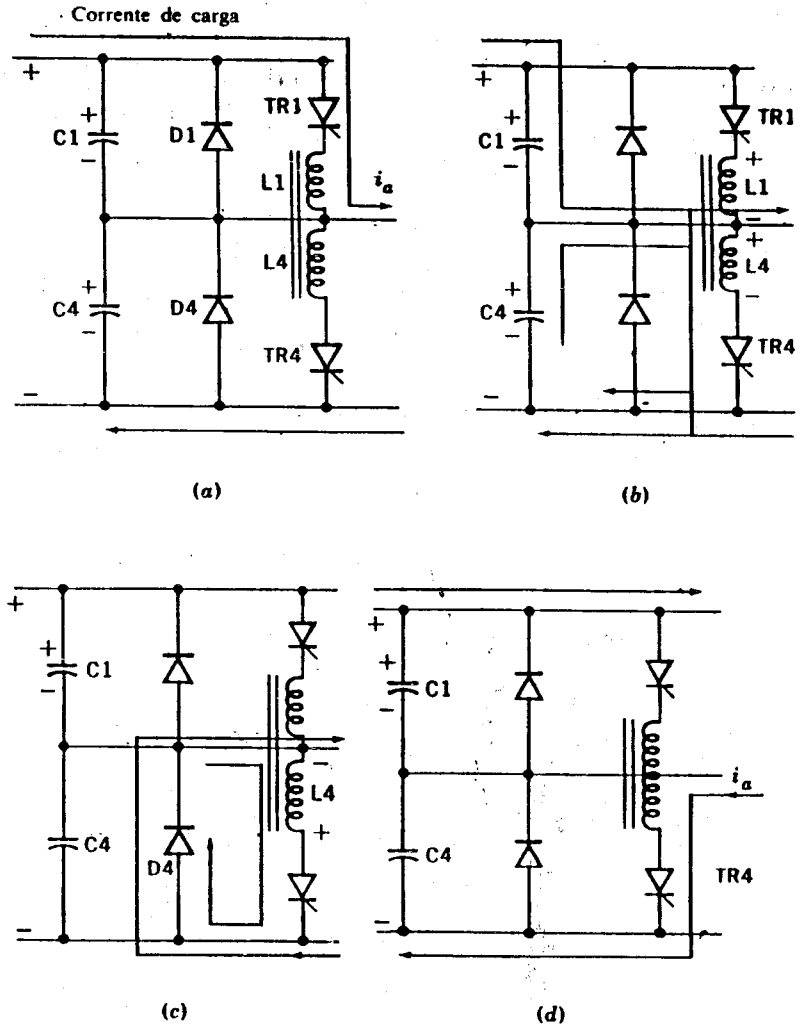


Fig. 8-25. Seqüência de comutação de inversor trifásico. (*a*) O tiristor *Tr* 1 conduz a corrente de catga i^a; (*b*) o tiristor *Tr* 4 é disparado; (*c*) a corrente de carga i^a é conduzida pelo diodo *D* 4; (*d*) o tiristor *Tr* 4 conduz a corrente de carga i^a

durante 180° do ciclo e é cortado por autocomutação. Cada seção monofásica do inversor, consistindo de dois braços de ponte em oposição, opera como um inversor monofásico. A seção *a* consiste de dois tiristores *Tr* 1 e *Tr* 4, dois capacitores de comutação *C*1 e *C*4, um indutor com tomada central *L*1-4 e dois diodos *D*1 e *D*4. O indutor desempenha

a função de bloquear um tiristor da seção quando o outro conduz, exatamente como o enrolamento com tomada central do transformador de saída faz para o inversor monofásico. Os diodos *D*1 e *D*4 são chamados *diodos de realimentação*, e são os caminhos através dos quais a corrente de carga devolve a energia de cargas reativas à fonte de c.c..

A seqüência segundo a qual os tiristores do circuito da Fig. 8-24 são *disparados* e *bloqueados*, para sintetizar as formas de onda de c.a., serão descritos no Item 8-4*d*. A maneira pela qual o tiristor *Tr* 1 é bloqueado quando *Tr* 4 é *disparado* e assume a condução da corrente de carga i_a, é mostrada pela seqüência da Fig. 8-25. A mesma seqüência ocorre para o par de tiristores *Tr* 3 e *Tr* 6, 120° mais tarde no ciclo, e para *Tr* 5 e *Tr* 2, 240° mais tarde do que para *Tr* 1 e *Tr* 4. Enquanto está ocorrendo a seqüência de comutação para uma seção da ponte, um tiristor está conduzindo em cada uma das outras duas seções da ponte; estes tiristores provêem o caminho de retorno para a corrente de carga.

A seqüência de comutação começa como mostrado na Fig. 8-25*a*, com *Tr* 1 conduzindo a corrente de carga i_a. O capacitor *C*4 está carregado, como mostrado, e o capacitor *C*1 está descarregado. O tiristor *Tr* 4 está agora conduzindo na Fig. 8-25*b*; o capacitor *C*4 descarrega-se através de *L*4, e o terminal superior do enrolamento *L*1 aplica a tensão positiva do capacitor ao cátodo de *Tr* 1. O tiristor *Tr* 1 bloqueia e a corrente de carga então circula pelo caminho através do capacitor *C*1, carregando-o como mostrado, enquanto *C*4 descarrega. Na Fig. 8-25*c*, o capacitor *C*1 está completamente carregado; a corrente reativa da carga continua a circular através do diodo *D*4 e a energia armazenada em *L*4 é dissipada pela corrente circulante. Finalmente, na Fig. 8-25*d*, a corrente de carga i_a se inverte e é conduzida por *Tr* 4 em condições de regime permanente. O capacitor *C*1 está carregado à tensão da fonte e está esperando pela próxima operação de comutação.[1]

d. Formas de Onda dos Inversores Trifásicos

A seqüência na qual os tiristores do circuito da Fig. 8-24 são operados para obter formas de onda de saída trifásicas é mostrada na Fig. 8-26. Os tiristores são representados por chaves e a carga é representada por um conjunto de impedâncias ligadas em Y. Cada passo corresponde a 60° na forma de onda de saída. Durante o passo I, os tiristores 1, 6, e 5, estão conduzindo. Os terminais *a* e *c* da carga são ligados ao barramento de alimentação de c.c. positivo, enquanto o terminal *b* é ligado

[1] Para uma descrição de vários circuitos de comutação para inversores, veja A. J. Humphrey, Inverter Commutation Circuits, *IEEE Trans., I. G. A.*, vol. IGA-4, n.° 1, pp. 104-110, Janeiro-Fevereiro, 1968.

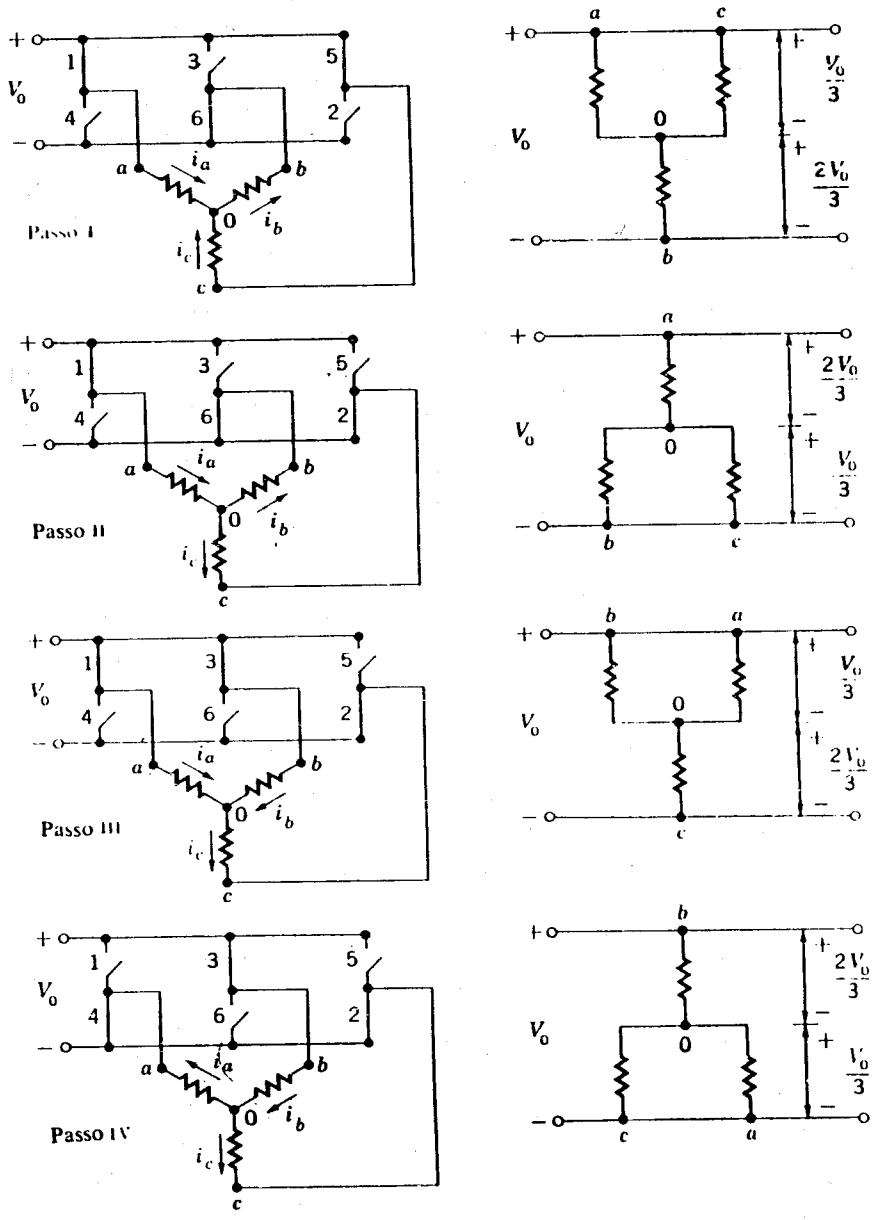


Fig. 8-26 Funcionamento básico de inversor trifásico, condução durante 180°

ao barramento de alimentação negativo. As tensões de linha v_{ab} e v_{bc} têm valor V_0. As tensões de fase v_{a0} e v_{c0} são de $V_0/3$ cada uma enquanto v_{b0} é $-2V_0/3$, como mostrado na Fig. 8-26. A cada intervalo de 60°, um dos tiristores comuta, na seqüência 1-2-3-4-5-6. Os tiristores podem ser operados em um modo diferente com condução de 120°, dependendo do circuito de comutação, para obter um conjunto diferente de formas de onda de saída.

As formas de onda para as tensões de fase v_{a0} e v_{b0} e a tensão de linha v_{ab} são mostradas na Fig. 8-27. As tensões de fase são aproximações de ondas senoidais, do tipo três-degraus-por-meio-ciclo, enquanto as tensões de linha são pulsos positivos e negativos de 120° de largura. Quando as tensões do inversor são aplicadas a um motor, o motor responde à fundamental e às harmônicas das formas de onda para produzir conjugados positivos e de frenagem, e ambas as perdas normais e adicionais. Os inversores podem ser construídos por várias técnicas, produzindo formas de onda de saída com menor conteúdo harmônico, por exemplo, somando as saídas de dois inversores cujas formas de onda são deslocadas em fase.

EXEMPLO 8-8

O conjunto de tensões de linha trifásicas da forma mostrada na Fig. 8-27 deve ser aplicado aos terminais de estator de um motor de indução. Determinar a amplitude da componente de quinta harmônica em relação à fundamental.

Solução

A forma de onda da tensão v_{ab} é mostrada na Fig. 8-27. Supondo que o meio ciclo positivo esteja centrado em $\omega t = 0$; a onda pode ser representada por uma série de Fourier da forma

$$v_{ab} = \sqrt{2}\,V_1 \cos \omega t + \sqrt{2}\,V_5 \cos 5\omega t + \cdots \qquad (8\text{-}31)$$

As componentes harmônicas pares são excluídas porque a forma de onda é simétrica em relação a $\omega t = 0$. As harmônicas triplices (3.ª, 9.ª, ...) são excluídas porque elas estarão em fase nas três tensões de linha e sua soma não pode se anular, a menos que sejam de amplitude nula elas mesmas. A amplitude V_1 da fundamental é dada por

$$V_1 = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi} \int_0^{2\pi} v_{ab} \cos \omega t \, d(\omega t)$$

$$= \frac{4}{\sqrt{2}\,\pi} \int_0^{\pi/3} V_0 \cos \omega t \, d(\omega t)$$

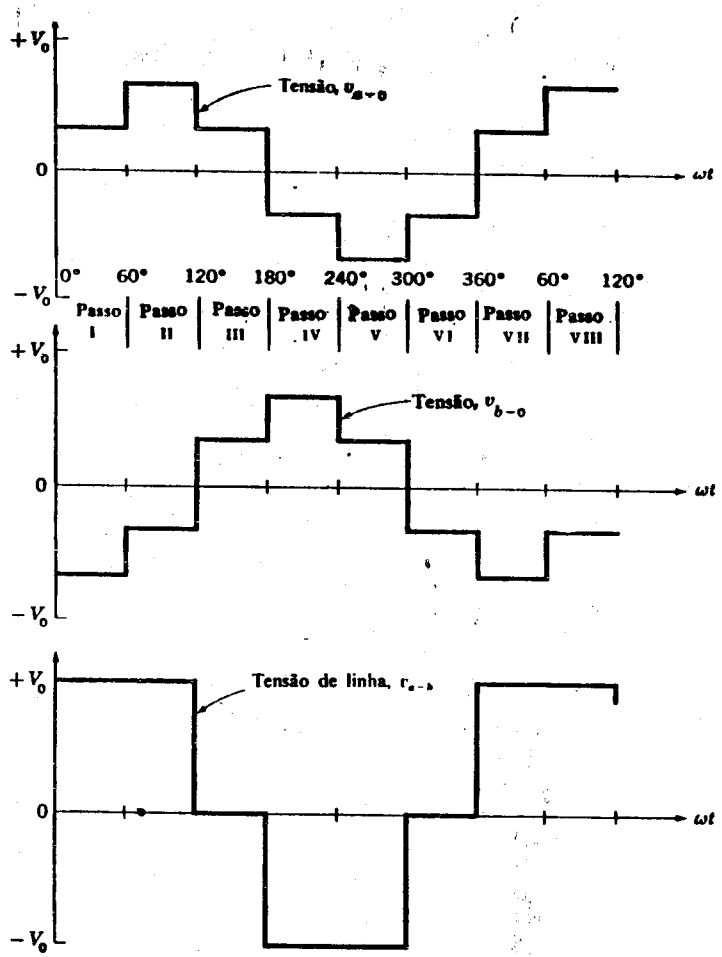


Fig. 8-27. Formas de onda geradas pelo inversor trifásico, condução durante 180°.

$$= \frac{\sqrt{6}}{\pi} V_0 \qquad (8\text{-}32)$$

A amplitude V_5 da componente de quinta harmônica é dada por

$$V_5 = \frac{4}{\sqrt{2}\,\pi} \int_0^{\pi/3} v_{ab} \cos 5\omega t \, d(\omega t)$$

$$= \frac{-1}{5} \frac{\sqrt{6}}{\pi} V_0 \qquad (8\text{-}33)$$

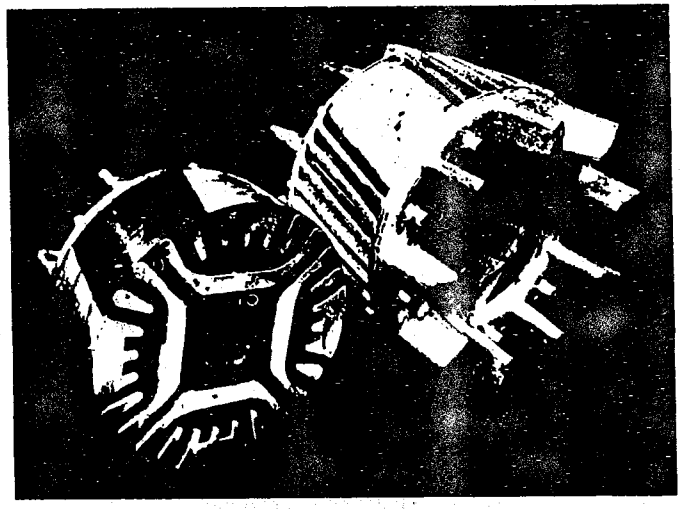


Fig. 8-28 Vistas em corte de um rotor de um motor Synchros preel (marca registrada) *Esquerda*: As chapas de ferro são mostradas escuras e os condutores claros. *Direita*: Somente os condutores do rotor são mostrados o ferro foi retirado por corrosão. (*The Louis Allis Company*.)

A amplitude da componente de quinta harmonica é 1/5 da fundamental. A seqüência de fases da quinta harmônica é negativa, ou oposta à fundamental. O conjugado produzido pelas componentes de quinta harmônica produzirão, portanto, um conjugado de frenagem.

8-5
SISTEMAS DE ALIMENTAÇÃO PARA MOTORES DE C.A. COM FREQÜÊNCIA AJUSTÁVEL

Se a tensão de saída dos inversores do tipo descrito no Item 8-4 é aplicada a motores síncronos e de indução pode se obter a operação com velocidade ajustável por meio de controle de freqüência.[1] Quando se exige velocidade rigorosamente regulada para um ou mais motores, como em aplicações têxteis, são usados motores síncronos; eles operarão em sincronismo com o oscilador que controla o inversor, independentemente da carga. Por outro lado, quando se tolera uma regulação mais grosseira, como em retíficas de alta velocidade, no acionamento de veículos especiais, são usados motores de indução. Freqüentemente são

[1] Veja A. Kusko, "Solid-State AC Motor Drives", The M. I. T. Press, Cambridge, Mass., 1971

utilizados tipos especiais de motores, porque a operação é diferente da aplicação usual a freqüência fixa. Os motores síncronos são usualmente motores híbridos indução-síncronos, que sincronizam pelo conjugado de relutância ou pelo uso de campos de ímãs permanentes. Os motores de indução são de gaiola ou com rotor de ferro sólido. Alguns exemplos são mostrados na Fig. 8-28. A operação é freqüentemente desenvolvida abaixo e também acima da freqüência nominal do motor, por exemplo, 10 a 120 Hz para um motor de 60 Hz.

A velocidade síncrona é diretamente proporcional à freqüência. O que é de interesse primário é a forma da curva de conjugado-velocidade do motor de indução em cada freqüência na faixa de operação, incluindo os conjugados de partida e máximo. Os conjugados são determinados pelo modo como a tensão terminal do motor é controlada em função da freqüência. É claro que, para assegurar a operação de um dado motor à máxima densidade de fluxo no entreferro em toda a faixa de velocidade, a tensão de entreferro precisa ser ajustada proporcionalmente à freqüência f. Desta forma, obtemos o máximo conjugado disponível do motor de indução, para cada ajuste de freqüência. Em um sistema prático, a tensão terminal V_1 é controlada de modo que V_1/f é constante; o tipo de controle é chamado *tensão por ciclo constante*. Para uma onda de tensão que muda sua forma em função da freqüência, a tensão média de meia onda é controlada na maneira acima descrita, em lugar da tensão eficaz. A prática presente é manter V_1 constante abaixo de uma freqüência específica, para vencer a queda $I_1 r_1$; em alguns sistemas de alimentação, a tensão V_1 é mantida constante para a operação acima da freqüência nominal do motor, e para obter operação com potência mecânica constante.

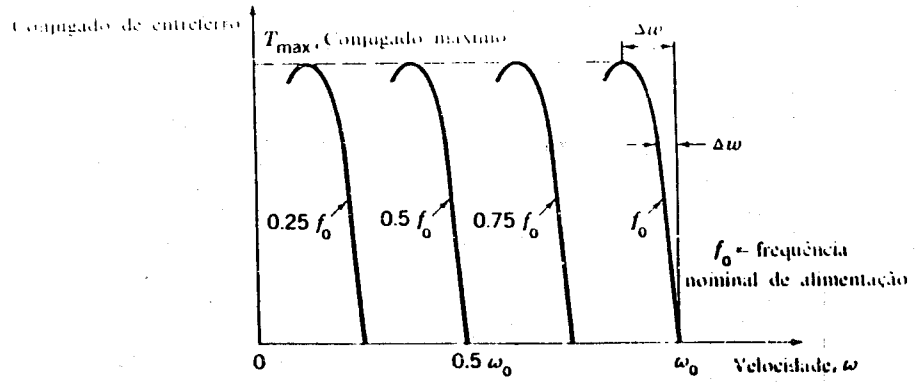


Fig. 8-29 Curvas de conjugado-velocidade, idealizadas, de um motor de indução com controle por freqüência ajustável

A curva de conjugado-velocidade de um motor de indução para uma dada freqüência pode ser calculada usando os métodos do Cap. 7, dentro da precisão dos parâmetros do motor àquela freqüência. As curvas de conjugado-velocidade para o motor que opera numa faixa de freqüências, mas com densidade de fluxo de entreferro constante, são praticamente as mesmas, num gráfico de escorregamento-velocidade, como mostrado na Fig. 8-29. Isto pode ser confirmado observando o entreferro do ponto de vista do rotor; o comportamento do rotor é determinado somente pela velocidade de escorregamento, que ajusta a tensão induzida, a corrente, e a freqüência do rotor, e o conjugado produzido. Note-se que a regulação de velocidade de 3 por cento à freqüência nominal ω_0 torna-se uma regulação de velocidade de 30 por cento a $\omega_s = 0{,}1\omega_0$.

Um sistema de alimentação a freqüência ajustável pode partir de vários modos. Ele pode partir à freqüência mais baixa e ser trazido à velocidade desejada por elevação da freqüência. Ele pode partir em qualquer freqüência na faixa, como parte um motor de indução a freqüência constante. Ou ele pode partir da linha de alimentação de c. a. e ser transferido ao inversor após ganhar velocidade. Os problemas de partida são aqueles de se obter suficiente conjugado de partida e não exceder as especificações de corrente do inversor, que são usualmente baseadas na capacidade do inversor de comutar a corrente, mais do que nas limitações do tiristor.

As curvas de conjugado-velocidade medidas num sistema de alimentação real a freqüência ajustável correspondem bem aproximadamente às curvas da Fig. 8-29 para o motor ideal. Alguns sistemas de alimentação comerciais são mostrados nas Figs. 8-3 e 8-4. O volume do equipamento de estado sólido é várias vezes maior do que aquele de um sistema de alimentação de c.c. de mesma potência mecânica.

A tensão terminal do motor é usualmente mantida constante para operação acima da freqüência nominal. Então, o sistema inversor retificador não requer outra modificação além de prover pulsos nos gatilhos dos tiristores, apropriados para tal operação. O conjugado máximo, em lugar de permanecer constante como na Fig. 8-29, diminui. O sistema de alimentação opera com potência mecânica constante. A operação é análoga ao controle por enfraquecimento de campo de um motor de c.c., com tensão de armadura fixa, acima da velocidade nominal.

A forma de onda de cada meio ciclo da tensão do motor precisa ser controlada abaixo da velocidade nominal para manter constante a densidade de fluxo no entreferro. O método de tal controle deverá minimizar o conteúdo harmônico para evitar perdas indevidas e conjugados de frenagem. Deverá, também, ser realizado sem complicar ou

criar dificuldades ao inversor. As formas de onda de dois métodos típicos de tal controle são mostradas na Fig. 8-30.

A Fig. 8-30*a* mostra controle de uma tensão de linha por variação da amplitude de um pulso de 120° de largura. Tal controle é obtido variando a tensão contínua, pelo retificador controlado do sistema de alimentação. Se é empregada autocomutação no inversor, pode não ser possível carregar os capacitores de comutação a partir do barramento de c.c. para comutar apropriadamente sob plena corrente do motor a baixas freqüências. Ao inversor pode ser atribuída uma potência nominal menor, nestas condições, ou então se pode utilizar uma fonte separada de tensão contínua para carregar os capacitores de comutação.

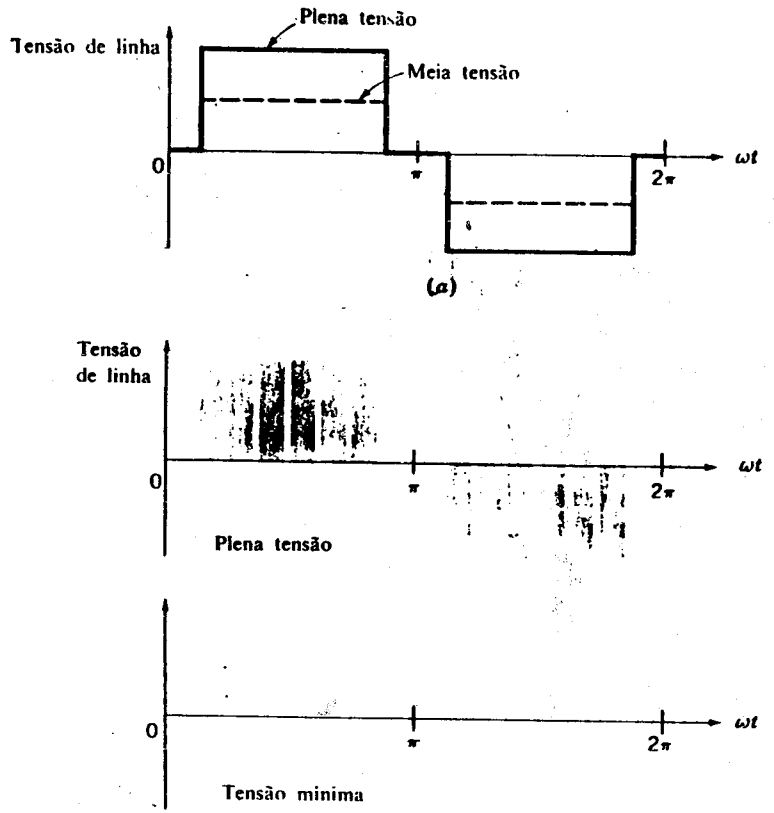


Fig. 8-30. Controle da tensão (*a*) pela amplitude e (*b*) pela largura dos pulsos

A Fig. 8-30*b* mostra o controle da forma de onda por controle da largura do pulso de cada meio ciclo da tensão alternada. A largura de 120° da forma de onda é dividida tipicamente em seis pulsos de 20° de largura, onde tensão máxima é obtida a 20° e tensão mínima a, digamos, 2°, para uma faixa de velocidades 10 a 1. O nível de tensão contínua do inversor permanece inalterado, mas precisa ser usada comutação auxiliar para cortar os tiristores em determinados pontos no meio ciclo.

8-6 RESUMO

Os dispositivos a estado sólido são empregados para o controle de todos os tipos de máquinas elétricas de c.a. e de c.c.. Neste capítulo, selecionamos dois sistemas importantes para discutir: o sistema de alimentação de motores de c.c. a retificadores e o sistema de alimentação em c.a. a freqüência ajustável. Além disto, os dispositivos a estado sólido tais como tiristores, são usados com motores de indução para controlar a velocidade pela tensão primária, com motores de rotor enrolado para controlar a velocidade por bombeamento de potência do rotor de volta ã linha, e com motores universais série em ferramentas e aparelhos portáteis. Os tiristores são também usados como pulsadores para controlar a tensão média aplicada aos motores de c.c. série e para controlar a corrente de campo de motores de c.c. derivação. Outros tipos de dispositivos a estado sólido, como diodos e transistores, são usados, em níveis de sinais, para processar sinais de comando e de sensores (realimentação), a fim de determinar como os semicondutores em nível de potência devem operar para produzir as características prescritas.

Vários tipos de circuitos retificadores são descritos no Item 8-2. Estes circuitos usam tiristores para obter o controle, pelo ângulo ou fase de disparo, das tensões de saída destes retificadores. Os diversos tipos de circuitos retificadores são classificados pelo número de fases de alimentação e pela ligação, se de meia onda ou em ponte. A escolha de um circuito retificador depende do nível de potência e da função.

A operação de motores de c.c. a partir de retificadores é discutida no Item 8-3. As formas de onda da tensão e da corrente de armadura influenciam a operação do motor, e variam com a velocidade e a carga. Os motores de pequena potência, e pequenos motores na faixa de média potência, são usualmente operados por retificadores controlados monofásicos, de meia onda e de onda completa. Motores de maior potência são alimentados por retificadores trifásicos.

Os princípios básicos dos inversores monofásicos e trifásicos são tratados no Item 8-4. Os inversores são alimentados por fontes de c.c. e fornecem potência em c.a. de freqüência ajustável a motores de c.a.. Os inversores podem ser unidades autocomutadas relativamente simples, ou sistemas mais complicados comutados por circuitos auxiliares, capazes de controlar a largura do pulso de tensão. Os inversores são capazes de trabalhar em amplas faixas de freqüência, mas geralmente têm restrita capacidade de sobrecarga, limitada pelos circuitos de comutação.

Os princípios de controle da freqüência de motores de indução são desenvolvidos no Item 8-5. Para operação abaixo da freqüência nominal, a tensão terminal é ajustada proporcionalmente à freqüência para assegurar densidade de fluxo constante no entreferro e conjugado máximo constante. Para operação acima da freqüência nominal, a tensão é usualmente mantida fixa, e o motor opera com potência mecânica constante. A partida é um problema, devido à limitada capacidade de sobrecorrente do inversor e à variação do conjugado de partida com a freqüência.

O campo de controle de motores a estado sólido está se desenvolvendo rapidamente. Conforme maiores tiristores se tornem disponíveis, as potências dos sistemas de alimentação em c.c. e em c.a. se elevam. À medida que tiristores mais econômicos, para correntes baixas, forem colocados no mercado, o seu uso irá se difundir para motores pequenos. Os carros de trânsito rápido e os veículos com motores elétricos usarão grandes quantidades de dispositivos para o controle. Já existem unidades de circuitos integrados confiáveis e econômicas, que estão permitindo aos projetistas maior liberdade nas funções que o sistema de controle do motor pode cumprir. Cada vez maior número de sistemas de controle utilizarão sinais e sensores que podem ser acoplados diretamente a computadores e aos elementos dos sistemas de alimentação.

PROBLEMAS

8-1. Um pequeno veículo é movido por um motor elétrico de 15 cv a 1800 rpm. Exige-se que o motor opere sob potência mecânica constante desde a velocidade nominal até um terço da velocidade nominal, e a conjugado constante de um terço da velocidade nominal até a velocidade zero.

Pede-se para esboçar os perfis do conjugado e da potência mecânica do motor de velocidade zero até a nominal. Calcular o conjugado de partida e na velocidade nominal.

8-2. Um motor de indução é escolhido para acionar uma bomba. A velocidade do motor, e da bomba, será controlada por ajuste da tensão primária do estator. O escorregamento do motor é 0,05 pu com conjugado nominal.

Pede-se para esboçar o perfil do conjugado permissível do motor

em função do escorregamento, de $s = 0$ a 1,0 pu, para os níveis seguintes de dissipação de potência no rotor: *a.* nominal, correspondendo à dissipação com $s = 0{,}05$ pu; *b.* duas vezes o valor do caso *a*; *c.* quatro vezes o valor do caso *a*.

8-3. A fonte de potência da Fig. 8-8*a* é um inversor que fornece uma tensão de onda quadrada de amplitude 100 volts a 200 Hz.

Determinar a relação entre a tensão média na carga V_n e o ângulo de disparo α.

8-4. A carga no circuito do Prob. 8-3 é substituída por uma combinação série de $R = 10$ ohms e $L = 25$ mH. O tiristor é disparado a $\alpha = 10°$.

Determinar a expressão para a corrente $i_n(t)$ durante um ciclo.

8-5. Um retificador trifásico, meia onda, como mostrado na Fig. 8-11*a*, está carregando uma bateria através de um indutor de filtro. O indutor tem $L = 60$ mH e $R = 1$ ohm. A tensão da bateria é de 24 volts e a corrente de carga é de 2 A.

Determinar a tensão eficaz de fase exigida à entrada do retificador. Suponha-se que os diodos têm uma queda de tensão direta de 1,0 volt cada um.

8-6. O motor do Exemplo 8-3 é operado com uma carga mecânica que impõe conjugado nominal à velocidade nominal com um momento de inércia de 0,14 kg.m^2. O motor é alimentado por um retificador a 60 Hz, monofásico, onda completa. O trecho de deceleração é de $\pi/2$ rad entre períodos de condução.

Determinar a queda de velocidade entre os períodos de condução.

8-7. Um motor de c.c. de 5 cv está operando em um circuito a tiristores, meia onda, monofásico, como mostrado na Fig. 8-13. O motor está operando a 50 por cento de seu conjugado eletromagnético nominal a uma velocidade média de 600 rpm. O ângulo de disparo do tiristor é $\alpha = 45°$ e o ângulo de condução é $\gamma = 180°$. A corrente nominal de armadura do motor é 21,4 A; $K_m = 1{,}21$ V.s/rad; $R_a = 0{,}615$ ohm.

Calcular o valor eficaz V_0 da tensão de linha aplicada $v_0 = \sqrt{2}\, V_0 \operatorname{sen} \omega t$. Desprezar a queda de tensão direta do tiristor.

8.8. Para o circuito de meia onda trifásico da Fig. 8-15 e as condições mostradas na Fig. 8-16, ou seja $\alpha = 0°$, $\alpha = 60°$, $\alpha = 90°$, esboçar a forma de onda da tensão através do tiristor I durante o período de um ciclo.

8-9. O motor de 100 cv do Exemplo 8-5 é acionado com ângulo de disparo $\alpha = 0$. Calcular a velocidade média do motor em vazio e a plena carga, para uma tensão de linha de 480 volts.

8-10. Com referência ao Exemplo 8-5, parte *b*, qual é o efeito sobre o valor de pico da corrente de ondulação na armadura, de se carregar o motor além da condição exatamente suficiente para produzir condução contínua?

8-11. Um motor de 500 cv usado em um trem de alta velocidade é controlado por um circuito pulsador como mostrado na Fig. 8-18. A indutância do enrolamento de armadura e de campo série é aumentada por um indutor externo L_e. A tensão contínua da fonte para o trem é 1000 volts. A relação $t_1/(t_1 + t_2)$ varia de 0,15 a 1,0 em operação. Que indutância total é necessária no circuito de armadura para limitar a amplitude da excursão da corrente de armadura a 25 A?

8-12. O circuito inversor monofásico da Fig. 8-21 pode ser construído em uma configuração em ponte usando quatro tiristores e um transformador sem tomada central. Esboçar o circuito em ponte e calcular o valor de C para as condições do Exemplo 8-7.

8-13. Um tipo comum de forma de onda de saída de um inversor trifásico é uma onda retangular, tendo meios ciclos positivos e negativos com 120° de largura, como mostrados na Fig. 8-27. Mostre que esta forma de onda não contém qualquer componente de tensão de terceira harmônica.

9

Dinâmica da Máquina de C. C.

A característica saliente de máquina de c.c. é sua versatilidade. Por meio de várias combinações de enrolamentos de campo série, derivação, e excitação independente, elas podem ser projetadas para ter uma ampla variedade de características tensão-corrente ou velocidade-conjugado, para operação dinâmica e em regime permanente. Devido à facilidade com que eles podem ser controlados, os motores de c.c. com controles de estado sólido são freqüentemente usados em aplicações que requerem uma ampla faixa de velocidades do motor ou controle preciso da saída do motor. Freqüentemente as caractarísticas das máquinas são modificadas pela adição de circuitos a realimentação. O objetivo deste capítulo é estudar as máquinas de c.c. com ênfase sobre suas características dinâmicas como componentes de sistemas eletromecânicos.

9-1 A MÁQUINA DE C.C. IDEAL

Devido à complexidade dos problemas dos sistemas dinâmicos, serão feitas hipóteses simplificadoras. As suposições usuais são:

1 As escovas são estreitas, e a comutação é linear, como na Fig. 4-6. As escovas estão colocadas de modo que a comutação ocorre quando os lados da bobina estão na zona neutra, a meio caminho entre os polos do campo. O eixo da onda de fmm de armadura, então, é fixo no espaço, e está ao longo do *eixo em quadratura*.
2 A fmm de armadura não tem efeito sobre o fluxo total de eixo direto, porque a onda de fmm da armadura é perpendicular ao eixo do campo. Esta suposição despreza o efeito desmagnetizante da reação de armadura discutido no Cap. 5.
3 Para a maioria dos problemas considerados neste capítulo os efeitos de saturação magnética serão desprezados. A superposição de campo magnéticos pode então ser realizada, e as indutâncias podem ser consideradas independentes das correntes.

A representação esquemática do modelo é mostrada na Fig. 9-1. Será adotada a convenção de que as setas representam as direções de referência para a corrente e o campo magnético. Pode-se então adotar um conjunto consistente de direções de referência para todas as outras variáveis, adaptado às direções de referência fluxo-corrente. Por exemplo, na Fig. 9-1*a*, a direção de referência para conjugado magnético é anti-horária, tendendo a alinhar os campos de estator e rotor, como mostrado pela seta rotulada T_{cmp}. Se a máquina é um motor, ela girará na direção anti-horária contra o conjugado resistente T_C aplicado ao motor pela carga mecânica, como mostrado pelas setas ω_m e T_C. A escova superior será +, porque a potência elétrica precisa ser alimen-

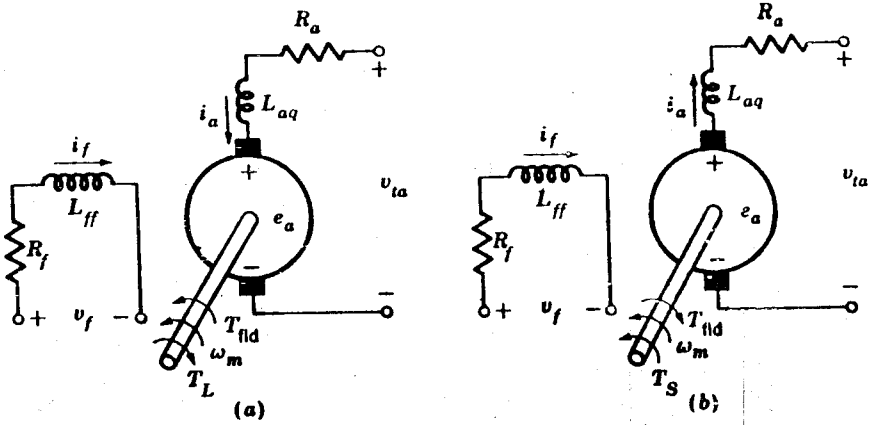


Fig. 9-1 Representação esquemática de uma máquina de c.c. mostrando as direções de referência para (*a*) motor e (*b*) gerador.

tada ao motor. A Fig. 9-1*b* mostra as direções de referência para um gerador, onde T_F é o conjugado aplicado pela fonte mecânica. Um sistema consistente de direções de referência é especialmente importante no tratamento das máquinas mais complexas, de campos cruzados, discutidas mais adiante neste capítulo.

9-2 EQUAÇÕES DINÂMICAS

Os termos de acoplamento eletromecânico são o conjugado magnético T e a tensão gerada e_a, que já foram deduzidos no Item 4-4. Das Eqs. 4-8 e 4-12.

$$T = K_a \Phi_d i_a \tag{9-1}$$

$$e_a = K_a \Phi_d \omega_m \tag{9-2}$$

onde

$$K_a = \frac{PZ_a}{2\pi a} \tag{9-3}$$

Os símbolos foram definidos nas Eqs. 4-8 e 4-12. Estas equações, juntamente com a equação diferencial de movimento do sistema mecânico, com as equações tensão-corrente para os circuitos de armadura e campo, e com a curva de magnetização, descrevem o desempenho do sistema.

Considere-se primeiro a máquina ideal de c.c. mostrada na Fig. 9-1 com 1 enrolamento de campo e saturação magnética desprezível. O fluxo no entreferro no eixo direto Φ_d é então linearmente proporcional à corrente de campo i_f, e as Eqs. 9-1 e 9-2 podem ser expressas como

$$T = k_f i_f i_a \tag{9-4}$$

$$e_a = k_f i_f \omega_m \tag{9-5}$$

onde k_f é uma constante. Com as escovas no eixo em quadratura, a indutância mútua entre os circuitos de campo e armadura é nula, exatamente como seria para duas bobinas cujos eixos são perpendiculares. A equação de tensão para o circuito do campo então, é

$$v_f = L_{ff} p i_f + R_f i_f \tag{9-6}$$

onde v_f, i_f, R_f, e L_{ff} são a tensão terminal, corrente, resistência e auto-indutância do circuito de campo, respectivamente, e p é o operador d/dt.

Com as direções de referência para motores (Fig. 9-1*a*), a equação de tensão para o circuito da armadura é

$$v_{ta} = e_a + L_{aq} p i_a + R_a i_a \tag{9-7}$$

$$v_{ta} = k_f i_f \omega_m + L_{aq} p i_a + R_a i_a \tag{9-8}$$

onde v_{ta}, i_a, R_a, e L_{aq} são a tensão terminal, corrente, resistência e auto-indutância do circuito de armadura, respectivamente. O índice q é usado para a indutância porque o eixo da fmm de armadura está ao longo do eixo em quadratura. A indutância L_{aq} inclui o efeito de quaisquer enrolamentos de estator no eixo em quadratura, em série com a armadura, tais como interpolos e enrolamentos compensadores nas faces polares, usados em máquinas grandes para melhorar a comutação como descrito no Cap. 5. Para um motor, a equação dinâmica do sistema mecânico é

$$T = k_f i_f i_a = J p \omega_m + T_C \tag{9-9}$$

onde J é o momento de inércia e T_C é o conjugado mecânico de carga que se opõe à rotação.

Para as direções de referência do gerador (Fig. 9-1*b*), as equações de tensão de armadura e conjugado tornam-se

$$v_{ta} = e_a - L_{aq} p i_a - R_a i_a \tag{9-10}$$

$$v_{ta} = k_f i_f \omega_m - L_{aq} p i_a - R_a i_a \tag{9-11}$$

$$T_F = J p \omega_m + T = J p \omega_m + k_f i_f i_a \tag{9-12}$$

onde T_F agora é o conjugado mecânico motor, aplicado ao eixo na direção de rotação.

Existem armazenamento de energia associado aos campos magnéticos produzidos pelas corrente de campo e armadura e à energia cinética das partes rotativas. Conseqüentemente, as correntes de campo e armadura, e a velocidade, são *variáveis de estado*. As Eqs. 9-6 a 9-12 são equações diferenciais de primeira ordem contendo não-linearidades tipo produto, $i_f \omega_m$ e $i_f i_a$, destas variáveis de estado. Estas equações, junto com as equações das leis de Kirchhoff para os circuitos ligados aos terminais de campo e armadura, e as características de conjugado-velocidade do sistema mecânico acoplado ao eixo, determinam o desempenho do sistema. Sua aplicação a casos específicos será ilustrada nos Itens 9-3 e 9-4.

9-3 FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA E DIAGRAMAS DE BLOCOS DE MÁQUINAS DE C.C.

O obstáculo mais difícil para ser superado na análise de máquinas de c.c. é a inclusão da saturação magnética. Entretanto, a análise linear omitindo a saturação serve a dois propósitos úteis. Primeiro, em virtude das equações diferenciais lineares relativamente simples que podem

então ser escritas, é possível uma apreciação mais completa de outros fatores que afetam o desempenho transitório e se obtém um quadro aproximado dos fenômenos. Segundo, para os problemas de sistemas que envolvem combinações complexas de máquinas e outros equipamentos, se torna possível o estudo dinâmico do sistema, que de outro modo seria praticamente proibitivo sem recorrer a um computador.

Neste item, consideraremos máquinas de c.c. com excitação em separado. Na parte *a*, trataremos principalmente dos transitórios elétricos em geradores de c.c. resultantes de mudanças na excitação. A análise será feita linear, com discussão dos efeitos da saturação propostos até o Item 9-6. Na parte *b* a atenção será focalizada sobre a dinâmica de motores de c.c. com excitação de campo constante.

a. Geradores de C.C. Análise Linear

Considere-se o gerador de c.c. da Fig. 9-1*b*, e suponha-se que a operação é restrita ao trecho linear da característica de magnetização da Fig. 9-2. A indutância do enrolamento de campo então é constante, e a equação de tensão para o circuito de campo é

$$v_f = R_f i_f + L_{ff} p i_f = R_f(1 + \tau_f p) i_f \tag{9-13}$$

onde $\tau_f = L_{ff}/R_f$ é a constante de tempo do circuito de campo. A velocidade ω_{m0} da característica de magnetização, e com a operação restrita à faixa linear, a fem de armadura e_{a0} é

$$e_{a0} = K_g i_f \tag{9-14}$$

onde K_g é a inclinação da linha de entreferro à velocidade ω_{m0}

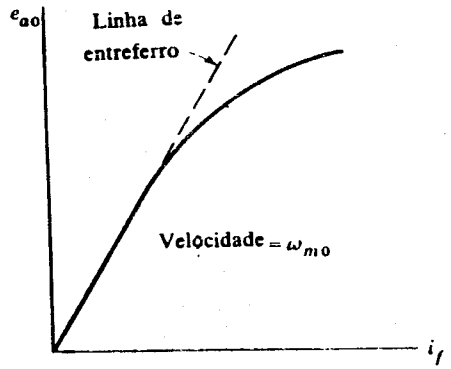


Fig. 9-2 Característica de magnetização

Rearranjando a Eq. 9-13 na forma de variáveis de estado resulta em

$$p i_f = \frac{1}{\tau_f}\left(\frac{v_f}{R_f} - i_f\right) \tag{9-15}$$

O diagrama de blocos com um integrador $1/p$ no caminho direto é mostrado na Fig. 9-3*a*. Multiplicando a saída i_f por K_g, temos a fem gerada e_{a0} à velocidade da característica de magnetização. Desde que a fem é proporcional à velocidade, a fem e_a a qualquer outra velocidade ω_m é

$$e_a = e_{a0}\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} \tag{9-16}$$

como mostrado pelo multiplicador na saída, Fig. 9-3*a*. A função de transferência correspondente em variáveis complexas é obtida por substituição do operador derivada p na Eq. 9-13 pela freqüência complexa s. As variáveis $E_{a0}(s)$ e $V_f(s)$, então, são as amplitudes complexas das correspondentes variáveis no tempo, e as equações tornam-se equações algébricas em s; assim

$$\frac{E_{a0}(s)}{V_f(s)} = \frac{K_g I_f}{V_f} = \frac{K_g/R_f}{1 + \tau_f s} \tag{9-17}$$

como mostrado na Fig. 9-3*b*.

A corrente de armadura i_a é determinada pela fem gerada e_a e os circuitos elétricos ligados aos terminais da armadura. O conjugado magnético T é então determinado pelo fluxo de eixo direto e pela corrente de armadura, como na Eq. 9-1. Da Eq. 4-14, o conjugado pode ser expresso em termos da característica de magnetização como

$$T = \frac{e_{a0}}{\omega_{m0}} i_a \tag{9-18}$$

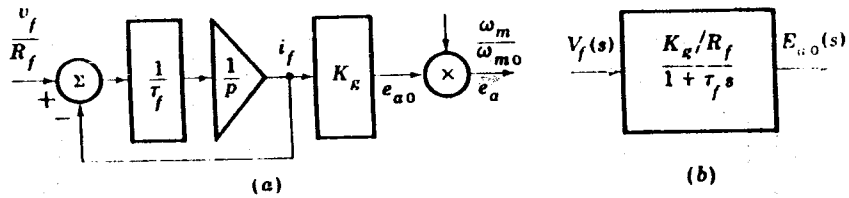


Fig. 9-3. Diagrama de blocos das Eqs. 9-15 e 9-17

A relação entre velocidade e conjugado é, então, dada pela Eq. 9-12 para um gerador. O desempenho completo depende dos sistemas elétrico e mecânico ligados à máquina.

EXEMPLO 9-1

Um gerador de c.c., 200 kW, 250 volts, tem as seguintes constantes:

$$R_f = 33{,}7 \text{ ohms} \qquad R_a = 0{,}0125 \text{ ohm}$$
$$L_{ff} = 25 \text{ henrys} \qquad L_{aq} = 0{,}008 \text{ henry}$$

A inclinação da linha de entreferro desenhada sobre sua característica de magnetização à velocidade nominal é

$$K_g = 38 \text{ volts/ampère de campo}$$

O circuito de armadura é ligado a uma carga que tem uma resistência $R_C = 0{,}313$ ohm e uma indutância $L_C = 1{,}62$ henrys.

O gerador inicialmente não está excitado, mas gira à velocidade nominal. Uma fonte de c.c. de 230 volts, de impedância desprezível, é repentinamente ligada aos terminais do campo. Suponha-se que, conforme a tensão nominal cresce e o gerador toma carga, sua velocidade não varia apreciavelmente.

Calcular e traçar uma curva da corrente de armadura $i_a(t)$, investigando as possibilidades de aproximações simplificadoras.

Solução

O diagrama de blocos é mostrado na Fig. 9-4 em termos de variáveis de freqüência complexa. O primeiro bloco representa o crescimento da fem gerada; o segundo, o crescimento da corrente de armadura, onde R_a e L_a são a resistência e indutância totais da armadura e carga em série. Devido ao fato de a indutância mútua entre armadura e campo ser nula, a saída do segundo bloco não influencia o comportamento do primeiro bloco. Cada bloco representa um termo exponencial da forma $\varepsilon^{-t/\tau}$, onde

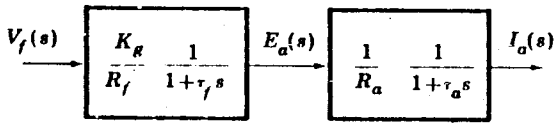


Fig. 9-4. Diagrama de blocos. Exemplo 9-1

$$\tau_f = \frac{L_{ff}}{R_f} = \frac{25}{33{,}7} = 0{,}74 \text{ s} \qquad \frac{1}{\tau_f} = 1{,}35$$

$$\tau_a = \frac{L_a}{R_a} \doteq \frac{L_{aq} + L_C}{R_a + R_C}$$

$$= \frac{1{,}63}{0{,}326} = 5 \text{ s} \qquad \frac{1}{\tau_a} = 0{,}2$$

O valor final em regime permanente, da fem gerada, é

$$E_a = \frac{(230)(38)}{33{,}7} = 260 \text{ volts}$$

e o valor final em regime permanente, da corrente de armadura, é

$$I_a = \frac{E_a}{R_a} = \frac{260}{0{,}326} = 800 \text{ ampères}$$

A equação para a corrente de armadura como uma função do tempo é

$$i_a(t) = 800 + A\varepsilon^{-1.35t} + B\varepsilon^{-0.2t}$$

com condições iniciais

$$i_a(0) = 0 \qquad \text{e} \qquad \frac{di_a}{dt}(0) = 0$$

donde $$i_a(t) = 800 + 139\varepsilon^{-1.35t} - 939\varepsilon^{-0.2t}$$

Um gráfico do crescimento da corrente é mostrado pela curva sólida na Fig. 9-5. Se a menor das duas constantes de tempo fosse ignorada, o crescimento da corrente seria dado por

$$i_a(t) = 800 - 800\varepsilon^{-0.2t}$$

que é mostrado pela curva tracejada na Fig. 9-5. Comparando estas duas curvas, conclui-se que o menor dos dois atrasos no tempo, em série, freqüentemente pode ser ignorado quando sua constante de tempo é menor do que cerca de um quarto da maior.

A tensão terminal $v_{ta}(t)$ é

$$v_{ta}(t) = (R_C + L_C p)i_a(t) = 250 - 260\varepsilon^{-1.35t} + 10\varepsilon^{-0.2t}$$

Compare-se com a equação para a fem gerada dada por

$$e_a(t) = 260 - 260\varepsilon^{-1.35t}$$

Uma idéia da influência da resistência e indutância de armadura desta máquina, que é típica de geradores de c.c. usados como

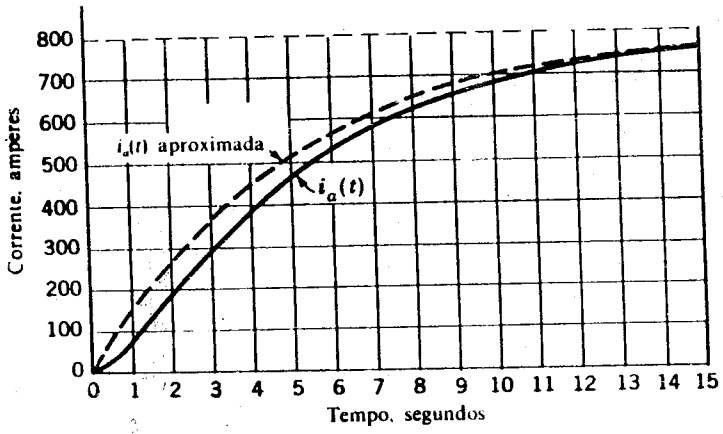


Fig. 9-5. Crescimento da corrente de armadura do gerador, Exemplo 9-1.

excitatrizes para geradores síncronos, pode ser obtida agora. Obviamente, a influência da indutância de armadura é muito pequena. pequena. O principal efeito da resistência de armadura é reduzir a tensão final de 260 volts aos 250 volts realmente obtidos. Quando este efeito é levado em conta, é evidentemente possível basear muitas análises de engenharia sobre a suposição de indutância de armadura desprezível.

No Exemplo 9-1, a velocidade do gerador é considerada constante. A dinâmica do órgão de acionamento mecânico não entra no problema; supõe-se que este é capaz de fornecer qualquer conjugado mecânico que seja solicitado para manter a velocidade constante. A Fig. 9-6 mostra esquematicamente os componentes que deveriam ser adicionados ao diagrama de blocos na Fig. 9-3*a* ou *b*, para levar em conta a dinâmica do órgão de acionamento mecânico. Na Fig. 9-6, o primeiro multiplicador (lendo da esquerda para a direita) representa a Eq. 9-18 para o conjugado magnético T. Rearranjando da Eq. 9-12 dá

$$p\omega_m = \frac{T_F - T}{J} \tag{9-19}$$

como mostrado pela soma e o coeficiente multiplicador $1/J$, onde J é a inércia combinada do gerador e motor de acionamento, e T_F é obtido da função de transferência deste último. Integrando, então, obtemos ω_m, que se torna uma entrada da função de transferência do órgão de acionamento e também do multiplicador que representa a

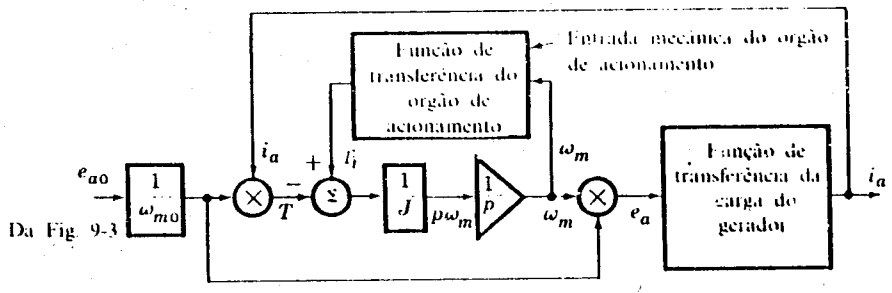


Fig. 9-6. Diagrama de blocos esquemático para um gerador de c.c. e seu órgão de acionamento mecânico.

Eq. 9-16 para e_a. Finalmente i_a, obtido da função de transferência da carga elétrica sobre o gerador, é realimentada ao primeiro multiplicador.

Acrescentando mais refinamentos percebe-se que um problema de um sistema completo pode rapidamente tornar-se demasiado complexo para uma solução analítica. Por exemplo, na Fig. 9-6, a função de transferência do órgão de acionamento mecânico pode envolver a função de transferência de um regulador de velocidade mecânico. Felizmente, podem ser feitas aproximações simplificadoras, usualmente. De outro modo, é necessária uma solução por computador. Entretanto, a montagem de um diagrama de blocos para levar em conta todos os refinamentos desejados não é especialmente difícil, pois ele pode ser construído por partes.

b. Motores de C.C. com Excitação Independente

Os motores de corrente contínua são freqüentemente usados em aplicações que requerem um controle preciso da velocidade e conjugado de saída em uma ampla faixa. Um dos modos comuns de controle é o uso de um motor a excitação independente, com excitação de campo constante. A velocidade é controlada pela variação da tensão aplicada aos terminais da armadura. A análise, então, envolve os transitórios elétricos no circuito de armadura e a dinâmica da carga mecânica movida pelo motor.

Um motor de excitação independente é mostrado na Fig. 9-7. A fonte pode ser um retificador controlado de estado sólido, um dos tipos descritos no Cap. 8, ou um gerador de c.c. com excitação independente, como no sistema Ward-Leonard descrito no Cap. 5. A corrente I_f constante no campo do motor, o conjugado magnético e a fem gerada são

$$T = K_m i_a \quad \text{newton-metros} \tag{9-20}$$

$$e_a = K_m \omega_m \quad \text{volts} \tag{9-21}$$

onde $K_m = k_f I_f$ é uma constante. Em termos da característica de magnetização

$$K_m = \frac{e_{a0}}{\omega_{m0}} \tag{9-22}$$

com e_{a0} a fem gerada correspondente à corrente de campo I_f à velocidade ω_{m0} rad/s. Em unidades mks, a constante K_m em newton/metros por ampère (Eq. 9-20) é igual à constante K_m em volt. seguntos por radiano (Eq. 9-21). A resposta do motor a mudanças na tensão da fonte, e os efeitos do conjugado de carga, serão investigados agora.

Da Eq. 9-7, após rearranjo dos termos e divisão por R_a, a equação diferencial para a corrente de armadura i_a é

$$\frac{L_a}{R_a} pi_a = \tau_a pi_a = \frac{v_F - e_a}{R_a} - i_a \tag{9-23}$$

onde v_F é a tensão da fonte, e_a é a fem contrária (Eq. 9-21), R_a e L_a incluem a resistência e indutância série da fonte e circuito de armadura, e $\tau_a = L_a/R_a$ é a *constante de tempo elétrica* do circuito de armadura. O conjugado magnético T é dado pela Eq. 9-20, e da Eq. 9-9, a aceleração é

$$p\omega_m = \frac{T}{J} - \frac{T_C}{J} = \frac{K_m i_a}{J} - \frac{T_C}{J} \tag{9-24}$$

onde J é o momento de inércial incluindo o da carga, e T_C é o conjugado de carga que se opõe à rotação.

O diagrama de blocos representando as Eqs. 9-20 a 9-24 é mostrado na Fig. 9-8*a* em termos das variáveis de estado i_a e ω_m, com v_F e T_C/J como entradas. Dividindo-se a entrada v_F por K_m e combinando as constantes no caminho direto obtemos a forma mais simples mostrada na Fig. 9-8*b*, onde

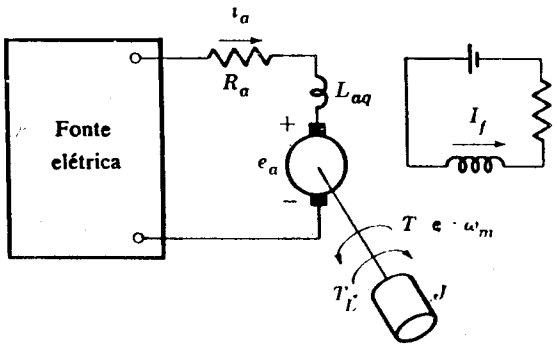


Fig. 9-7 Diagrama de um motor de c.c. excitado em separado

$$\tau_m = \frac{J R_a}{K_m^2} \tag{9-25}$$

é a *constante de tempo inercial*. Fisicamente interpretada, v_F/K_m é a velocidade de regime em vazio, correspondente a uma tensão de entrada contínua constante, $V_{c.c.}$.

Em geral, o conjugado de carga é uma função da velocidade. As vezes supõe-se que o conjugado de carga é proporcional à velocidade; assim

$$T_C = B\omega_m \quad \text{ou} \quad \frac{T_C}{J} = \frac{B\omega_m}{J} \tag{9-26}$$

onde B é a inclinação da curva conjugado-velocidade no ponto de operação e pode ser considerada constante para pequenas variações. O parâmetro J/B é a *constante de tempo da carga* τ_C, descreve a taxa à qual o motor perde velocidade quando seu circuito de armadura é aberto (veja a Eq. 8-16), e B/J é o correspondente fator de amortecimento. Ele varia sobre uma ampla faixa desde vazio até plena carga, mas seu efeito usualmente não é muito importante em motores de média potência. O efeito do amortecimento da carga é mostrado na Fig. 9-8*b* pela realimentação B/J em volta do segundo integrador.

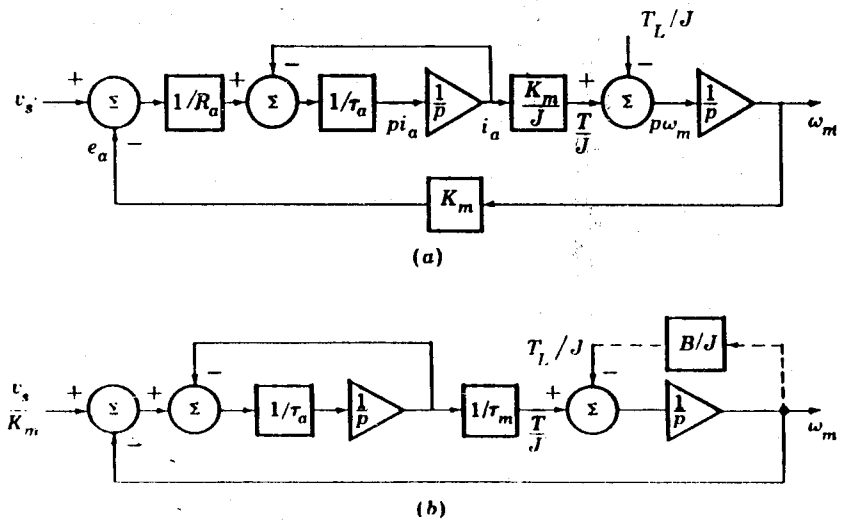


Fig. 9-8 Diagramas de blocos das Eqs. 9-20 a 9-24 para um motor de c.c. excitado independentemente

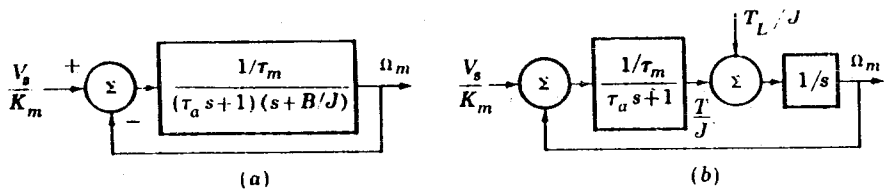


Fig. 9-9 Diagramas de blocos de um motor de c.c. excitado independentemente em termos de variáveis complexas

O diagrama de blocos em termos da freqüência complexa s é mostrado na Fig. 9-9, onde agora Ω_m, V_F, e T_C, são as amplitudes complexas das correspondentes variáveis no tempo. No resto deste capítulo, a notação funcional "de s" será omitida em favor da simplicidade, subentendido que as letras maiúsculas como Ω_m e V_F são amplitudes complexas. (Embora o mesmo símbolo seja usado para conjugado $T(t)$ e conjugado $T(s)$, o significado será claro pelo contexto.) O primeiro integrador na Fig. 9-8*b* torna-se o termo algébrico $1/(\tau_a s + 1)$ na Fig. 9-9. O segundo integrador na Fig. 9-8*b* com amortecimento B/J, torna-se o termo algébrico $1/(s + B/J)$ na Fig. 9-9*a*. O diagrama de blocos com amortecimento mecânico desprezado e T_C suposto uma variável independente, é mostrado na Fig. 9-9*b*. A função de transferência relacionando velocidade e tensão de entrada, encontrada pela eliminação da realimentação negativa na Fig. 9-9*a*, é

$$\frac{\Omega_m}{V_F/K_m} = \frac{1}{\tau_m(\tau_a s + 1)\left(s + \dfrac{B}{J}\right) + 1} \tag{9-27}$$

Com o amortecimento mecânico desprezado

$$\frac{\Omega_m}{V_F/K_m} = \frac{1}{\tau_m s(\tau_a s + 1) + 1} \tag{9-28}$$

e a função de transferência relacionando velocidade e conjugado de carga, então, é

$$\frac{\Omega_m}{T_C} = -\frac{R_a}{K_m^2} \frac{1}{\tau_m s(\tau_a s + 1) + 1} \tag{9-29}$$

Um circuito elétrico análogo é mostrado na Fig. 9-10, no qual a inércia é representada por uma capacitância equivalente C_{eq} e o amortecimento por uma condutância paralela G_{eq}. A equação de conjugado para o sistema mecânico pode ser expressa por

$$T = K_m i_a = Jp\omega_m + B\omega_m \tag{9-30}$$

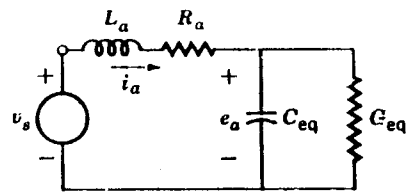


Fig. 9-10 Circuito elétrico equivalente de um motor de c.c. excitado independentemente

Dividindo-se por K_m e substituindo $\omega_m = e_a/K_m$ no resultado, fornece

$$i_a = \frac{J}{K_m^2}\frac{de_a}{dt} + \frac{B}{K_m^2} e_a \tag{9-31}$$

que é idêntica à equação de nós para o circuito $C_{eq}G_{eq}$, desde que

$$C_{eq} = \frac{J}{K_m^2} \quad \text{e} \quad G_{eq} = \frac{B}{K_m^2} \tag{9-32}$$

Em termos do circuito análogo, as constantes de tempo τ_m e τ_C são

$$\tau_m = R_a C_{eq} \quad \text{e} \quad \tau_C = C_{eq}/G_{eq} \tag{9-33}$$

As freqüências naturais s do sistema são dadas pelos polos da função de transferência, Eq. 9-27, ou as raízes da equação

$$\left(s + \frac{1}{\tau_a}\right)\left(s + \frac{B}{J}\right) + \frac{1}{\tau_a \tau_m} = 0 \tag{9-34}$$

$$s^2 + \left(\frac{1}{\tau_a} + \frac{B}{J}\right)s + \frac{1}{\tau_a}\left(\frac{1}{\tau_m} + \frac{B}{J}\right) = 0 \tag{9-35}$$

Comparando-se com a forma padronizada para uma equação de segunda ordem,

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_n^2 = 0$$

vê-se que a freqüência natural não amortecida ω_n é

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{\tau_a}\left(\frac{1}{\tau_m} + \frac{B}{J}\right)} \tag{9-36}$$

e o índice de amortecimento α é

$$\alpha = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_a} + \frac{B}{J}\right) \tag{9-37}$$

O amortecimento relativo ou razão de amortecimento ζ é

$$\zeta = \alpha/\omega_n \tag{9-38}$$

As raízes são dadas pela solução bem conhecida

$$s_1 , s_2 = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \tag{9-39}$$

onde a primeira forma, $\zeta > 1$, dá dois termos exponenciais com expoentes reais negativos, e a segunda forma, $\zeta < 1$, dá uma senóide amortecida. A carga mecânica usualmente tem somente um efeito pequeno sobre ω_n e α, embora naturalmente, ela afete a velocidade de regime permanente. Se B/J é desprezado

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{\tau_a\tau_m}} \tag{9-40}$$

$$\alpha = \frac{1}{2\tau_a} \tag{9-41}$$

$$\zeta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\tau_m}{\tau_a}} \tag{9-42}$$

As soluções de um sistema de segunda ordem, com um degrau de entrada e condições iniciais de repouso, são mostradas em forma normalizada pela família de curvas na Fig. 9-11. As ordenadas são a relação entre a saída χ e seu valor final de regime permanente χ_∞. Estas curvas podem ser usadas para determinar a variação na velocidade $\Delta\omega_m(t)$ resultante de uma variação em degrau Δv_F na tensão da fonte. As ordenadas são então interpretadas como a relação $\Delta\omega_m(t)/\Delta\omega_m(\infty)$, onde $\Delta\omega_m(\infty)$ é o valor final da variação em velocidade. Da Eq. 9-27, com $s = 0$

$$\frac{\Delta\omega_m(\infty)}{\Delta v_F/K_m} = \frac{1}{(\tau_m B/J) + 1} = \frac{1}{(R_a B/K_m^2) + 1} \tag{9-43}$$

Da Eq. 9-29, com o conjugado de carga independente da velocidade,

$$\frac{\Delta\omega_m(\infty)}{\Delta T_C} = -\frac{R_a}{K_m^2} \tag{9-44}$$

EXEMPLO 9-2

As seguintes constantes são dadas para dois motores de c.c. típicos, compensados, de alto desempenho[1]

[1] Uma tabela de constantes de motores é dada por A. Kusko, "Solid State DC Motor Drives", The M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1969, pp. 22-23.

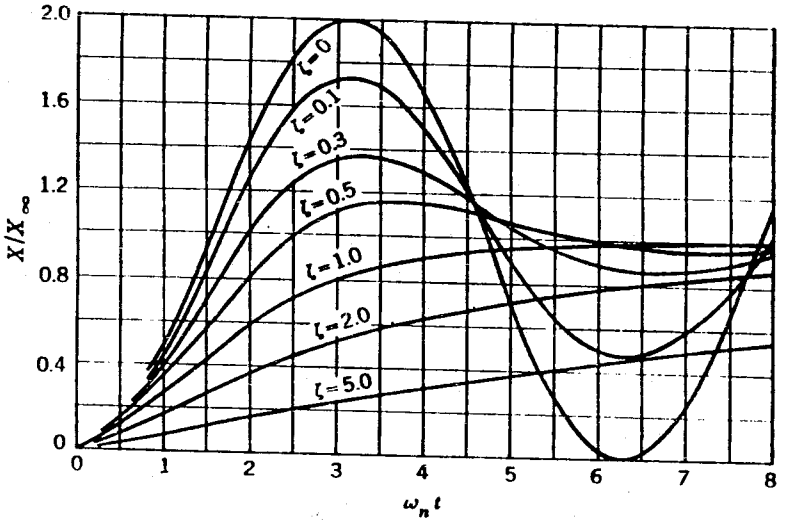


Fig. 9-11 Soluções normalizadas da equação diferencial linear de segunda ordem, para condições iniciais de repouso

Motor N.º 1	*Motor N.º 2*
1 HP, 500 rpm, 240 volts	100 HP, 1750 rpm, 240 volts
$R_a = 7{,}56$ ohms	$R_a = 0{,}0144$ ohm
$L_a = 0{,}055$ henry	$L_a = 0{,}011$ henry
$K_m = 4{,}23$ V. s/rad	$K_m = 1{,}27$ V. s/rad
$J = 0{,}068$ kg. m^2	$J = 1{,}82$ kg. m^2

Suponha-se que a resistência e a indutância da fonte são respectivamente iguais à resistência e à indutância do motor, e que a inércia da carga é igual à inércia do motor. Também suponha-se que a característica conjugado-velocidade da carga é uma linha reta passando pela origem e pelo ponto de carga nominal. Desprezar as perdas rotacionais nos motores.

Determinar a freqüência natural não-amortecida ω_n e o amortecimento relativo ζ para cada motor. Discutir o efeito das aproximações.

Solução

Converta as especificacões e inércia do motor a unidades mks.

Motor N.º 1	*Motor N.º 2*
1 HP = 746 watts	100 HP = 74 600 watts
500 rpm = 52,3 rad/s	1750 rpm = 183 rad/s
Conjugado nominal $T = \frac{735}{52,3} = 14,1$ N.m	$T = \frac{73\,500}{183} = 402$
$B = T/\omega = 0,269$	$B = 2,19$
$J = 2(0,068) = 0,136\ kg \cdot m^2$	$J = 2(1,82) = 3,64$
$B/J = 2,0$	$B/J = 0,61$
$\tau_a = \frac{0,110}{15,1} = 0,0073$	$\tau_a = \frac{0,0022}{0,0288} = 0,0765$
$1/\tau_a = 137$	$1/\tau_a = 13,1$
$\tau_m = \frac{(0,136)(15,1)}{(4,23)^2} = 0,115$	$\tau_m = \frac{(3,64)(0,0288)}{(1,27)^2} = 0,065$
$1/\tau_m = 8,7$	$1/\tau_m = 15,4$

Com os parâmetros que foram adotados para a fonte e a carga, o efeito do amortecimento da carga B/J é pequeno, especialmente no motor maior. Das Eqs. 9-40 a 9-42, os resultados são:

Motor N.º 1	*Motor N.º 2*
$\omega_n = \sqrt{(137)(8,7)} = 34,5$	$\omega_n = \sqrt{(13,1)(15,4)} = 14,2$
$\zeta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{0,115}{0,0073}} = 1,98$	$\zeta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{0,065}{0,0765}} = 0,46$

Das curvas da Fig. 9-11, a resposta transitória do motor de 100 cv a um degrau na tensão da fonte é uma senóide amortecida, com um "overshoot" de cerca de 1,2 em $\omega_n t = 3,5$, ou $t = 3,5/14,2 = 0,25$ s. A resposta do motor de 1 cv é superamortecida. Seu transitório é 0,8 do valor final em $\omega_n t = 6,5$, ou $t = 6,5/34,5 = 0,19$ s. Se a constante de tempo do circuito de armadura é desprezada, a expressão para sua resposta se reduz a

$$\frac{\Delta\omega_m(t)}{\Delta\omega_m(\infty)} = 1 - \varepsilon^{-t/\tau_m}$$

A expressão aproximada dá um valor de 0,8 quando $\varepsilon^{-t/\tau_m} = 0,2$, ou $t/\tau_m = 1,61$, $t = (1,61)(0,115) = 0,185$ s. Este valor aproximado é substancialmente o mesmo valor de 0,19 s obtido das curvas. A constante de tempo do circuito de armadura, então, tem efeito muito pequeno sobre o comportamento transitório do motor de 1 cv, mas um efeito significante sobre o motor de 100 cv.

Em geral, a indutância do circuito de armadura pode ser desprezada para taxas de amortecimento ζ maiores do que cerca de 1,5, correspondendo a valores de τ_a/τ_m menores do que cerca de 1/9. O amortecimento crítico corresponde ao valor $\tau_a/\tau_m = 1/4$. Como uma tendência geral, para o motor isolado, τ_a aumenta com o aumento do tamanho, e τ_m decresce levemente. Grandes motores a baixa velocidade, acima de 10 cv a velocidades de 1150 rpm e abaixo, são subamortecidos. Naturalmente, a impedância da fonte afeta τ_a, e a inércia da carga afeta τ_m. O amortecimento B/J é usualmente desprezível.

9-4
UM REGULADOR ELEMENTAR DE VELOCIDADE DE MOTORES

Quando é importante obter alta precisão e independência dos efeitos das perturbações externas, precisa ser empregado um sistema de controle com realimentação. A teoria de controle com realimentação tem sido desenvolvida com alto grau de precisão, e numerosos livros texto e artigos técnicos são disponíveis, cobrindo o amplo assunto.[1] Nós supomos que o leitor está familiarizado com os conceitos básicos. Um exemplo de um sistema de controle de velocidade será discutido neste item.

O diagrama esquemático de um sistema de controle de velocidade usando um motor de c.c. com excitação independente é mostrado na Fig. 9-12*a*. A velocidade do motor é medida por meio de um gerador tacométrico de c.c., e sua tensão e_t é comparada com uma tensão de referência E_R. A tensão de erro ε é amplificada, e controla a tensão de saída do equipamento de conversão de potência, de modo a manter

[1] Por exemplo, veja H. Chestnut e R. W. Mayer, "Servomechanisms and Regulating System Design", John Wiley & Sons, New York, vol. I, 2.ª ed., 1959, vol. II, 1955; G. C. Newton, Jr., L. A. Gould, e J. F. Kaiser, "Analytical Design of Linear Feedback Controls", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1957; G. J. Thaler e R. G. Brown, "Analysis and Design of Feedback Control Systems", McGraw-Hill Book Company, New York, 2.ª ed., 1961; R. N. Clark, "Introduction to Automatic Control Systems", John Wiley & Sons, New York, 1962; J. J. D'Azzo e C. H. Houpis, "Feedback Control System Analysis and Synthesis", McGraw-Hill Book Company, New York, 2.ª ed., 1966; A. E. Fitzgerald, D. E. Higginbotham, e A. Grabel, "Basic Electrical Engineering", McGraw-Hill Book Company, New York, 3.ª ed., 1967, cap. 17.

a velocidade substancialmente constante, no valor determinado pela tensão de referência. Usualmente, uma realimentação limitadora de corrente é adicionada ao controlador, para proteger o equipamento contra sobrecargas quando o motor é chamado a responder a grandes variações na tensão de referência ou no conjugado de carga. Uma realimentação limitadora de corrente é indicada esquematicamente pela linha tracejada na Fig. 9-12*a*.

Os detalhes do amplificador do erro A e do equipamento de conversão de potência dependem do tipo de sistema. Por exemplo, P pode ser um retificador controlado de estado sólido, um dos tipos descritos no Cap. 8, e A pode ser um circuito de deslocamento de fase para controle do ângulo de disparo dos retificadores. Ou P pode ser um conjunto motor-gerador, sendo A um amplificador controlando a corrente de campo do gerador de c.c. como no sistema Ward-Leonard descrito no Cap. 5. Nós suporemos que a combinação de A e P é equivalente a uma fonte de tensão controlada linear $v_F = K_A\varepsilon$, com atraso no tempo desprezível, e ganho K_A. (Com retificadores de estado sólido,

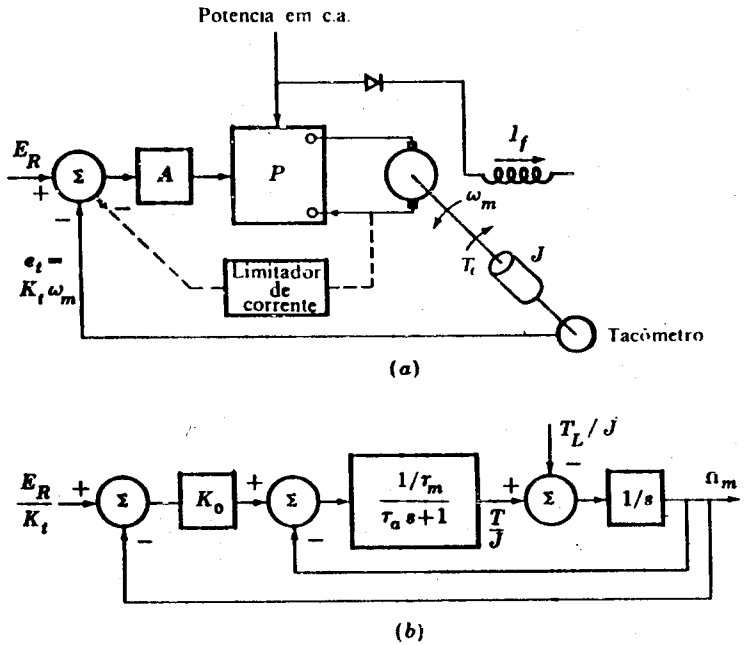


Fig. 9-12. Sistema de controle de velocidade com realimentação. (*a*) Diagrama esquemático e (*b*) diagrama de blocos.

os atrasos no tempo são cerca de 1/2 ciclo da alimentação em c.a. e serão desprezados. Entretanto, com o sistema Ward-Leonard, o atraso no tempo no campo do gerador de c.c. pode ser significativo.) Nós suporemos que o conjugado de carga T_C é independente da velocidade, isto é, o amortecimento B/J é nulo.

O diagrama de blocos é mostrado na Fig. 9-12*b*, onde E_R/K_t é a velocidade de regime permanente em vazio, K_t é a constante velocidade-tensão do tacômetro, e

$$K_0 = \frac{K_t K_A}{K_m} \tag{9-44a}$$

Este diagrama de blocos é determinado acrescentando a realimentação do tacômetro ao diagrama de blocos do motor, Fig. 9-9*b*. A resposta a variações na tensão de referência E_R e no conjugado de carga T_C será investigada agora.

Com $T_C = 0$, do diagrama de blocos obtemos a função de transferência

$$\frac{\Omega_m}{E_R} = \frac{K_0}{K_t} \frac{1}{\tau_m s(\tau_a s + 1) + 1 + K_0} \tag{9-45}$$

Similarmente, com $E_R = 0$

$$\frac{\Omega_m}{T_C} = -\frac{R_a}{K_m^2} \frac{\tau_a s + 1}{\tau_m s(\tau_a s + 1) + 1 + K_0} \tag{9-46}$$

As freqüências naturais s_1, s_2, do sistema de malha fechada são dadas pelos polos da função de transferência. A freqüência natural não-amortecida ω_n é

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1 + K_0}{\tau_a \tau_m}} \tag{9-47}$$

e o índice de amortecimento α é

$$\alpha = \frac{1}{2\tau_a} \tag{9-48}$$

A razão de amortecimento ζ é

$$\zeta = \frac{\alpha}{\omega_n} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\tau_m}{\tau_a}\frac{1}{1 + K_0}} \tag{9-49}$$

As freqüências naturais s_1, s_2, são então dadas pela Eq. 9-39. Se a indutância do circuito de armadura é desprezada, a resposta se reduz

a uma única freqüência natural $s_1 = -(1 + K_0)/\tau_m$, descrevendo um único termo exponencial com uma constante de tempo $\tau'_m = \tau_m/1 + K_0$).

Um exame das equações acima mostra vários fatos importantes referentes ao comportamento transitório do sistema e ao projeto para desempenho satisfatório. Para um degrau de entrada ΔE_R, a resposta final de regime permanente $\Delta\omega_m(\infty)$ é, da Eq. 9-45 com $s = 0$,

$$\frac{\Delta\omega_m(\infty)}{\Delta E_R} = \frac{1}{K_t}\frac{K_0}{1 + K_0} \tag{9-50}$$

Para condições iniciais de repouso, a resposta a um degrau de entrada é mostrada em forma normalizada pelas curvas da Fig. 9-11. Para um degrau de entrada ΔT_C de conjugado de carga, da Eq. 9-46,

$$\frac{\Delta\omega_m(\infty)}{\Delta T_C} = -\frac{R_a}{K_m^2}\frac{1}{1 + K_0} \tag{9-51}$$

Para desempenho ótimo, o sistema deverá ser insensível a perturbações no conjugado de carga. Esta exigência significa que R_a deverá ser tão pequeno quanto possível, e K_m tão grande quanto possível; i.e., o motor deve ser operado ao máximo fluxo permissível. Também, K_0 deve ser tão grande quanto possível. Lembrar que K_0 é proporcional ao ganho do amplificador. Aumentando-se o ganho do amplificador, portanto, o sistema torna-se menos sensível a perturbações na carga.

Entretanto, o aumento do ganho do amplificador tem efeitos indesejáveis sobre o comportamento dinâmico. Das Eqs. 9-47 e 9-49, o aumento do ganho do amplificador aumenta a freqüência natural ω_n e diminui a taxa de amortecimento ζ; isto é, o sistema oscila rapidamente e com amplos extremos. A estabilidade relativa é pequena. Os componentes podem desgastar-se rapidamente. Em sistemas mais complicados, com três ou mais atrasos no tempo, um ganho excessivo pode levar à instabilidade absoluta, i.e., a oscilações exponencialmente crescentes. Na prática, tem sido observado que os ganhos de amplificador que resultam em taxas de amortecimento na faixa entre 0,4 e 0,7, usualmente dão resultados satisfatórios. Se apenas agindo sobre a amplificação, não se consegue um sistema satisfatório, várias formas de compensação podem ser adicionadas. As técnicas de compensação pelo uso de redes corretivas são discutidas em textos dedicados à teoria de realimentação.

EXEMPLO 9-3

Um motor de c.c. de 5 cv, 240 volts, 1750 rpm, é usado no sistema de controle de velocidade mostrado na Fig. 9-12*a*. A armadura

é alimentada por um retificador controlado de estado sólido. A resistência e a indutância do circuito de armadura, incluindo o retificador, são

$$R_a = 1{,}20 \text{ ohm} \qquad L_a = 0{,}010 \text{ henry}$$

O campo do motor é alimentado com corrente de campo constante fornecida por um retificador separado. A constante velocidade-tensão do motor é

$$K_m = 1{,}21 \text{ V.s/rad}$$

A inércia motor + carga é

$$J = 0{,}068 + 0{,}140 = 0{,}208 \text{ kg.m}^2$$

A constante velocidade-tensão do tacômetro é

$$K_t = 0{,}1 \text{ V/rpm} \qquad \text{ou} \qquad 0{,}96 \text{ V.s/rad}$$

O ganho de tensão do amplificador detetor de erro e retificador é

$$K_A = 10 \text{ volts/volt}$$

A tensão de referência E_R é ajustada para uma velocidade em vazio de 1800 rpm.

a. Determinar E_R.
b. Calcular a queda de velocidade em regime permanente, resultante de um conjugado aplicado de 20 N.m (aproximadamente carga nominal).
c. Calcular ω_n, α, e ζ. Comentar o desempenho do sistema.

Solução

Os cálculos serão executados em unidades mks. As perdas rotacionais em vazio serão desprezadas.

a. 1800 rpm = 188 rad/s.

Fcm do motor $E_a = K_m\omega_m = (1{,}21)(188) = 228$ volts
Entrada ao amplificador $= E_a/K_A = 22{,}8$ volts
Tensão de referência $E_R = 228 + 22{,}8 = 250{,}8$ volts

b. Da Eq. 9-44*a*,

$$K_0 = \frac{(0{,}96)(10)}{1{,}21} = 7{,}9$$

e da Eq. 9-51,

$$\frac{\Delta\omega_m(\infty)}{\Delta T_C} = -\frac{1{,}20}{(1{,}21)^2}\,\frac{1}{8{,}9} = -0{,}092$$

Queda de velocidade = (20)(0,092) = 1,84 rad/s

= menos do que 1,0 por cento da velocidade em vazio

c. As constantes de tempo são

$$\tau_a = \frac{0{,}010}{1{,}20} = 0{,}00833 \text{ s}$$

$$\frac{R_a}{K_m^2} = \frac{1{,}20}{(1{,}21)^2} = 0{,}82 \qquad \tau_m = (0{,}208)(0{,}82) = 0{,}171 \text{ s}$$

Das Eqs. 9-47, 9-48, e 9-49,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{8{,}9}{(0{,}0083)(0{,}171)}} = 79 \text{ rad/s}$$

$$\alpha = \frac{1}{(2)(0{,}00833)} = 60 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = \frac{60}{79} = 0{,}76$$

A regulação da velocidade em regime permanente e o amortecimento estão dentro de limites satisfatórios para a maioria das aplicações industriais.

Muitas aplicações industriais de acionadores de velocidade ajustável requerem o controle coordenado de vários motores, montados em série para processamento de tiras contínuas de material através de uma sucessão de cilindros. Acionadores para máquinas de fazer papel e alguns laminadores são alguns exemplos. Estes sistemas requerem uma coordenação cuidadosa dos controles dos motores para evitar uma desastrosa perda de sincronismo entre os motores do sistema.[1]

A análise de transitórios de sistemas dinâmicos, em termos da resposta no tempo a perturbações, mostra o que pode acontecer a um sistema quando ele é sujeito a perturbações tais como variações em degrau nas entradas. Entretanto, a análise de transitórios torna-se de difícil manipulação quando o sistema contém mais do que dois elementos de armazenagem de energia. A análise dinâmica por métodos

[1] W. K. Boice, Controlling Speed in Multidrive Systems, *Machine Design*, 42(2): 130-134 (1970).

de resposta em freqüência é um importante complemento à análise de transitórios, e é tratada de forma completa em livros de teoria da realimentação. Um breve resumo é dado aqui.

Qualquer sistema em malha fechado pode ser representado pelo diagrama de blocos da Fig. 9-13, no qual $G(s)$ é a função de transferência que relaciona a amplitude complexa da saída C à amplitude complexa do sinal de erro ε, e $H(s)$ é a função de transferência do elo de realimentação. Para excitação senoidal em regime permanente, $s = j\omega$, estas funções tornam-se funções fasoriais da freqüência ω. A função de transferência

$$\frac{C}{R}(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)H(j\omega)} = |A(j\omega)|\,\angle\,\theta(j\omega) \qquad (9\text{-}52)$$

é uma função fasorial da freqüência, tendo uma amplitude $|A|$ e ângulo θ. Os valores de $|A|$ e θ podem ser traçados como funções da freqüência ω. Picos altos na curva de resposta em amplitude evidentemente correspondem a oscilações indesejáveis na resposta transitória. Por outro lado, uma rápida queda da curva de resposta em amplitude, quando a freqüência aumenta, corresponde a resposta transitória lenta. Os gráficos usualmente são feitos como diagramas de Nyquist ou Bode da função de transferência em malha aberta $G(j\omega)H(j\omega)$, como descrito nos livros de teoria da realimentação. Podem ser adicionadas redes de compensação para melhorar o desempenho do sistema.

Em qualquer sistema envolvendo realimentação da saída à entrada, há sempre a possibilidade de operação auto-excitada, i.e., o sistema pode manter-se oscilando mesmo sem entrada. No sistema da Fig. 9-13, pode haver um número suficiente de elementos de armazenagem de energia, aos quais são associados atrasos no tempo e deslocamentos de fase entre saída e entrada, resultando em que a saída C estará 180° fora de fase com o erro ε em alguma freqüência finita. Em outras palavras, a função de transferência $G(j\omega)H(j\omega)$ será um número real negativo a esta freqüência. Se este número é a unidade, pode ocorrer a auto-excitação; i.e., mesmo com $R = 0$, a realimentacão da saída

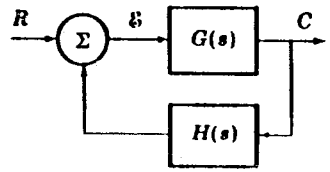


Fig. 9-13 Diagrama de blocos generalizado de um sistema com realimentação.

na malha fechada supre a entrada apropriada, e o sistema oscila na freqüência correspondente ao deslocamento de fase de 180°. Se aquele número é maior do que a unidade, podem se dar oscilações com uma amplitude que aumenta até que seja limitada pelas não-linearidades no sistema. Nesse caso, precisam ser acrescentados circuitos de compensação. O sistema não será submetido a oscilações permanentes se o módulo da função de transferência for menor do que a unidade na freqüência que produz um deslocamento de fase de 180°.

Deve ser notado que estas condições fornecem um critério para estabilidade absoluta. O sistema normal de malha fechada opera dentro destes limites.

9-5 METADÍNAMOS E AMPLIDÍNAMOS

Até aqui, nós consideramos máquinas de c.c. com escovas colocadas somente no eixo em quadratura. O objetivo deste item é examinar os efeitos de escovas adicionais colocadas no eixo direto. Por estes meios, a fmm de armadura pode ser usada para fornecer a maior parte da excitação, e podem ser conseguidos ganho em nível de alta potência. Máquinas com mais de dois conjuntos de escovas por par de polos são chamadas *metadínamos*. Este item se refere a geradores metadínamos, com ênfase na forma mais comumente usada, o amplidínamo.[1]

a. Geradores Metadínamos Básicos

Uma modificação da máquina de c.c. básica é mostrada na Fig. 9-14. O estator tem um enrolamento de campo de controle f no eixo direto. As escovas qq' são colocadas no comutador de modo que a comutação ocorre ao longo do eixo em quadratura, como no gerador de c.c. normal. Com o gerador acionado a velocidade constante ω_{m0} e desprezando a saturação magnética, a tensão e_{aq} gerada na armadura entre as escovas do eixo em quadratura é

$$e_{aq} = K_{qf} i_f \tag{9-53}$$

onde K_{qf} é uma constante e i_f é a corrente de campo.

[1] Para uma discussão da teoria a regime permanente e descrições de diversas aplicações, veja J. M. Pestarini, "Metadyne Statics", Technology Press e John Wiley & Sons, Inc., New York, 1952. Para discussões da teoria de transitórios, veja M. Riaz, Transient Analysis of the Metadyne Generator, *Trans. AIEE*, 72 (III) : 52-62 (1953); K. A. Fegley, Metadyne Transients, *Trans. AIEE*, 74 (III) : 1179-1188 (1955).

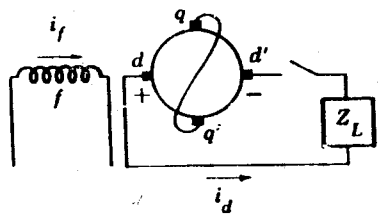


Fig. 9-14 Metadínamo básico

Agora, vamos reduzir a corrente de campo a um pequeno valor e vamos curto-circuitar as escovas do eixo em quadratura, como mostrado na Fig. 9-14. Como a impedância da armadura curto-circuitada é pequena, uma pequena corrente de campo de controle produzirá uma corrente de armadura no eixo em quadratura relativamente muito maior, e uma onda de indução magnética correspondente centrada no eixo em quadratura. Pela ação do comutador, este campo magnético é estacionário no espaço. Seu efeito é semelhante ao de um enrolamento fictício no estator, no eixo em quadratura.

Se escovas dd' são agora colocadas no comutador no eixo direto, como mostrado na Fig. 9-14, a fem e_{ad}, gerada na armadura por sua rotação no fluxo no eixo em quadratura, aparecerá estas escovas. Mantendo a hipótese de velocidade constante e saturação desprezível,

$$e_{ad} = K_{dq} i_q \tag{9-54}$$

onde i_q é a corrente de armadura no eixo em quadratura e K_{dq} é uma constante.

Agora, suponhamos uma carga Z_C ligada às escovas de eixo direto. A corrente de armadura no eixo direto i_d produz uma fmm que *se opõe* à fmm do campo de controle. Cada estágio de geração de tensão resulta em uma corrente cujo campo magnético está espacialmente 90° à frente da onda de fluxo que produz a tensão. Com dois estágios de geração de tensão, a fmm da corrente de saída do eixo direto é deslocada em 90° duas vezes, e portanto se opõe à excitação de campo original. A fem gerada no eixo em quadratura agora é

$$e_{aq} = K_{qf} i_f - K_{qd} i_d \tag{9-55}$$

onde K_{qd} é uma constante, nas condições de velocidade constante e saturação desprezível.

O gerador metadínamo da Fig. 9-14, portanto, é um amplificador de potência de dois estágios, com forte realimentação negativa de corrente do estágio de saída final para a entrada. Para um valor fixo de

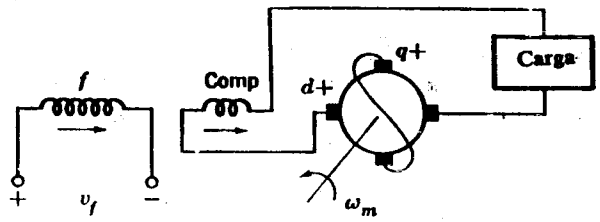


Fig. 9-15. Amplidinamo básico.

corrente de campo, ele mantem a corrente de saída i_d muito aproximadamente constante por uma ampla faixa de impedâncias de carga. Sua amplificação de potência, entretanto, é reduzida pelo efeito da realimentação negativa.

b. Amplidínamos

A versão mais comum do metadínamo é o *amplidínamo*. Ele consiste do gerador metadínamo básico mais um enrolamento aditivo no eixo direto, ligado em série com a corrente de carga de eixo direto, como mostrado pelo enrolamento rotulado *Comp* no diagrama esquemático da Fig. 9-15. Este enrolamento, chamado um *enrolamento de compensação*, é projetado muito cuidadosamente para fornecer um fluxo tão proximamente quanto possível igual e oposto ao fluxo produzido pela corrente de armadura de eixo direto. O efeito de realimentação negativa da corrente de carga é portanto cancelado, e o enrolamento do campo de controle tem controle quase completo sobre o fluxo de eixo direto. Muito pouca potência de entrada é necessária no campo de controle para produzir uma corrente alta no eixo em quadratura curto-circuitado da armadura. A corrente do eixo em quadratura então produz o campo magnético principal. A potência necessária para sustentar a corrente do eixo em quadratura e a carga é suprida mecanicamente pelo motor que aciona o amplidinamo. Uma amplificação de potência da ordem de 20000:1 pode facilmente ser obtida. Esta amplificação de potência deve ser comparada com a faixa de valores de cerca de 20:1 a 100:1 para geradores convencionais.

Admitindo uma compensação perfeita, a saturação desprezível, e a velocidade constante, a função de transferência que relaciona a fem gerada no eixo direto E_{ad} à tensão aplicada ao campo de controle V_f é

$$\frac{E_{ad}}{V_f} = \frac{K_{qf}/R_f}{\tau_f s + 1} \frac{K_{dq}/R_{aq}}{\tau_{aq} s + 1} \tag{9-56}$$

onde R_f e τ_f são a resistência e a constante de tempo do campo de controle e R_{aq} e τ_{aq} são a resistência e a constante de tempo do circuito de armadura no eixo em quadratura. A resistência do circuito de armadura no eixo direto é considerada concentrada com a carga. A indutância de eixo direto da armadura é desprezada porque o enrolamento de compensação praticamente elimina o fluxo produzido pela corrente de eixo direto da armadura. O principal atraso no tempo é o produzido pela constante de tempo do eixo em quadratura τ_{aq} e está na faixa de 0,02 a 0,25 s.

Vários enrolamentos auxiliares ou campos de controle podem ser adicionados a qualquer eixo de um amplidinamo para melhorar as características de desempenho. Por exemplo, um campo série cumulativo pode ser enrolado no eixo em quadratura e ligado em série com a corrente deste eixo. Este campo diminui a corrente do eixo em quadratura para uma tensão de saída especificada no eixo direto. Desse modo, é melhorada a comutação no eixo em quadratura.

Os amplidínamos são usados para prover a amplificação de potência em uma variedade de sistemas de controle a realimentação, que exigem saída de potência controlada na faixa de cerca de 1 a 50 kW. Por exemplo, eles são usados como unidade de regulação de tensão nos sistemas de excitação de grandes geradores de c.a. para aplicar uma tensão de oposição ou reforço, em série com o enrolamento de campo da excitatriz principal.[1] Ou a excitatriz pode ser um amplidínamo quando a potência de excitação está dentro da faixa em que os amplidínamos são competitivos com outros tipos de sistemas de excitação. Um amplidínamo pode ser usado como o gerador em um sistema Ward-Leonard de controle de velocidade ou de posição, se a potência do motor regulado não excede uns poucos kilowatts. Os servomecanismos para controle de posição são tratados em livros de teoria da realimentação.

9-6
EFEITOS DE SATURAÇÃO. GERADORES AUTO-EXCITADOS

No Item 9-3*a*, a resposta transitória de um gerador de c.c. foi estudada na aproximação linear, com a saturação magnética desprezada. Freqüentemente, o trecho mais crítico da resposta transitória ocorre principalmente na região linear, ou então a resposta a pequenas perturba-

[1] H. C. Barnes, J. A. Oliver, A. S. Rubenstein, e M. Temoshok, Alternator-Rectifier Exciter for Cardinal Plant 724-MVA Generator, *IEEE Trans., Power Apparatus and Systems*, vol. PAS 87, n.º 4, pp. 1189-1198, Abril, 1968.

ções pode ser tratada de forma incremental e linear. Entretanto, para estudos mais amplos, as investigações de transitórios podem exigir a análise não-linear, que leve em conta a saturação. Por exemplo, a resposta de uma excitatriz levada à saturação pela demanda do sistema de regulação de tensão durante perturbações maiores no sistema, ou a análise de geradores derivação, requer certamente que a saturação seja levada em conta.

O objetivo deste artigo é mostrar como a saturação magnética pode ser incluída por uma modificação do diagrama de blocos da Fig. 9-3*a*, de um modo que pode ser adaptado à solução por computador. Examinaremos também o crescimento de tensão de um gerador derivação, como um exemplo de problema não-linear que pode ser analisado por meio de gráficos relativamente simples.

a. O diagrama de Blocos com Saturação

Considere-se um gerador de c.c. acionado a velocidade constante ω_{m0} com uma tensão v_f aplicada aos seus terminais de campo. Com saturação incluída, a relação entre a tensão gerada e_{a0} e a corrente de campo i_f é a característica de magnetização. Além disso, a indutância do enrolamento de campo não é mais constante. É mais conveniente expressar, então, a tensão induzida no enrolamento de campo em termos dos fluxos concatenados com o campo; assim,

$$v_f - R_f i_f = N_f p\Phi_f \tag{9-57}$$

onde R_f é a resistência do circuito de campo, i_f é a corrente de campo, Φ_f é o fluxo de campo por polo, N_f é o número total de espiras no enrolamento de campo (todos os polos ligados em série), e p é o operador derivada d/dt.

O fluxo do campo Φ_f é um pouco maior do que o fluxo de entreferro de eixo direto Φ_d devido ao fluxo de dispersão do campo. O aumento pode ser levado em conta, aproximadamente, pelo uso de um *coeficiente de dispersão* σ, usualmente em torno de 1,15, que podemos supor constante. Assim

$$\Phi_f = \sigma\Phi_d \tag{9-58}$$

O fluxo de entreferro Φ_d é relacionado à tensão gerada e_{a0} pela Eq. 9-2; assim

$$\Phi_d = \frac{e_{a0}}{K_a\omega_{m0}} \tag{9-59}$$

Substituindo a Eq. 9-59 na Eq. 9-58, diferenciando e substituindo o resultado na Eq. 9-57, obtemos

$$\frac{N_f\sigma}{K_a\omega_{m0}} pe_{a0} = v_f - R_f i_f \tag{9-60}$$

O coeficiente do primeiro membro da Eq. 9-60 pode agora ser expresso em termos de constantes reconhecíveis e facilmente determináveis, se o numerador e o denominador são multiplicados por $N_f\mathscr{P}_{etf}$, onde $\mathscr{P}_{etf}$ é a permeância do entreferro; assim

$$\frac{N_f\sigma}{K_a\omega_{m0}} = \frac{N_f^2\mathscr{P}_{etf}}{K_a\omega_{m0}\mathscr{P}_{etf}N_f} \tag{9-61}$$

Agora, $N_f^2\sigma\mathscr{P}_{etf}$ é o valor não-saturado da indutância de campo L_{ff}, e $K_a\omega_{m0}\mathscr{P}_{etf}N_f$ é a inclinação K_g da linha de entreferro em volts gerados por ampère de campo. Estas quantidades são *constantes*. Elas podem facilmente ser determinadas por ensaios realizados sob condições de saturação desprezível. Substituindo destas constantes na Eq. 9-60 resulta em

$$\frac{L_{ff}}{K_g} pe_{a0} = v_f - R_f i_f \tag{9-62}$$

ou, após divisão por R_f

$$pe_{a0} = \frac{K_g}{\tau_f}\left(\frac{v_f}{R_f} - i_f\right) \tag{9-63}$$

onde $\tau_f = L_{ff}/R_f$ é o valor não-saturado da constante de tempo do circuito de campo.

O diagrama de blocos representando a Eq. 9-63 é mostrado na Fig. 9-16. É uma modificação relativamente simples do diagrama de blocos linearizado da Fig. 9-3*a*. A saturação é levada em conta realimentando a saída e_{a0} através da característica de magnetização, para obter i_f. Esta operação pode ser efetuada em um computador. Baseado

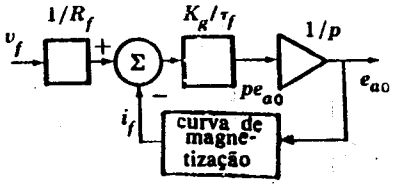


Fig. 9-16. Diagrama de blocos com saturação incluída

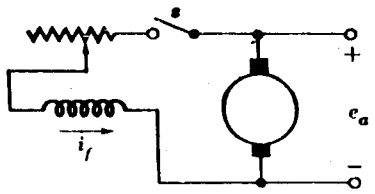


Fig. 9-17 Gerador derivação

na Eq. 9-63, um computador pode ser programado para resolver problemas relativamente complexos de sistemas envolvendo máquinas de c.c. saturadas como componentes do sistema.

b. Estabelecimento de Tensão em Geradores Derivação

O estabelecimento da tensão de um gerador auto-excitado derivação, descrito qualitativamente no Item 5-6*b*, é obviamente um processo dependente da saturação. Um gerador derivação acionado com a velocidade constante é mostrado na Fig. 9-17, e sua característica de magnetização na Fig. 9-18. Consideramos um pequeno fluxo residual, correspondendo a uma pequena tensão gerada sob excitação nula. A linha reta *Oa* na Fig. 9-18, chamada a *linha de resistência de campo*, é uma representação gráfica da relação

$$v_f = R_f i_f \tag{9-64}$$

onde v_f, i_f, e R_f, são a tensão, corrente e resistência do circuito de campo. A inclinação da linha *Oa* é ajustável por meio do reostato do campo. Na Fig. 9-18, a inclinação de *Oa* é menor do que a linha de

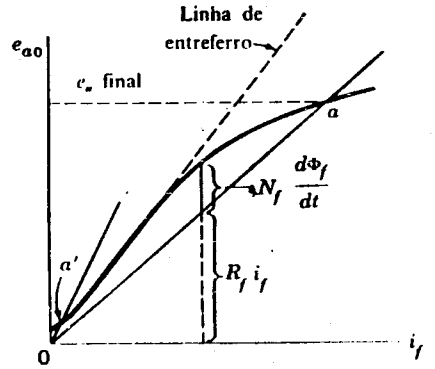


Fig. 9-18. Característica de magnetização.

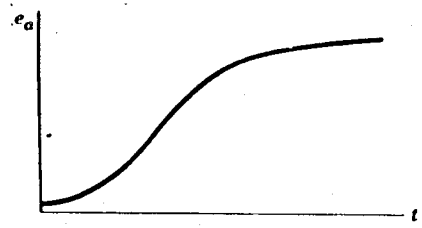


Fig. 9-19 Estabelecimento de tensão em um gerador derivação

entreferro, e o ponto *a* é a interseção da linha de resistência de campo com a característica de magnetização.

Agora, considere-se a chave de campo *S* fechada em $t = 0$. A pequena tensão gerada na armadura pelo fluxo residual é então aplicada ao circuito de campo derivação, e a corrente de campo derivação começa a crescer. Se as ligações do campo derivação aos terminais de armadura são tais que a corrente de campo resultante aumenta o fluxo, resulta realimentação positiva e a tensão continua a crescer até que é finalmente limitada pela saturação magnética, no ponto *a*, onde a tensão gerada fornece corrente de campo justamente a suficiente para se manter. Esta afirmação ignora a queda de tensão extremamente pequena da corrente de campo derivação na resistência do circuito de armadura. O ponto de funcionamento normal de um gerador derivação está bem alto na característica de magnetização.

A Fig. 9-19 mostra uma curva da tensão terminal de armadura em função do tempo, em seguida ao fechamento da chave do campo. Esta curva pode ser calculada por um método gráfico. Como a fem gerada e_a é aplicada ao circuito de campo, a equação de tensões para o circuito de campo é

$$N_f \frac{d\Phi_f}{dt} = e_a - R_f i_f \tag{9-65}$$

onde Φ_f é o fluxo do campo por polo e N_f é o número de espiras no enrolamento de campo. Assim, a taxa de variação do fluxo de campo, e conseqüentemente da tensão gerada, é proporcional à diferença vertical entre a característica de magnetização e a linha de resistência de campo.

A curva de e_a em função do tempo pode ser calculada por separação das variáveis e integração gráfica. Da Eq. 9-62 com e_{a0} substituída por v_f, e as variáveis separadas,

$$dt = \frac{L_{ff}}{K_\phi} \frac{de_{a0}}{e_{a0} - R_f i_f} \tag{9-66}$$

O tempo necessário para a tensão variar de um valor inicial e_r ao valor e_a é então

$$t = \frac{L_{ff}}{K_\phi} \int_{e_r}^{e_a} \frac{1}{e_{a0} - R_f i_f} de_{a0} \qquad (9\text{-}67)$$

Esta integral pode ser calculada graficamente calculando as áreas em um gráfico de $1/(e_{a0} - R_f i_f)$ em função de e_{a0}. A resposta é um tanto lenta porque somente diferenças de tensão relativamente pequenas agem para o crescimento do fluxo.

O processo gráfico pode ser aplicado a muitas equações de primeira ordem nas quais as variáveis podem ser separadas desta maneira. O Exemplo 10-5 mostra uma aplicação deste método ao transitório de partida de um motor de indução.

9-7 RESUMO

Nosso objetivo primário neste capítulo é construir e analisar modelos matemáticos da máquina de c.c. idealizada. A partir destes modelos queremos determinar o desempenho dinâmico não somente da máquina em si, como gerador ou motor, mas também de combinações de máquinas de c.c. e elementos de controle simples.

Para a máquina de c.c. básica, as equações dinâmicas são relativamente simples e são estabelecidas facilmente. Elas são dadas no Item 9-2. Conseqüentemente, este item é básico no capítulo. Os itens que seguem são dedicados a exemplos de aplicação das equações, aos desenvolvimento de técnicas para resolvê-las, e a ilustrar a adaptabilidade e versatilidade de máquinas de c.c. a dispositivos de controle.

Quando a máquina de c.c. compreende um único enrolamento de campo e um circuito de armadura, as equações básicas mostram que há três fontes de atrasos no tempo na resposta dinâmica da máquina. Um é criado pela indutância do campo, um pela indutância do circuito de armadura, e um pelo equipamento mecânico acoplado ao eixo da máquina, incluindo a inércia da própria armadura. A análise pode freqüentemente ser simplificada, entretanto, em virtude de uma ou mais constantes de tempo serem pequenas comparadas às outras. Tal simplificação é de valor especial quando se pretende analisar um sistema de máquina em vez de uma única máquina.

Como os problemas mais importantes e mais interessantes tratam de sistemas de máquinas, ilustramos o uso de várias técnicas para facilitar sua análise. Um sistema comum de máquinas para ampla faixa e controle preciso de velocidade, consta de um motor de c.c. cuja armadura é alimentada por um retificador a estado sólido, de tensão ajustável, ou por um gerador de c.c. (o chamado sistema Ward-Leonard). Entre as técnicas de análise, além da solução clássica de equações diferenciais, estão o uso de diagramas de blocos, funções de transferência, circuitos equivalentes, e métodos de resposta em freqüência. Estas técnicas, naturalmente, são amplamente aplicáveis a problemas de sistemas em geral.

Um resultado do uso destas técnicas é a visão da máquina como mais do que simplesmente um dispositivo de conversão de energia tipo força bruta. O gerador independentemente excitado, por exemplo, é visto como um amplificador de potência – existem ganho, uma ou mais constantes de tempo, e um aumento no nível de potência. O gerador derivação é semelhante a um oscilador a realimentação. De tais pontos de vista mais amplos, pode-se avaliar mais completamente as possibilidades de controle de máquinas de c.c. mais complexas. Os acréscimos à máquina básica podem incluir escovas no eixo direto assim como no eixo em quadratura (como no amplidinamo e metadinamo). Quando estas modificações são combinadas com a realimentação através de circuitos externos, as características do sistema podem satisfazer de perto as especificações de desempenho. Idealmente, os objetivos são aumentar a sensibilidade ou ganho, diminuir as constantes de tempo efetivas ou tempo de resposta, e diminuir a sensibilidade do sistema a perturbações externas não controláveis. Nem todos estes ideais são compatíveis. Por exemplo, a adição de realimentação negativa ao sistema tem o efeito útil de decrescer o tempo de resposta e tornar o sistema menos sensível aos efeitos das perturbações, mas o ganho é diminuído. Para obter a mesma potência de saída com a mesma potência de entrada de controle, a amplificação de potência precisa ser conseqüentemente aumentada. O custo do equipamento com a amplificação de potência aumentada precisa ser considerado em relação às melhoras no desempenho do sistema.

Ao longo de todas estas análises, então, deve sempre ser tido em mente que as máquinas precisam ter capacidade adequada de trabalhar com os surtos de tensão, corrente, e potência, demandados pelos sinais de controle. Em outras palavras, as características de fluxo de sinal da máquina ideal precisam ser coordenadas com as limitações impostas pelas propriedades dos materiais que constituem a máquina real, e o custo do equipamento para dar a amplificação de potência desejada.

PROBLEMAS

9-1. Um gerador de c.c. independentemente excitado, tem as seguintes constantes:

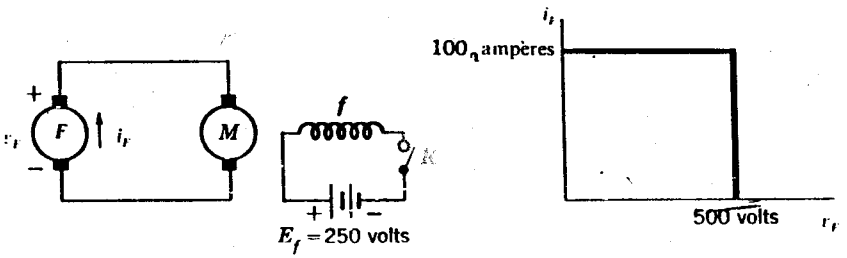
Resistência do enrolamento de campo $R_f = 100$ ohms
Indutância do enrolamento de campo $L_{ff} = 50$ henrys
Resistência da armadura $R_a = 0{,}05$ ohm
Indutância da armadura $L_a = 0{,}5$ mH
Constante de fem gerada $K_g = 100$ volts/ampères de campo a 1200 rpm.

O gerador é acionado a uma velocidade constante de 1200 rpm. Os circuitos de campo e armadura estão inicialmente abertos.

a. Em $t = 0$, uma fonte de tensão constante de 250 volts é repentinamente aplicada aos terminais do seu enrolamento de campo. Determinar a equação para a tensão terminal da armadura em função do tempo, e esboçar a curva.
b. Após as condições de regime permanente terem sido estabelecidas em (*a*), a armadura é repentinamente ligada a uma carga de resistência 1,20 ohms e indutância 1,5 mH em série. Determinar as equações para (1) a corrente da armadura e (2) a tensão terminal da armadura, como funções do tempo. Incluir o efeito da indutância e resistência da armadura. Esboçar as curvas.
c. Calcular o conjugado magnético em função do tempo.

9-2. Um motor de c.c. *M* tem a armadura permanentemente ligada a uma fonte *F* como mostrado na Fig. 9-20*a*. A característica tensão-corrente da fonte é mostrada na Fig. 9-20*b*. O campo *f* do motor é independentemente excitado por uma fonte de tensão E_f, como mostrado.

Resistência da armadura do motor $R_a = 0{,}5$ ohm
Indutância da armadura do motor desprezível



(*a*) (*b*)

Fig. 9-20. (*a*) Diagrama do circuito e (*b*) característica da fonte [illegible], Prob. 9-2.

Resistência do campo do motor $R_f = 50$ ohms
Indutância do campo do motor $L_{ff} = 50$ henrys
Conjugado do motor a 5 A de corrente de campo e 100 A de corrente de armadura = 200 N.m
Carga do motor = inércia pura. Momento de inércia total *J* da carga e armadura = 10 kg.m²
Desprezar efeitos de saturação magnética no motor.

A chave *K* do campo do motor é fechada em $t = 0$.
Deduzir uma expressão, com valores numéricos, para a velocidade em radianos por segundo em função do tempo em segundos. Esboçar esta curva aproximadamente em escala, indicando nela a velocidade final de regime permanente e a velocidade e tempo ao qual o ponto de quebra na característica da fonte é atingido. Calcular o tempo necessário para o motor atingir aproximadamente 96 por cento de sua velocidade final.

9-3. Um motor de c.c. separadamente excitado aciona uma carga de inércia pura. A inércia combinada do motor e carga é *J* kg.m². A resistência da armadura é R_a ohms. Desprezar a indutância da armadura. A constante de conjugado do motor é K_m newton . metros/ampères.
Com o motor inicialmente parado e o campo excitado em regime permanente, uma tensão constante V_t é repentinamente aplicada à armadura. Calcular o calor total dissipado na armadura do motor ao trazê-lo a sua velocidade final de regime permanente. Compare com a energia cinética armazenada nas massas girantes.

9-4. Um motor de c.c. derivação está acionando uma carga de inércia pura. A armadura e o campo são alimentados por uma fonte de tensão contínua constante. O motor está inicialmente funcionando em regime permanente. Desprezar todas as perdas rotacionais e a reação da armadura. Suponha-se que o fluxo é diretamente proporcional à corrente de campo e a indutância da armadura é desprezível.
O reostado de campo é repentinamente curto-circuitado. Desenvolver a equação diferencial para a velocidade do motor acompanhando esta perturbação, usando os símbolos ordinários para as várias quantidades, e indicando todas as condições iniciais. Não é necessário resolver a equação.

9-5. Em laminadores contínuos, as cadeiras, ou cilindros, através das quais a barra passa no processo de laminação, são arranjadas em tandem, com a maioria das cadeiras movidas por motores separados.

É comum usar motores de c.c. alimentados com potência de um ou mais geradores. As mudanças transitórias da velocidade do motor sob cargas aplicadas repentinamente, conforme a barra entra em uma cadeira após outra, pode afetar seriamente a qualidade do produto. Em particular, a *queda de velocidade por impacto*, que ocorre no máximo da oscilação transitória, é da maior importância.

Considere-se um único motor M suprido por um gerador G, cada um com excitação de campo independente e constante. A tensão interna E do gerador pode ser considerada constante, e as reações de armadura de ambas as máquinas podem ser consideradas desprezíveis. Com o motor girando sem carga externa aplicada e o sistema em regime permanente, uma barra entra na cadeira em $t = 0$, aumentando repentinamente o conjugado de carga de zero a T. Os seguintes valores numéricos se aplicam:

Tensão interna de G, $E = 387$ volts
Indutância de armadura do motor mais gerador, $L = 0{,}00768$ henry
Resistência de armadura do motor mais gerador, $R = 0{,}0353$ ohm
Momento de inércia da armadura do motor e cilindros acoplados, todos referidos à velocidade do motor, $J = 42{,}2$ kg.m^2
Constante de conversão eletromecânica para o motor, $K_m = 4{,}23$ N.m/A
Corrente de armadura em vazio, $i_0 = 35$ A
Conjugado aplicado repentinamente, $T = 2040$ N.m

Determinar as seguintes quantidades:

a. A freqüência angular não-amortecida das oscilações transitórias de velocidade.
b. A taxa de amortecimento do sistema.
c. A velocidade inicial, em rpm.
d. A aceleração inicial, em rpm por segundo.

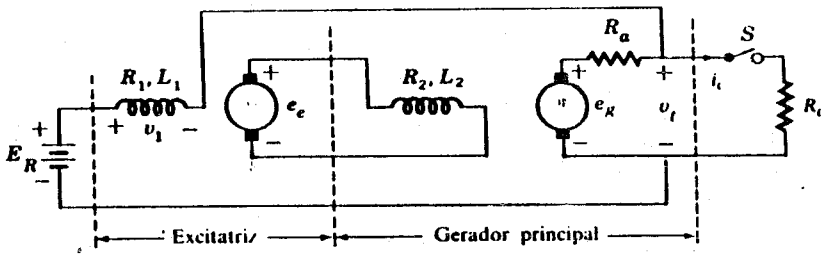


Fig. 9-21. Sistema de regulação de tensão, Prob. 9-6.

e. A queda final de velocidade, em rpm.
f. A queda de velocidade no impacto, em rpm.

9-6. A Fig. 9-21 mostra um gerador de c.c. cuja corrente de campo é fornecida por uma excitatriz. O gerador e a excitatriz são movidos a velocidade constante. As constantes de máquina são:

Excitatriz:
Indutância do campo $L_1 = 125$ henrys
Resistência do campo $R_1 = 250$ ohms
Tensão gerada = 1000 volts/ampères de campo
Resistência da armadura desprezível.

Gerador principal:
Indutância do campo $L_2 = 100$ henrys
Resistência do campo $R_2 = 100$ ohms
Tensão gerada = 250 volts/ampères de campo
Resistência da armadura $R_a = 1{,}0$ ohm
Indutância da armadura desprezível.

Desprezar o efeito da corrente de campo da excitatriz sobre a queda de tensão na armadura do gerador principal.

a. Com a chave S fechada, a tensão de referência E_R é ajustada até que $v_t = 250$ volts com $R_C = 10$ ohms. Calcular E_R.
b. Com o sistema no regime permanente como na parte *a*, a chave S é aberta em $t = 0$. Calcular $v_t(t)$.

9-7. Este problema se refere a um dos dois conjuntos motor-gerador do Francis Bitter National Magnet Laboratory. Cada conjunto consiste das seguintes máquinas, todas acopladas mecanicamente num único eixo:

Um motor síncrono, 6000 hp, 360 rpm
Um motor de indução de rotor enrolado, 600 hp, 18 polos
Um volante, 80 ton
Dois geradores de c.c., cada um com a seguinte capacidade:

contínua	250 volts, 10 000 A, 360 rpm
pulso de 5 s	200 volts, 40 000 A, 385/300 rpm

Os geradores de c.c. são usados para suprir corrente contínua a eletroímãs com núcleo de ar, refrigerados a água, para trabalho experi-

mental em campos magnéticos muito altos. Os geradores de c.c. podem ser ligados em paralelo para suprir 20 000 A a 250 volts continuamente, ou uma corrente máxima de 80 000 A a 200 volts por 5 s.

A potência trifásica é fornecida aos motores de acionamento a 4160 volts, 60 Hz. O motor de indução é usado para dar partida ao conjunto. A corrente de partida é mantida constante em 90 A por meio de um servossistema a amplidinamo, que ajusta resistores líquidos nos circuitos do rotor. Leva-se cerca de 15 min para alcançar 360 rpm. Para cargas contínuas, o motor síncrono é então sincronizado e o motor de indução é desligado. Para cargas pulsantes, o motor síncrono é desligado. o motor de indução move o conjunto a 385 rpm inicialmente, e a maior parte da energia é fornecida pelo volante. Os geradores de c.c. têm interpolos, enrolamentos compensadores nas faces polares, e campos série, para melhorar a comutação, a velocidade de resposta e a distribuição de carga.

O sistema de excitação consiste de um conjunto excitador motor-gerador compreendendo um motor de indução de 200 hp, movendo dois amplidinamos de resposta rápida, 75 kW, 250 volts, para excitação dos dois campos principais dos geradores de c.c. Os amplidinamos são controlados por amplificadores de realimentação, de modo a regular as saídas dos geradores principais.

Com os geradores principais movidos a 360 rpm e em vazio, a resposta do sistema de controle é como mostrado na Fig. 9-22, onde v_f é a tensão aplicada aos terminais de campo do gerador principal em por unidade. Aqui, 1,0 por unidade é a tensão de campo que resultará em 250 volts de fem gerada no gerador principal a 360 rpm, em vazio.

Dados estimados:

Momento de inércia $J = 4 \times 10^5$ kg.m^2.
Constante de tempo do campo do gerador principal $\tau_s = 1{,}3$ s
Resistência do circuito de armadura do gerador principal (incluindo todos os campos série) = 0,02 por unidade sobre as especificações contínuas.

Resultados desejados:

a. Estimar o tempo t_1, Fig. 9-22, para que a tensão de saída do gerador atinja 250 volts a 360 rpm, em vazio. Esboçar a curva.
b. Com os dois geradores em paralelo alimentando o eletroímã, estimar a velocidade ao final de um pulso de 5 s, 80 000 A. Esboçar a curva velocidade-tempo.
c. Com a carga de *b*, estimar a excitação de campo líquida em por unidade, requerida para manter 200 volts a 80 000 A de saída. Esboçar a curva.

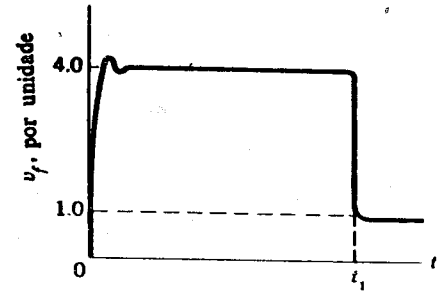


Fig. 9-22 Resposta do sistema de excitação. Prob. 9-7

9-8. O sistema de controle de velocidade descrito no Item 9-4 é usado com um motor excitado em separado, 10 HP, 1750 rpm, 240 volts.

Resistência do motor + fonte $R_a = 1{,}20$ ohms
Indutância do motor + fonte $L_a = 0{,}008$ henry
Inércia do motor + carga $J = 0{,}20$ kg.m^2
Constante velocidade-tensão do motor $K_m = 1{,}27$ V.s/rad
Constante do tacômetro = 0,1 volt/rpm

A tensão de referência E_R é ajustada para 1800 rpm em vazio. O ganho de tensão é ajustado de modo que a taxa de amortecimento ζ é 0,50. Calcular os valores correspondentes de ganho de amplificador K_A, a freqüência natural não amortecida ω_n, e o índice de amortecimento α.

Com o sistema inicialmente em regime permanente em vazio, um degrau de conjugado de carga $T_C = 40$ N.m (aproximadamente plena carga) é repentinamente aplicado ao eixo do motor.

a. Calcular os valores finais de regime permanente de (1) velocidade do motor, e (2) a corrente de armadura do motor.
b. Calcular os valores iniciais ($t = 0+$) de (1) a velocidade, e (2) a corrente de armadura.
c. Calcular as taxas iniciais de variação (1) da velocidade, e (2) da corrente de armadura.
d. Determinar as equações para (1) a velocidade, e (2) a corrente de armadura, como funções do tempo. Esboçar as curvas. São aplicáveis as curvas normalizadas da Fig. 9-11? Estimar a velocidade mínima e a corrente de armadura máxima.

9-9. Um gerador metadinamo de 2 kW, 200 volts, do tipo mostrado na Fig. 9-14, é acionado por um motor síncrono a 1800 rpm, e tem as seguintes constantes:

Resistência do campo de controle $R_f = 20$ ohms
Indutância do campo de controle $L_{ff} = 2$ henrys
Constante de tensão $K_{qf} = 240$ volts/ampères de campo
Resistências da armadura $R_{aq} = R_{ad} = 4$ ohms
Indutância da armadura $L_{aq} = 1{,}0$ henry
Constantes de tensão $K_{dq} = K_{qd} = 60$ volts/ampères

O metadinamo alimenta uma carga resistiva de 20 ohms a uma tensão de 200 volts. Calcular a potência de entrada ao campo de controle e a amplificação de potência.

9-10. A tensão aplicada ao enrolamento de campo do gerador metadinamo descrito no Prob. 9-9 é mantida constante em 60 volts, e a resistência de carga é variada de 0 a 25 ohms. Traçar a característica tensão-corrente de saída, em regime permanente.

9-11. Um enrolamento de compensação é adicionado ao metadinamo do Prob. 9-9, convertendo-o assim em um amplidinamo. O amplidinamo fornece 200 volts a uma carga de 20 ohms. Calcular a potência de entrada ao campo de controle e compare com o resultado do Prob. 9-9. Desprezar a resistência do enrolamento de compensação.

9-12. Uma excitatriz tipo amplidinamo, fornece corrente de campo a um gerador de c.c. de 10 kW, 125 volts.

Dados do Amplidinamo:

Espiras do campo de controle $N_c = 400$
Resistência do campo de controle $R_c = 40$ ohms
Indutância do campo de controle $L_c = 1{,}6$ henrys
Constante de tempo do eixo em quadratura $\tau_q = 0{,}10$ s
Tensão gerada no eixo direto = 5,0 volts/ampères . espira no campo de controle
Resistência da armadura = 5,0 ohms

Dados do gerador:

Resistência do campo $R_{fg} = 35$ ohms
Indutância do campo $L_{fg} = 10$ henrys
Constante de tensão gerada = 50 volts/ampères de campo
Resistência da armadura = 0,075 ohm

a. Calcular a função de transferência em malha aberta $G(j\omega)H(j\omega)$ relacionando a tensão de saída do gerador em vazio com a tensão do campo de controle do amplidinamo.

b. Calcular o valor complexo de $G(j\omega)H(j\omega)$ a $\omega = 20$ rad/s. Esboçar o lugar geométrico completo para valores positivos de ω.

c. O sistema é agora ligado como um sistema de regulação de tensão em malha fechada. Será o sistema estável, sem realimentação antioscilatória?

d. Suponha-se que o sistema é inerentemente estável ou foi estabilizado por um circuito de realimentação adequado. Qual precisa ser o valor da tensão de referência constante para dar uma tensão de saída do gerador de 125 volts em vazio?

e. Com a tensão de referência mantida constante como em *d*, qual será a tensão terminal do gerador quando ele estiver fornecendo uma corrente de armadura de 80 A?

9-13. Um metadinamo, sem enrolamento de estator, é acionado a velocidade constante. A resistência de armadura $R_a = 0{,}10$ ohm, medida entre qualquer par de escovas. A indutância de armadura $L_a = 0{,}01$ henry, medida entre qualquer par de escovas. Um ensaio efetuado com o eixo direto aberto e uma tensão constante de 20 volts aplicada às escovas do eixo em quadratura, dá uma tensão de eixo direto, circuito aberto, regime permanente, de 600 volts. Um ensaio similar, com os eixos direto e em quadratura trocados, dá resultados semelhantes. A saturação magnética é desprezível.

Esta máquina é usada como um transformador de tensão constante para corrente constante, para fornecer corrente aproximadamente constante a uma carga de resistência variável. A tensão constante de fonte de 600 volts é aplicada às escovas do eixo em quadratura, e a carga resistiva é ligada às escovas do eixo direto.

Calcular a corrente de carga e a corrente de fonte em regime permanente, quando a tensão na carga é de 600 volts.

10

Máquinas de C. A., Transitórios e Dinâmica

A conversão de energia por métodos eletromagnéticos está, como temos visto, associada à armazenagem de energia em campos magnéticos. Quando ocorrem mudanças nas condições de operação, as mudanças associadas na energia magnética armazenada não podem ocorrer instantaneamente. Em lugar disto, existe um período transitório, ou de reajuste, entre as condições iniciais e finais de operação. Muito freqüentemente, é preciso considerar o armazenamento de energia e fluxos de energia para e de massas móveis, e em alguns casos, em corpos elásticos, assim como em campos magnéticos; isto é, estão envolvidos transitórios eletromecânicos em lugar de simples transitórios elétricos.

Como a matéria geral é tão vasta, este capítulo pode fornecer apenas uma introdução aos transitórios e à dinâmica de máquinas de c.a.. O desenvolvimento é primeiramente dirigido a transitórios elétricos em máquinas síncronas, na maior parte em base física ou semi-intuitiva. O processo de raciocínio é então aplicado a transitórios em máquinas de indução, e finalmente à dinâmica de ambos os tipos.

10-1 TRANSITÓRIOS EM MÁQUINAS SÍNCRONAS: PONTO DE VISTA DE CIRCUITOS ACOPLADOS

A inerente complexidade de fenômenos transitórios em máquinas síncronas pode ser apreciada por observação dos principais detalhes estruturais da máquina, com o objetivo de apontar os circuitos significativos quando prevalem condições transitórias em vez de regime permanente. Para este objetivo, é apresentado o diagrama esquemático da Fig. 10-1. Os circuitos de amortecimento do rotor estão incluídos porque eles podem ser de importância determinante. Uma estrutura de polos salientes é mostrada para enfatizar as diferenças ebtre o eixo polar, ou direto, e o eixo interpolar, ou em quadratura; diferenças similares existem entre os dois eixos de máquinas de rotor cilíndrico quando são considerados os transitórios, de modo que os tratamentos das duas classes estruturais tornam-se essencialmente semelhantes.

Sob condições de regime permanente equilibradas, a onda componente de fmm do enrolamento de estator e a onda componente de fluxo associada giram à mesma velocidade que o rotor, e são de forma de onda essencialmente fixa. Os fluxos concatenados com os circuitos de rotor, então, não mudam com o tempo, e nenhuma tensão é induzida nestes

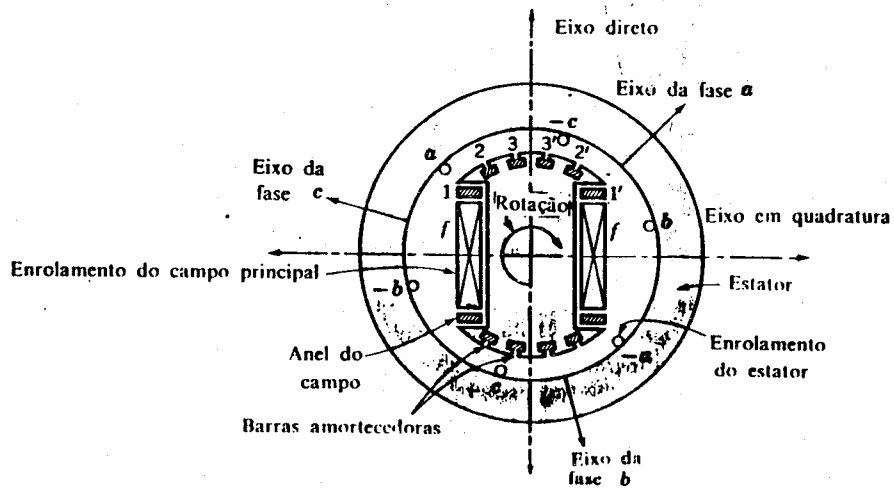


Fig. 10-1. Diagrama esquemático para uma máquina síncrona, mostrando circuitos significativos para transitórios.

circuitos. Com efeito, o enrolamento do campo principal é o único circuito do rotor que precisa ser considerado, e sua excitação é determinada por uma simples aplicação da lei de Ohm.

Sob condições transitórias, podem existir em todos os circuitos do rotor correntes variáveis no tempo. As correntes do estator não mais serão senóides de amplitudes constantes, e as ondas de fmm e fluxo componentes de estator, da mesma forma não mais serão senóides de amplitudes constantes no espaço. Além disso, a possibilidade da velocidade mecânica do rotor variar com o tempo deverá ser considerada. Como conseqüência, os fluxos concatenados com todos os circuitos do rotor variarão com o tempo, e correntes induzidas existirão em todos os circuitos; a corrente do campo principal, por exemplo, não mais é determinada por uma aplicação simples da lei de Ohm. Todas estas correntes de rotor contribuem naturalmente para fornecer excitação para a máquina, pois elas contribuem ao fluxo de entreferro e assim influenciam os valores instantâneos das correntes do estator. Em resumo, a máquina precisa ser vista como um conjunto muito grande de circuitos acoplados mutuamente, a fim de que possa ser delineada uma abordagem sistemática ao problema transitório.

Na Fig. 10-1 há um circuito de estator para cada uma das três fases *a*, *b*, e *c*, e há circuitos de rotor correspondentes ao enrolamento de campo e às barras 2-2′ e 3-3′ e aos anéis condutores do campo 1-1′. Um circuito equivalente adicional do rotor pode ser formado pelos parafusos e pelo ferro da estrutura do rotor. As máquinas de rotor cilíndrico podem também ter outros circuitos de rotor além do enrolamento do campo principal, especialmente no eixo em quadratura, onde o ferro do rotor pode formar um circuito equivalente quase tão efetivo para correntes induzidas como o campo principal.

Todos estes circuitos têm sua própria resistência e sua própria auto-indutância e indutâncias mútuas em relação aos outros circuitos. E para tornar uma situação já complexa ainda mais complicada, as indutâncias próprias e mútuas associadas com os circuitos de estator são funções da posição do rotor, variando periodicamente conforme o rotor gira. Felizmente, as auto-indutâncias dos circuitos do rotor e as indutâncias mútuas entre circuitos do rotor podem ser consideradas constantes, enquanto o efeito dos dentes e ranhuras do estator é ignorado. Em vista desta complexidade, nenhuma tentativa tem sido feita para incluir saturação, histerese, ou correntes parasitas, em uma análise transitória básica do desempenho da máquina síncrona. Para reduzir em parte a complexidade do problema, a análise é usualmente restrita a máquinas que têm apenas um circuito efetivo de rotor além do campo principal no eixo direto, e um circuito efetivo de rotor no eixo em quadratura – em outras palavras, um circuito amortecedor equivalente em cada eixo.

A análise básica do desempenho transitório de máquinas síncronas, conseqüentemente, envolve a solução de um conjunto de equações diferenciais simultâneas de circuitos acoplados. Devido à idealização da máquina, as relações entre fluxos concatenados e correntes são lineares, e devido à simetria da geometria da máquina, alguns dos coeficientes de indutâncias próprias e mútuas podem ter valores iguais. Não obstante, a solução das equações, mesmo com apenas um circuito amortecedor em cada eixo, é uma tarefa enorme, não por ser assunto muito profundo, mas devido à complexidade de detalhes. A solução é muito facilitada por uma transformação linear de variáveis, na qual as três correntes de fase do estator i_a, i_b, e i_c, são substituídas por três correntes componentes, a *componente de eixo direto* i_d, a *componente de eixo em quadratura* i_q, e uma componente monofásica i_0, conhecida como a *componente de sequência zero*, ou *componente de eixo zero*. Transformações similares são feitas para as tensões e os fluxos concatenados. Para operação equilibrada em regime permanente, i_0 é nula (o significado de i_0 não será discutido neste capítulo porque somente as condições equilibradas são discutidas em detalhes), e o significado físico das componentes de correntes de eixo direto e em quadratura é o dado no Cap. 6; de fato, a idéia de fazer esta transformação de variáveis vem de uma extensão do quadro físico correspondente à teoria das duas reações em regime permanente. As mudanças de variáveis permitem que as equações simultâneas sejam escritas em forma razoavelmente compacta, com cada equação relacionando somente variáveis do mesmo eixo. Além disso, elas possibilitam identificar certas combinações de constantes de máquina que ocorrem freqüentemente, que são as reatâncias e as constantes de tempo discutidas nos próximos quatro itens. A análise baseada nestas equações diferenciais é conhecida, para problemas envolvendo uma única máquina, uma única máquina e um barramento infinito, e sistemas simples de duas máquinas.

Para a aplicação da teoria de transitórios de máquinas em engenharia, é preciso reconhecer que uma máquina síncrona única não é, de modo algum, o único elemento no problema usual de sistemas. Há em geral um número considerável de outras máquinas, com diferentes constantes, interligadas umas às outras por uma complicada rede e com numerosas cargas. Além disto, o campo principal de cada gerador é alimentado por uma excitatriz, em cujo campo é usualmente colocado um regulador automático de tensão que reage à presença de uma perturbação e altera as condições no campo. Além disso, a atuação dos reguladores dos motores primários pode ter uma profunda influência sobre o desempenho do sistema. Todas estas considerações claramente indicam

a necessidade de métodos simples de caracterização do desempenho transitório de uma máquina síncrona. A representação da máquina como um elemento de sistema por meio de circuitos equivalentes simples é desejável – representação não muito diferente daquela oferecida pela reatância síncrona para o desempenho em regime permanente. O método realmente usado consiste em caracterizar a máquina por relativamente poucas reatâncias e constantes de tempo. As reatâncias permitem o cálculo dos valores iniciais de correntes transitórias, e as constantes de tempo caracterizam sua queda. O ponto de vista de circuitos acoplados é básico ao método, mas como são necessárias aproximações e simplificações, é preciso correlacionar isto com os resultados de ensaios e com um bom quadro físico dos fenômenos.

10-2
TRANSITÓRIOS EM MÁQUINAS SÍNCRONAS: QUADRO FÍSICO APROXIMADO

Um dos detalhes importantes na evolução de um quadro físico para interpretar os dados de ensaios de transitórios é o tratamento das resistências de circuitos. Desprezar completamente as resistências simplifica grandemente o problema. Então, na ausência de capacitância, os fluxos concatenados totais com qualquer circuito fechado no rotor, não podem variar quando ocorre uma perturbação, mas precisam permanecer constantes aos valores iniciais. Esta constância é justificada pelo fato de que se os fluxos concatenados com um tal circuito mudassem, uma *tensão* induzida apareceria necessariamente no circuito, violando a segunda lei de Kirchhoff. Qualquer tendência para os fluxos concatenados, provocada por um rápido aumento na corrente de estator, em decorrência de um curto-circuito, é portanto contrabalançada por uma *corrente* induzida de valor apropriado, para manter a constância dos fluxos concatenados. O cálculo de correntes em conseqüência de uma perturbação é, então, simplesmente uma questão de determinar os diversos valores de fluxos concatenados antes da perturbação, a partir das condições iniciais especificadas, e resolver depois as equações de circuitos acoplados que estabelecem que estes valores devem permanecer os mesmos após a perturbação. Equações algébricas, em lugar de diferenciais, estão envolvidas e, com resistência nula, as correntes induzidas resultantes não decaem com o tempo.

Na realidade, naturalmente, nem os resultados de ensaios, nem o bom senso, permitem adotar a noção de que as correntes induzidas não decaem com o tempo. O método usado praticamente é justificado pelo fato de que, embora todos os circuitos tenham alguma resistência, de modo que o fluxo no fim seja alterado em qualquer circuito fechado, a maioria dos circuitos das máquinas síncronas tem resistência suficientemente baixa, de modo que o comportamento no primeiro instante após uma mudança súbita é, muito de perto, o mesmo que se as resistências fossem nulas. Nesta base, as correntes e os fluxos concatenados iniciais, após uma mudança súbita, são determinados por um grupo de reatâncias como se nenhuma resistência estivesse presente; e a queda destas correntes e dos fluxos concatenados é descrita por meio de um grupo de constantes de tempo determinadas pelas resistências e pelas reatâncias dos circuitos. O método é, assim, aproximado, no sentido de que as resistências são incluídas na solução somente indiretamente. É de grande importância prática, entretanto, porque somente por este meio podem ser tratados os problemas que aparecem em complicados sistemas de muitas máquinas.

Esta abordagem leva a um quadro físico dos acontecimentos internos da máquina que concorda diretamente com os resultados de experimentos. Considere-se um gerador síncrono operando à velocidade síncrona com uma tensão contínua constante nos anéis coletores. Um circuito efetivo de rotor, no eixo direto, além do enrolamento de campo principal, é formado pelas barras amortecedoras. A máquina está operando inicialmente em vazio, e um curto-circuito trifásico subitamente aparece em seus terminais. Um desenho simétrico de uma onda de corrente de estator em curto-circuito, tal como pode ser obtido num oscilógrafo, é dado na Fig. 10-2. A onda, cuja envoltória é mostrada na Fig. 10-3, pode ser dividida em três períodos ou regimes de tempo: o *período*

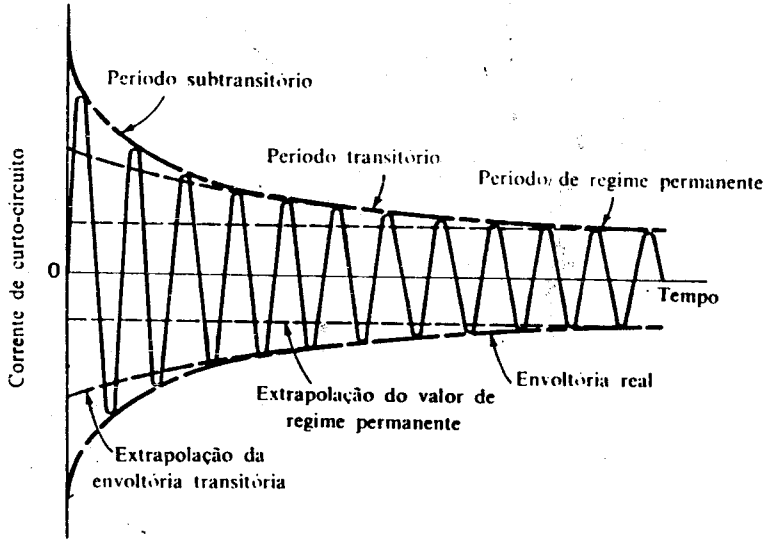


Fig. 10-2. Corrente de armadura simétrica em curto-circuito em uma máquina síncrona.

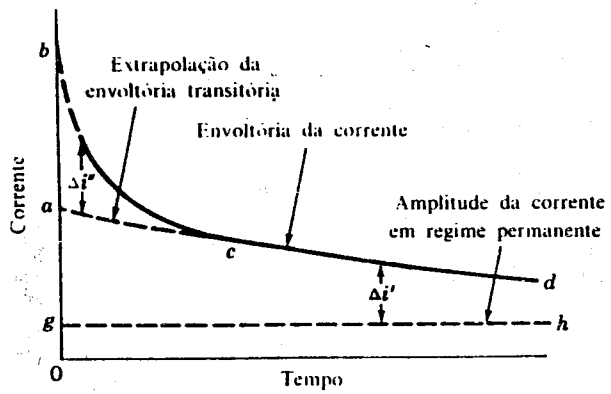


Fig. 10-3. Envoltória da corrente simétrica em curto-circuito de uma máquina síncrona.

subtransitório, durando somente os primeiros poucos ciclos durante os quais o decréscimo de corrente é muito rápido; o *período transitório*, cobrindo um tempo relativamente mais longo durante o qual o decréscimo de corrente é mais moderado; e finalmente o *período de regime permanente*, durante o qual, a corrente é determinada pelos princípios dos Caps. 4 e 6. Que os três períodos sucessivos se fundem através de envoltórias de quedas aproximadamente exponenciais, pode ser mostrado por um gráfico semilogarítmico apropriado. A diferença $\Delta i'$ (Fig. 10-3) entre a envoltória transitória e a amplitude de regime permanente está traçada em uma escala logarítmica em função do tempo, na Fig. 10-4. De modo similar, a diferença $\Delta i''$ entre a envoltória subtransitória e uma extrapolação da envoltória transitória, está também tra-

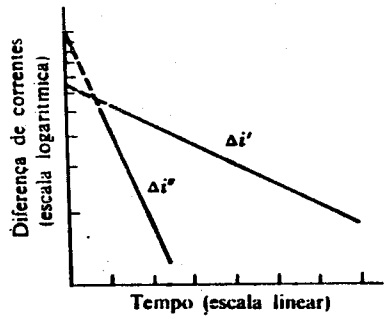


Fig. 10-4. Diferenças de correntes traçadas em coordenadas semilog.

çada na Fig. 10-4. Quando o trabalho é feito cuidadosamente, os dois traçados se aproximam bem a linhas retas, ilustrando a natureza essencialmente exponencial do amortecimento.

O quadro físico dos acontecimentos durante estes períodos decorre da consideração de que, sob condições de curto-circuito com resistência nula no circuito de estator, a onda de fmm do estator está no eixo direto da máquina. Os circuitos de rotor no eixo direto e seus fluxos concatenados tornam-se, assim, de importância determinante. Os fluxos concatenados com o enrolamento do campo principal precisam permanecer constantes em seus valores iniciais, como determinado pela indutância de campo e corrente de campo antes do curto. E esta constância precisa ser mantida diante da fmm desmagnetizante de estator, que acompanha a corrente de curto-circuito da Fig. 10-2. É necessário então que apareça uma componente induzida de corrente de campo, como aquela mostrada na Fig. 10-5, a fim de contrabalançar a fmm desmagnetizante. A componente induzida de corrente de campo determina o comportamento da corrente de estator durante o período transitório; ela simplesmente representa maior excitação na máquina do que está presente no regime permanente, e conseqüentemente as correntes de estator durante o período transitório são maiores do que no regime permanente. A corrente induzida no campo, não sendo mantida por uma tensão aplicada

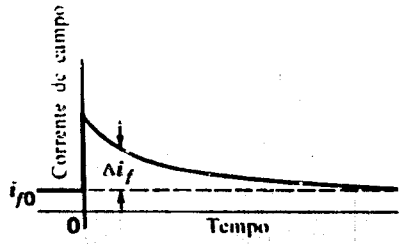


Fig. 10-5. Forma aproximada da corrente de campo de uma máquina síncrona em seguida a um curto-circuito na armadura.

ao circuito de campo, decresce com uma taxa determinada pela resistência do circuito de campo e pela indutância equivalente, e o correspondente acréscimo de corrente de estator decresce com a mesma taxa. A constante de tempo transitória associada pode ser determinada a partir das envoltórias das Figs. 10-2 a 10-4.

Entretanto, o campo principal não é o único circuito de eixo direto do rotor. Também os fluxos concatenados com o enrolamento amortecedor precisam permanecer constantes em seus valores iniciais, como determinado pela indutância mútua entre os circuitos de campo e amortecedor, e pela corrente de campo antes do curto. E, novamente, esta constância precisa ser mantida diante da fmm desmagnetizante de estator, que acompanha a corrente de curto-circuito da Fig. 10-2. Deve então aparecer subitamente uma corrente de amortecedor induzida. Esta determina o comportamento da corrente de estator durante o período subtransitório, e simplesmente representa uma excitação de rotor ainda maior do que está presente no período transitório, e conseqüentemente as correntes de estator, durante o período subtransitório, são maiores do que no período transitório. A corrente induzida no amortecedor decresce com uma taxa determinada pela resistência e pela indutância equivalente do circuito do amortecedor, e o correspondente acréscimo de corrente de estator decresce com a mesma taxa. Como a relação entre a resistência e a indutância equivalente do amortecedor é maior do que a do circuito de campo, o decréscimo subtransitório é muito mais rápido do que o decréscimo transitório. A constante de tempo subtransitória associada pode ser determinada das envoltórias das Figs. 10-2 a 10-4.

Mas o oscilograma da Fig. 10-2 é um caso especial, mais do que um caso geral, no sentido de que é mostrada uma onda de corrente simétrica. Os oscilogramas de curto-circuito mais usuais têm a aparência geral ilustrada na Fig. 10-6. Estes gráficos não são simétricos em relação ao eixo de corrente zero, mas têm componentes contínuas que resultam em ondas deslocadas. Uma onda simétrica como a da Fig. 10-2 pode ser obtida redesenhando as ondas depois de subtrair a componente contínua, ou tomando uma série de oscilogramas até que seja obtida uma onda simétrica para uma das três fases.

A componente contínua da corrente de estator se encaixa no quadro físico quando se reconhece que a constância de fluxos concatenados se aplica igualmente a cada uma das três fases do estator sem resistência. Se o curto-circuito aparece em um instante em que os fluxos concatenados com uma fase do estator são nulos, nenhuma componente contínua é exigida para mantê-los constantes a este valor, e a onda de corrente de curto-circuito para esta fase é simétrica. Se, entretanto, o curto-circuito aparece em um instante em que os fluxos

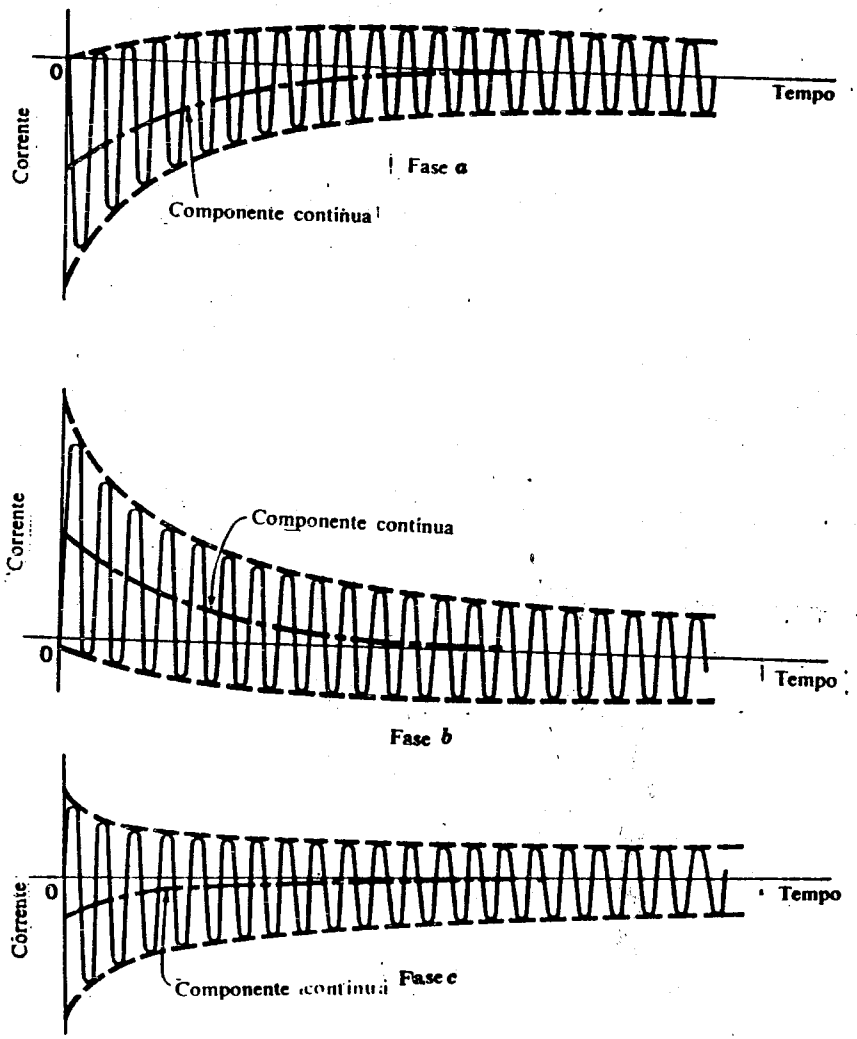


Fig. 10-6. Correntes de curto-circuito nas três fases de uma máquina síncrona.

concatenados com as fases têm valores não nulos, uma componente contínua deve aparecer nesta fase a fim de manter os fluxos concatenados constantes. A componente contínua, com efeito, preenche a mesma necessidade da componente contínua de corrente transitória em um circuito RL simples, com uma tensão alternada subitamente aplicada.

Como no circuito *RL*, o maior valor possível de componente contínua é igual ao maior valor instantâneo de corrente de curto-circuito durante o período subtransitório. Esta maior componente contínua ocorre quando o curto-circuito aparece no instante de fluxos concatenados máximos para uma fase do estator, e a onda de corrente de curto-circuito então está completamente deslocada do eixo zero. A componente contínua, não sendo mantida por uma tensão no circuito de estator, decresce com uma taxa determinada pela resistência e pela indutância equivalentes do circuito de estator.

A componente contínua de corrente de estator estabelece um campo componente no entreferro que é estacionário no espaço e que, portanto, induz uma tensão e corrente de freqüência fundamental nos circuitos de rotor que giram sincronamente. A Fig. 10-7 mostra a componente alternada superposta à corrente de campo, imediatamente após um curto-circuito trifásico nos terminais do estator; também está ilustrado nesta figura o fato de que, em contraste ao esboço aproximado da Fig. 10-5, a corrente de campo não pode mudar repentinamente ao primeiro instante. Como mostrado no Cap. 11, os campos pulsantes produzidos por estas correntes monofásicas podem ser decompostos em componentes girantes opostas. Uma componente é estacionária em relação ao estator, e reage diretamente contra a componente contínua da corrente de estator. A outra componente caminha a duas vezes a velocidade síncrona em relação ao enrolamento de estator e nele induz uma segunda harmonica. Se o circuito de estator é desequilibrado (por um curto-circuito entre linhas ou linha-a-neutro, em lugar de um curto-circuito trifásico simétrico, por exemplo), aparecem harmônicas superiores nas correntes de rotor e estator por reflexões sucessivas através do entreferro. Também são introduzidas harmônicas pela componente alternada da corrente de estator sob condições assimétricas. O resultado é que para um curto-circuito assimétrico nos terminais da máquina, a forma de onda pode ser decididamente diferente daquelas dadas nas Figs. 10-2 e 10-5. Quando os curto-circuitos ocorrem em pontos afastados dos terminais da máquina, as harmônicas podem ser fortemente diminuídas pela reatância interposta. Em muitos casos, as

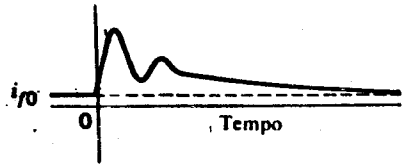


Fig. 10-7. Corrente de campo em seguida a um curto-circuito na armadura

harmônicas são ignoradas; elas não estarão incluídas em qualquer análise subseqüente, aqui. Também será ignorada a possibilidade de assimetria do circuito do estator.

10-3 REATÂNCIAS E CONSTANTES DE TEMPO DE MÁQUINAS SÍNCRONAS

Com base nestas considerações físicas, torna-se possível caracterizar o desempenho de uma máquina em vazio, após um curto-circuito trifásico diretamente em seus terminais, por três reatâncias e três constantes de tempo. A reatância síncrona de eixo direto x_d determina a corrente de curto-circuito de regime permanente. A *reatância transitória de eixo direto* x'_d é definida de modo que ela determina o valor inicial *Oa* da envoltória transitória simétrica *acd* (Fig. 10-3); ela é igual ao valor eficaz da tensão de fase em circuito aberto antes do curto, dividida por $Oa/\sqrt{2}$; o fator $\sqrt{2}$ aparece porque *acd* é a envoltória dos valores de pico da corrente. A *constante de tempo transitória de eixo direto em curto-circuito* T'_d é definida de modo que ela determina a queda da envoltória transitória *acd*; ela é igual ao tempo necessário para a envoltória cair ao ponto em que a diferença entre ela e a envoltória de regime permanente *gh* é $1/\varepsilon$, ou 0,368 da diferença inicial *ga*. A *reatância subtransitória de eixo direto* x''_d é definida de modo que ela determina o valor inicial *Ob* da envoltória simétrica subtransitória *bc* (Fig. 10-3); ela é igual ao valor eficaz da tensão de fase de circuito aberto antes do curto, dividida por $Ob/\sqrt{2}$; o fator $\sqrt{2}$ aparece porque *bc* é a envoltória dos valores de pico da corrente. A *constante de tempo subtransitória de eixo direto em curto-circuito* T''_d é definida de modo que ela determina a queda da envoltória subtransitória *bc*; ela é igual ao tempo necessário para a envoltória cair ao ponto onde a diferença entre ela e a envoltória transitória *acd* é $1/\varepsilon$, ou 0,368 da diferença inicial *ab*. O valor inicial da componente contínua, ou deslocamento da onda de corrente, evidente na Fig. 10-6, é determinado pelo ponto no ciclo no qual ocorre o curto-circuito; seu maior valor possível é igual à amplitude de pico *Ob* (Fig. 10-3) da corrente simétrica subtransitória. A *constante de tempo da armadura* T_a é definida de modo que ela determina a queda da componente contínua; ela é igual ao tempo necessário para a componente contínua decair a $1/\varepsilon$, ou 0,368 de seu valor inicial. (O símbolo T é usado para constante de tempo, neste capítulo, para concordar com a notação usual. Diferentemente do Cap. 9, onde foi usado τ, aqui praticamente não há possibilidade de confusão com conjugado.)

Estas reatâncias são constantes de máquina apropriadas para o uso, não somente para curto-circuito trifásico diretamente aos terminais de uma máquina em vazio, mas também para qualquer aplicação

envolvendo uma súbita mudança na corrente de eixo direto. Isto é enfatizado pelas definições convencionais de reatâncias, que são formuladas em termos de uma corrente imposta subitamente. Estas definições são:

A reatância transitória de eixo direto é a relação entre a componente fundamental da tensão reativa de armadura, devida à componente alternada fundamental de eixo direto da corrente de armadura, e esta componente de corrente, sob condições de carga aplicada repentinamente e à freqüência nominal; o valor de corrente deve ser determinado pela extrapolação da envoltória da componente alternada da onda de corrente ao instante de aplicação súbita da carga, desprezando as correntes de decréscimo rápido durante os primeiros poucos ciclos.

A reatância subtransitória de eixo direto é a relação entre a componente fundamental da tensão reativa de armadura, devida ao valor inicial da componente alternada fundamental de eixo direto da corrente de armadura, e esta componente de corrente, sob condições de carga aplicada repentinamente e à freqüência nominal.

As constantes de tempo T'_d, T''_d, e T_a, por outro lado, podem ser usadas somente para curto-circuitos trifásicos nos terminais da máquina. Quando impedância externa está presente, a queda das correntes induzidas é influenciada não somente pelas indutâncias próprias e mútuas da máquina, mas também pelas constantes do circuito externo. Alguns métodos simples são disponíveis, entretanto, para o ajuste apropriado das constantes de tempo na presença de reatâncias externas.

Somente eventos de eixo direto têm sido considerados até este ponto, porque somente quantidades de eixo direto estão envolvidas em curto-circuitos trifásicos em redes puramente reativas, com as hipóteses adotadas. Quando a máquina tem uma carga de potência ativa antes da perturbação, as quantidades do eixo em quadratura estão também envolvidas pois são de se esperar variações na corrente i_q do eixo em quadratura. Também os fluxos concatenados com os circuitos do rotor no eixo em quadratura devem permanecer constantes diante destas variações. Quando estes aspectos são incluídos, intervêm a *reatância transitória* x'_q, a *reatância subtransitória* x''_q, a *constante de tempo transitória em curto-circuito* T'_q, e a *constante de tempo subtransitória em curto-circuito* T''_q, *do eixo em quadratura.* Estas reatâncias e constantes de tempo mantêm a mesma relação com fenômenos de eixo em quadratura que as grandezas de eixo direto correspondentes mantêm com os fenômenos de eixo direto. Na realidade, as definições de x'_q e x''_q são as mesmas que aquelas citadas para x'_d e x''_d, respectivamente, exceto que as palavras *eixo direto* são substituídas pelas palavras *eixo em quadratura.*

Nenhum enrolamento de campo existe no eixo em quadratura de uma máquina normal, de modo que os circuitos de rotor no eixo em

quadratura precisam ser compostos de barras amortecedoras ou do ferro do rotor no eixo interpolar de uma máquina de rotor cilíndrico. Se não há circuitos efetivos de rotor no eixo em quadratura, $x_q = x'_q = x''_q$. Se o circuito de eixo em quadratura é composto de barras amortecedoras, em uma máquina de polos salientes, as correntes induzidas são de ordem subtransitória e $x'_q = x_q$, com x''_q tendo um valor menor. Se o circuito do eixo em quadratura é formado pelo ferro interpolar, em uma máquina de rotor cilíndrico sólido, as correntes induzidas são usualmente de ordem transitória em vez de subtransitória, e x'_q quase iguala x''_q, com x_q tendo um valor mais alto. Para um turboalternador de rotor cilíndrico sólido, o ferro interpolar forma um caminho de corrente induzida exatamente tão efetivo como o enrolamento de campo principal no eixo direto, e x'_q é aproximadamente igual a x'_d.

A Tabela 10-1 apresenta valores típicos de constantes para diferentes tipos de máquinas síncronas. As reatâncias são dadas em por unidade, com as especificações nominais da máquina como base. Alguma variação razoável em torno destes valores pode ser esperada para qualquer máquina particular.

TABELA 10-1
VALORES TÍPICOS DE CONSTANTES DE MÁQUINAS

(As reatâncias estão em por unidade, com base nas especificações nominais da máquina; as constantes de tempo estão em segundos)

	Geradores de rotor cilíndrico				
Constante de máquina	Rotor sólido	Rotor laminado	Geradores de polos salientes	Motores de polos salientes (baixa velocidade)	Condensadores síncro
x_d	1.10	1.10	1.00	1.10	1.60
x'_d	0.20	0.20	0.35	0.50	0.60
x''_d	0.10	0.10	0.23	0.35	0.25
x_q	1.00	1.00	0.65	0.80	1.00
x'_q	0.20	1.00	0.65	0.80	1.00
x''_q	0.15	0.25	0.65	0.40	0.30
T'_d	1.0	1.0	1.8	1.4	2.0
T'''_d	0.035	0.035	0.035	0.035	0.035
T_a	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15

10-4 CIRCUITO EQUIVALENTE PARA CONDIÇÕES TRANSITÓRIAS

Pelo uso do conceito de fluxos concatenados constantes, as equações de circuitos acoplados podem ser escritas, correspondendo à definição convencional de reatância transitória de eixo direto x'_d, e destas equações

x'_d pode ser calculado em termos de indutâncias mútuas e de dispersão. Deste cálculo pode ser obtido um circuito equivalente simples para x'_d, e as constantes de tempo transitórias podem ser interpretadas em relação ao circuito equivalente. Com base nestes resultados, os conceitos podem ser estendidos para aplicação a um curto-circuito com reatância externa entre ele e os terminais da máquina.

Para reproduzir as condições da definição convencional de x'_d, considere-se uma máquina síncrona em vazio, operando à velocidade síncrona, com corrente de campo inicial nula mas com os anéis coletores curto-circuitados de modo que o circuito do campo esteja fechado. Não considerar o rápido decréscimo durante os primeiros poucos ciclos é equivalente a ignorar todos os circuitos de eixo direto do rotor fora o campo principal. Uma corrente de eixo direto deve ser imposta repentinamente, e deve ser calculada a tensão terminal que a acompanha.

Seja L_f a indutância de dispersão do enrolamento de campo, L_a a indutância de dispersão do enrolamento de armadura, e M_d a indutância mútua entre a armadura e o enrolamento de campo no eixo direto. Os termos L_a e M_d correspondem à reatância de dispersão de armadura x_a e à reatância magnetizante de eixo direto $x_{\varphi d}$ para correntes de armadura em regime permanente e freqüência fundamental. Note-se que $x_{\varphi d}$ e portanto M_d incluem o efeito de todas as três fases do estator quando as correntes de estator são equilibradas. Note-se também que o símbolo x_a é usado aqui para reatância de dispersão da armadura, em lugar de x como nos Caps. 4 e 6. Esta mudança é feita a fim de que se possa distinguir entre dispersão de armadura, indicada pelo índice a, e dispersão do campo, indicada pelo índice f.

Em um instante em que a corrente do campo e a corrente de eixo direto no estator têm os valores i_f e i_d, respectivamente, os fluxos concatenados com o enrolamento do campo são

$$\lambda_f = (L_f + M_d)i_f - M_d i_d \tag{10-1}$$

A convenção de sinais é que valores positivos de i_d produzem aumento do fluxo concatenado na direção oposta a valores positivos de i_f. Também os fenômenos são vistos do estator, e todas as grandezas são referidas ao enrolamento de estator.

Mas λ_f é inicialmente nulo e, na ausência de resistência, precisa permanecer nulo em todos os instantes subseqüentes. Então, quando aparece um valor não nulo de i_d, este precisa ser acompanhado por uma corrente de campo induzida dada por

$$i_f = \frac{M_d}{L_f + M_d} i_d \tag{10-2}$$

Assim, se i_d varia senoidalmente com o tempo, i_f *conforme vista do estator*

precisa variar senoidalmente com o tempo. Esta i_f variando senoidalmente corresponde a uma corrente contínua no enrolamento de campo físico, pois uma corrente de campo contínua mais rotação do rotor se apresenta como uma corrente alternada quando vista do estator.

De modo semelhante, os fluxos concatenados de eixo direto no estator, são

$$\lambda_d = M_d i_f - (L_a + M_d) i_d \tag{10-3}$$

que, com substituição da Eq. 10-2, torna-se

$$\lambda_d = -\left(L_a + M_d - \frac{M_d^2}{L_f + M_d}\right) i_d \tag{10-4}$$

Para variação senoidal de i_d com o valor eficaz I_d, o valor eficaz do fluxo concatenado é

$$\Lambda_d = \left(L_a + M_d - \frac{M_d^2}{L_f + M_d}\right) I_d \tag{10-5}$$

e o correspondente valor eficaz da tensão de eixo direto é

$$\omega\Lambda_d = \left(\omega L_a + \omega M_d - \frac{\omega^2 M_d^2}{\omega L_f + \omega M_d}\right) I_d \tag{10-6}$$

Da definição convencional, x'_d é então

$$x'_d = \frac{\omega\Lambda_d}{I_d} = \omega L_a + \omega M_d - \frac{\omega^2 M_d^2}{\omega L_f + \omega M_d} \tag{10-7}$$

$$= x_a + x_{\varphi d} - \frac{x_{\varphi d}^2}{x_f + x_{\varphi d}} \tag{10-8}$$

$$= x_d - \frac{x_{\varphi d}^2}{x_f + x_{\varphi d}} \tag{10-9}$$

onde $x_f = \omega L_f$ é a reatância de dispersão do campo, referida ao estator.

A Eq. 10-8 pode ser apresentada numa outra forma por modificação algébrica. Assim,

$$x'_d = \frac{x_a x_f + x_a x_{\varphi d} + x_{\varphi d} x_f + x_{\varphi d}^2 - x_{\varphi d}^2}{x_f + x_{\varphi d}}$$

$$= x_a + \frac{x_{\varphi d} x_f}{x_{\varphi d} + x_f} \tag{10-10}$$

A Eq. 10-10 mostra que x'_d é composta da reatância de dispersão da armadura mais a reatância de dispersão do campo modificada. É a forma geral comumente usada para cálculo de x'_d a partir de dados de projeto.

Com x'_d calculado em termos de reatâncias mútua e de dispersão, pode ser mostrado que ela é a reatância que determina o valor inicial da corrente de curto-circuito para uma máquina sem enrolamento amortecedor. Nas condições antes do curto, com a máquina em vazio, e com a corrente de campo igual a i_{f0}, os fluxos concatenados com o campo são, da Eq. 10-1, com $i_d = 0$,

$$\lambda_{f0} = (L_f + M_d)i_{f0} \tag{10-11}$$

Quando o curto-circuito aparece, os fluxos concatenados com o campo precisam permanecer em seu valor anterior de modo que

$$(L_f + M_d)i_f - M_d i_d = (L_f + M_d)i_{f0} \tag{10-12}$$

$$i_f = i_{f0} + \frac{M_d}{L_f + M_d} i_d \tag{10-13}$$

O segundo termo no segundo membro da Eq. 10-13 é a componente induzida da corrente de campo necessária para manter constantes os fluxos concatenados com o campo.

Substituindo a Eq. 10-13 por 10-3 temos, para fluxos concatenados no eixo direto,

$$\lambda_d = M_d i_{f0} - \left(L_a + M_d - \frac{M_d^2}{L_f + M_d}\right) i_d \tag{10-14}$$

Sob condições de curto-circuito, com a componente contínua e todas as harmônicas ignoradas, λ_d precisa ser nulo a fim de que a tensão terminal possa ser nula. A Eq. 10-14 então produz

$$i_d = \frac{M_d i_{f0}}{L_a + M_d - \left(\dfrac{M_d^2}{L_f + M_d}\right)} = \frac{x_{\varphi d} i_{f0}}{x'_d} \tag{10-15}$$

Mas o valor eficaz de $x_{\varphi d} i_{f0}$ é também o valor eficaz da tensão terminal antes do curto E'_i, como pode ser visto multiplicando a Eq. 10-14 por ω, fazendo $i_d = 0$, e escrevendo-a para valores eficazes. Conseqüentemente, a corrente eficaz de curto-circuito é

$$I_d = \frac{E'_i}{x'_d} \tag{10-16}$$

e seu valor é limitado pela reatância transitória de eixo direto x'_d.

Da Eq. 10-10, que determina a reatância transitória x'_d, e lembrando ainda que a reatância síncrona x_d é a soma de x_a e $x_{\varphi d}$, pode-se concluir que o circuito equivalente tipo transformador da Fig. 10-8 servirá como circuito equivalente para x_d e x'_d. Com a máquina funcionando simetricamente e em regime permanente, a corrente do estator não tem efeito sobre o circuito do rotor, os terminais do rotor são vistos como em circuito aberto, e a reatância vista dos terminais do estator é a reatância síncrona x_d. Com a máquina no estado transitório, a mudança em corrente de estator é acompanhada por uma corrente induzida no campo, os terminais do rotor são vistos como curto-circuitados, e a reatância vista dos terminais do estator é a reatância transitória x'_d.

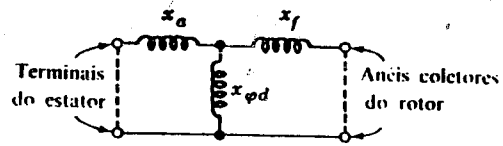


Fig. 10-8. Circuito equivalente tipo transformador para a máquina síncrona

Os fatores que influenciam a constante de tempo transitória podem ser investigados com o auxílio da Fig. 10-8. Primeiro considere-se uma máquina com um circuito de campo fechado, mas um circuito de armadura aberto; a constante de tempo T'_{do}, que descreve a queda de um campo transitório sob estas condições, é conhecida como a *constante de tempo transitória de eixo direto em circuito aberto*. Os terminais de estator (Fig. 10-8) estão em circuito aberto, e os terminais do campo estão curto-circuitados. O campo transitório é então afetado pela auto-indutância do campo, $(x_f + x_{\varphi d})/2\pi f$. Se r_f é a resistência do campo, a constante de tempo é

$$T'_{do} = \frac{x_f + x_{\varphi d}}{2\pi f r_f} = \frac{L_f + M_d}{r_f} \tag{10-17}$$

A constante de tempo é uma característica do circuito de campo isolado, e é simplesmente o quociente usual entre a auto-indutância e a resistência, que normalmente constitui uma constante de tempo para um circuito série simples.

Para condições de curto-circuito, os terminais de estator e rotor estão curto-circuitados. A indutância de campo equivalente, que determina a queda de um transitório de campo, é então a de x_f mais $x_{\varphi d}$ e x_a em paralelo, ou

$$\text{Indutância de campo equivalente} = \frac{1}{2\pi f}\left(x_f + \frac{x_a x_{\varphi d}}{x_a + x_{\varphi d}}\right) \tag{10-18}$$

$$= \frac{x_f + x_{\varphi d}}{2\pi f} \frac{x_a + \dfrac{x_{\varphi d} x_f}{x_{\varphi d} + x_f}}{x_a + x_{\varphi d}}$$

$$= \frac{x_f + x_{\varphi d}}{2\pi f} \frac{x'_d}{x_d}$$

A constante de tempo em curto-circuito é, portanto,

$$T'_d = \frac{x_f + x_{ad}}{2\pi f r_f} \frac{x'_d}{x_d} = T'_{do} \frac{x'_d}{x_d} \tag{10-19}$$

A reatância e a constante de tempo, que caracterizam a componente de corrente transitória para um curto-circuito trifásico com reatância externa x_e entre ele e os terminais da máquina, podem agora ser indicadas. No que se relaciona aos fenomenos internos da máquina, a reatância externa é equivalente a um aumento da reatância de dispersão da armadura de x_a para $x_a + x_e$, e *a constante de tempo transitória de eixo direto em curto-circuito ajustada para reatância externa*, T'_{de}, torna-se

$$T'_{de} = T'_{do} \frac{x'_d + x_e}{x_d + x_e} = T'_d \frac{x_d}{x'_d} \frac{x'_d + x_e}{x_d + x_e} \tag{10-20}$$

A reatância que determina o valor inicial da corrente alternada transitória é, naturalmente, $x'_d + x_e$.

10-5
APLICAÇÃO A TRANSITÓRIOS EM SISTEMAS

Quando as constantes de máquina x_d, x'_d, x''_d, T'_d, T''_d, e T_a são conhecidas, as correntes de estator podem ser calculadas com razoável exatidão para um curto-circuito trifásico, separado dos terminais de uma máquina inicialmente em vazio pela reatância externa x_e. Assim, se as tensões internas antes do curto da máquina, antes da reatância síncrona, antes da reatância transitória, e antes da reatância subtransitória, são E_i, E'_i, e E''_i, respectivamente, então a componente simétrica, ou alternada, da corrente de curto-circuito é

$$I_{ca} = \frac{E_i}{x_d + x_e} + \left(\frac{E'_i}{x'_d + x_e} - \frac{E_i}{x_d + x_e} \right) \varepsilon^{-t/T_{de}'} + \left(\frac{E''}{x''_d + x_e} - \frac{E'}{x'_d + x_e} \right) \varepsilon^{-t/T_{de}''} \tag{10-21}$$

T'_{de} e T''_{de} sendo as constantes de tempo transitória e subtransitória apropriadas. Muito comumente, são usados nesta expressão valores eficazes de tensão, e se obtém o valor eficaz de corrente. Conseqüentemente, o ponto de vista aproximado adotado é o de estado quase permanente, no qual os valores eficazes variam exponencialmente com o tempo. Os valores instantâneos podem, naturalmente, ser obtidos também quando é conhecido o ponto no ciclo ao qual a falta ocorre.

Superposta à componente simétrica de corrente em cada fase está

uma componente contínua dada por

$$I_{cc} = I_{cc0} \varepsilon^{-t/T_{ac}} \tag{10-22}$$

onde I_{cc0} é o valor inicial, igual e oposto ao valor instantâneo de I_{ca} para aquela fase em $t = 0$, e T_{ac} é a constante de tempo de armadura convenientemente ajustada. A máxima componente contínua possível, correspondendo a uma onda completamente deslocada, é

$$I_{ccm} = \sqrt{2} \frac{E''_i}{x''_d + x_e} \varepsilon^{-t/T_{ac}} \tag{10-23}$$

O valor eficaz total da onda assimétrica em qualquer instante é

$$I_{cc} = \sqrt{I^2_{ca} + I^2_{cc}} \tag{10-24}$$

quando o valor eficaz é usado para I_{ca}. A favor da segurança, a condição a ser estudada é comumente tomada como aquela correspondente à maior componente contínua. Por um processo geralmente similar àquele que leva à Eq. 10-20, pode ser mostrado que um valor aproximado, mas suficientemente exato, para T''_{de} é

$$T''_{de} = T''_d \frac{x'_d}{x''_d} \frac{x''_d + x_e}{x'_d + x_e} \tag{10-25}$$

A constante de tempo da armadura T_a, com curto-circuito trifásico diretamente nos terminais, depende da resistência de armadura r_a e da indutância equivalente do circuito de armadura em corrente contínua. Esta indutância equivalente depende não somente do circuito da armadura, mas também dos circuitos de campo e de amortecedor, pois a componente contínua induz correntes de freqüência fundamental nestes circuitos fechados. Conforme o rotor gira, a distribuição estacionária de fmm, que a componente contínua cria no espaço, reage sobre os circuitos do rotor, no eixo direto, com uma intensidade e, sobre os circuitos do rotor, no eixo em quadratura, com outra intensidade, devido às diferentes permeâncias e diferentes circuitos do rotor nos dois eixos. Intuitivamente é razoável, portanto, concluir que a indutância de armadura está entre a indutância correspondente a x''_d e a indutância correspondente a x''_q; usualmente é tomada como a média aritmética das duas. A correspondente constante de tempo da armadura é

$$T_a = \frac{1}{2\pi f r_a} \frac{x''_d + x''_q}{2} \tag{10-26}$$

O raciocínio que leva à Eq. 10-20 pode ser usado para ajustar a constante de tempo para reatância externa, mas é importante neste caso, incluir também a resistência externa r_e entre os terminais da máquina

e a falta. A constante de tempo ajustada é

$$T_{ac} = \frac{1}{2\pi f(r_a + r_e)}\left(\frac{x''_d + x''_q}{2} + x_e\right) \qquad (10\text{-}27)$$

Para muitas aplicações de engenharia, a componente subtransitória pode ser ignorada devido a seu rápido decréscimo. O terceiro termo na Eq. 10-21 é então, omitido. Não raramente, entretanto, a possibilidade de uma grande componente contínua precisa ser levada em conta, especialmente quando se consideram os valores da corrente de curto imediatamente após ter ocorrido o curto-circuito. Ao menos o valor inicial de corrente subtransitória precisa ser calculado para permitir determinação da máxima componente contínua possível.

Este resumo leva à representação da máquina como um elemento de sistema em problemas de transitórios de sistemas. Quando a resposta rapidamente amortecida dos primeiros poucos ciclos pode ser ignorada, a máquina é comumente representada pela sua reatância transitória de eixo direto x'_d. Para corresponder aproximadamente a fluxos concatenados constantes com o enrolamento do campo principal, a tensão antes da reatância transitória pode ser mantida constante. Os decréscimos de fluxos concatenados podem ser incluídos fazendo decrescer as correntes na máquina de acordo com a constante de tempo apropriada. Tal representação de cada máquina individual por uma única reatância constante torna possível desenvolver a análise transitória quase tão rapidamente como a análise de regime permanente, e ao mesmo tempo produz resultados com exatidão de engenharia para muitos problemas. Para cálculos de correntes de curto-circuito em redes de potência, como na determinação de condições de interrupção de disjuntores, nos ajustes de relés de proteção e no cálculo de esforços em barramentos, as cargas do sistema de potência são usualmente ignoradas, exceto no que elas afetam as tensões internas antes do curto da máquina. Também é comum supor que todas as fems internas da máquina estão em fase.

Para estudos envolvendo conjugados e potências de saída da máquina sob condições transitórias, como para investigar a manutenção de sincronismo durante as perturbações, a componente contínua da corrente de curto é usualmente ignorada, porque ela tem influência desprezível na potência e no conjugado síncronos. Também, as tensões antes da reatância transitória podem freqüentemente ser consideradas constantes por períodos até cerca de 1 s após a ocorrência do curto, suposição que é equivalente a ignorar o decréscimo do fluxo concatenado com o campo, ou a concluir que as excitatrizes da máquina, atuadas por reguladores de tensão, elevam a corrente de campo com

uma taxa aproximadamente suficiente para compensar a influência desmagnetizante das correntes de curto-circuito no estator. Há, naturalmente, numerosos problemas não susceptíveis de tal tratamento simplificado, e que exigem a inclusão de fenômenos de eixo em quadratura e a resistência externa do sistema. Para mencionar um exemplo, o estudo da queda da tensão terminal de um alternador após a rápida aplicação de carga, obviamente não permite desprezar seja a carga ou sua componente resistiva. Tais estudos demandam métodos de análise mais amplos.

EXEMPLO 10-1

Uma central hidrelétrica fornece potência a uma grande área metropolitana através de uma linha de transmissão de duplo circuito, com bancos de transformadores nos pontos de alimentação e de consumo, como mostrado na Fig. 10-9. Devido à grande capacidade de geração dentro da área metropolitana, o barramento de baixa tensão no ponto de consumo pode ser considerado infinito. As constantes do sistema indicadas na Fig. 10-9 são valores por unidade, baseados nas especificações nominais em kVA dos hidrogeradores. Exceto por sua influência sobre as constantes de tempo, as resistências devem ser desprezadas.

A tensão do barramento de baixa tensão do ponto de consumo E_b tem seu valor normal de 100 por cento. Os geradores estão inicialmente carregados de modo que a potência entregue é 80 por cento da nominal em kVA, e o fator de potência no ponto de consumo em baixa tensão é unitário. Um curto-circuito trifásico permanente ocorre em um circuito de transmissão imediatamente do lado de fora do barramento de alta tensão do ponto de alimentação.

a. Calcular a corrente eficaz total de uma fase em curto imediatamente após a ocorrência do curto. Considere-se que as compo-

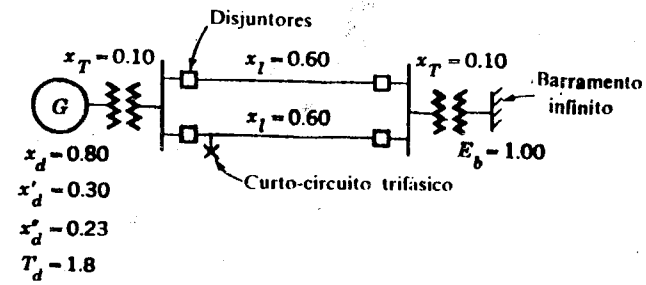


Fig. 10-9. Sistema de potência simplificada para o Prob. 10-1.

nentes contínuas dos hidrogeradores e do barramento infinito nesta fase têm seus maiores valores possíveis.

b. O disjuntor do ponto de alimentação no circuito em curto abre após 0,10 s. Calcular a corrente que uma fase deste disjuntor pode ter de interromper ao isolar o curto-circuito trifásico. Para este objetivo, considere-se que as componentes contínua e subtransitória atingem valores desprezíveis em 0,1 s.

Solução

a. A tensão antes do curto, antes de x_d'', é

$$E_i'' = 1{,}00 + j0{,}80(0{,}50 + 0{,}23) = 1{,}16\underline{/30{,}3°}$$

A corrente simétrica inicial dos geradores é então

$$\frac{1{,}16}{0{,}23 + 0{,}10} = 3{,}52$$

e do barramento infinito é

$$\frac{1{,}00}{0{,}10 + 0{,}30} = 2{,}50$$

de modo que a corrente de curto simétrica inicial é 3,52 + + 2,50 = 6,02.

A componente contínua dos geradores é, para uma onda completamente deslocada, $\sqrt{2}\,(3{,}52) = 4{,}97$, e do barramento infinito é $\sqrt{2}\,(2{,}50) = 3{,}53$, de modo que a componente contínua no curto é

$$4{,}97 + 3{,}53 = 8{,}50$$

A máxima corrente eficaz total de curto é, portanto,

$$\sqrt{(6{,}02)^2 + (8{,}50)^2} = 10{,}4$$

b. A tensão antes do curto, antes de x_d' é

$$E_i' = 1{,}00 + j0{,}80(0{,}50 + 0{,}30) = 1{,}19\,\underline{/\,32{,}6°}$$

e antes de x_d

$$E_i = 1{,}00 + j0{,}80(0{,}50 + 0{,}80) = 1{,}44\,\underline{/\,46{,}1°}$$

A corrente simétrica inicial no gerador, com a subtransitória ignorada, é

$$\frac{1{,}19}{0{,}30 + 0{,}10} = 2{,}97$$

e a corrente final de regime permanente no gerador quando o curto permanece no sistema é

$$\frac{1{,}44}{0{,}80 + 0{,}10} = 1{,}60$$

A corrente simétrica no gerador passa do primeiro destes valores ao segundo exponencialmente, com uma constante de tempo (Eq. 10-20) igual a

$$T_{dc}' = 1{,}8\,\frac{0{,}80}{0{,}30}\,\frac{0{,}30 + 0{,}10}{0{,}80 + 0{,}10} = 2{,}13\text{ s}$$

O valor desta corrente em $t = 0{,}10$ s é conseqüentemente

$$1{,}60 + (2{,}97 - 1{,}60)\varepsilon^{-0{,}10/2{,}13} = 2{,}91$$

Somente metade da corrente do barramento infinito, ou 1,25, passa pelo disjuntor, de modo que a corrente simétrica no disjuntor é

$$2{,}91 + 1{,}25 = 4{,}16$$

10-6 TRANSITÓRIOS ELÉTRICOS EM MÁQUINAS DE INDUÇÃO

O comportamento transitório de máquinas de indução pode ser examinado seguindo substancialmente a mesma abordagem utilizada para máquinas síncronas. Os resultados serão muito semelhantes àqueles para o caso síncrono.

A máquina de indução pode estar funcionando como motor ou como gerador, quando ocorre um curto-circuito trifásico em seus terminais. Em qualquer caso, a máquina mandará corrente no curto, devido aos fluxos concatenados com os circuitos de rotor, existentes no instante em que o curto ocorre. Com o tempo, esta corrente cairá a zero. Além de uma componente alternada, ela terá, em geral, uma componente contínua decrescente, a fim de manter os fluxos concatenados com a fase associada inicialmente constantes. A componente alternada da corrente de curto-circuito em função do tempo aparece como na Fig. 10-10.

O valor inicial da componente alternada pode ser determinado em termos de uma *reatância transitória* x' e uma tensão E_1' antes desta reatância, admitida sempre igual ao valor antes do curto-circuito. A queda da componente alternada pode ser caracterizada em termos de uma *constante de tempo transitória em curto-circuito* T'. Fundamentando este processo de raciocínio, está a suposição de que a máquina está operando com escorregamento desprezível, a fim de que tensões de velocidade, induzidas no rotor, tenham influência insignificante na

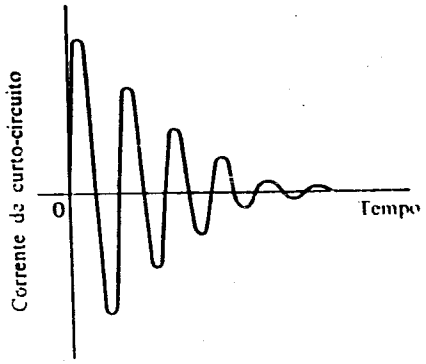


Fig. 10-10. Forma de onda da corrente simétrica em curto-circuito em uma máquina de indução.

corrente de curto-circuito. Em um caso prático, a suposição é usualmente justificável por duas razões: (1) a máquina normal usualmente opera a pequenos valores de escorregamento, e (2) a corrente de curto-circuito desvanece de modo suficientemente rápido (como nós veremos), de modo que a máquina não tem tempo para mudar a velocidade apreciavelmente.

Grande parte do desenvolvimento analítico aproximado do Item 10-4 pode ser aplicada fazendo mudanças apropriadas na notação. As correntes i_d e i_f, por exemplo, tornam-se as correntes de estator e rotor i_1 e i_2. As reatâncias x_a, x_f, e x_{af} tornam-se as reatâncias de dispersão de estator e rotor x_1 e x_2 e a reatância magnetizante x_φ, respectivamente (mudanças que podem também ser aplicadas ao circuito equivalente tipo transformador da Fig. 10-8). Devido à estrutura cilíndrica do rotor da máquina de indução, a distinção entre eixo direto e em quadratura não precisa ser mantida. Os resultados correspondentes às Eqs. 10-9, 10-10, 10-16, 10-17, e 10-19 são, respectivamente,

$$x' = x_1 + x_\varphi - \frac{x_\varphi^2}{x_2 + x_\varphi} \tag{10-28}$$

$$\doteq x_1 + \frac{x_\varphi x_2}{x_\varphi + x_2} \tag{10-29}$$

$$I_1 = \frac{E_1'}{x'} \tag{10-30}$$

$$T_o' = \frac{x_2 + x_\varphi}{2\pi f r_2} \tag{10-31}$$

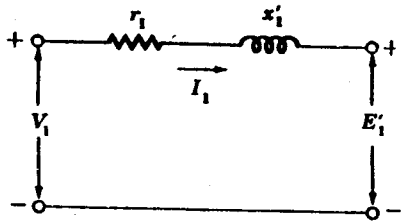


Fig. 10-11. Circuito equivalente transitório simplificado de uma máquina de indução

$$T' = T_o' \frac{x'}{x_1 + x_\varphi} \tag{10-32}$$

onde T_o' é a *constante de tempo transitória em circuito aberto* da máquina de indução e r_2 é a resistência do circuito de rotor.

A máquina de indução pode então ser representada pelo circuito equivalente transitório simples, da Fig. 10-11. A reatância é a reatância transitória x', definida pelas Eqs. 10-28 e 10-29. Embora tenha sido ignorada até agora, a resistência de estator r_1 pode também ser adicionada se for desejada precisão algo maior. A tensão E_1' antes da reatância transitória é uma tensão proporcional aos fluxos concatenados com o rotor. Ela muda com estes fluxos concatenados e, para um curto-circuito trifásico, decresce a zero com uma taxa determinada pela constante de tempo T' (Eq. 10-32). A variação da constante de tempo para levar em conta a reatância externa entre os terminais da máquina e o curto pode ser efetuada adicionando a reatância ao numerador e denominador da fração na Eq. 10-32.

EXEMPLO 10-2

Um motor de indução de gaiola, 400 HP, 400 volts (tensão de linha), 60 Hz, ligado em Y, 6 polos, tem um rendimento a plena carga de 93 por cento e fator de potência de 90 por cento. As constantes do motor em ohms por fase referidas ao estator são as seguintes:

$$x_1 = 0{,}060 \qquad x_2 = 0{,}060 \qquad x_\varphi = 2{,}50$$

$$r_1 = 0{,}0073 \qquad r_2 = 0{,}0064$$

Enquanto o motor está operando em regime permanente sob condições nominais, um curto-circuito trifásico ocorre na linha de alimentação, perto dos terminais do motor. Determinar a corrente eficaz de curto-circuito do motor.

Solução

Da Eq. 10-28, a reatância transitória do motor é

$$x' = 0{,}060 + 2{,}50 - \frac{(2{,}50)^2}{0{,}06 + 2{,}50} = 0{,}12 \text{ ohm por fase}$$

A corrente de estator antes do curto-circuito é

$$I_1 = \frac{400 \times 746}{0{,}90 \times 0{,}93 \times 440\sqrt{3}} = 467 \text{ ampères}$$

Com a tensão terminal como fasor de referência, a tensão antes do curto, antes da reatância transitória é então

$$E'_1 = \frac{440}{\sqrt{3}} - (0{,}0073 + j0{,}12)(467 \angle -\cos^{-1} 0{,}90)$$
$$= 232 \angle -12{,}2°$$

Da Eq. 10-30, a corrente eficaz inicial de curto-circuito é

$$\frac{232}{0{,}12} = 1.940 \text{ ampères}$$

A constante de tempo em circuito aberto (Eq. 10-31) é

$$T'_o = \frac{2{,}50 + 0{,}060}{2\pi \times 60 \times 0{,}0064} = 1{,}06 \text{ s}$$

e a constante de tempo em curto-circuito (Eq. 10-32) é

$$T' = 1{,}06 \times \frac{0{,}12}{2{,}56} = 0{,}050 \text{ s}$$

A corrente eficaz de curto-circuito é então

$$I_1 = 1.940\varepsilon^{-t/0{,}050} \text{ ampères}$$

A constante de tempo em curto-circuito é de 3 ciclos de 60 Hz. Conseqüentemente, em 3 ciclos a corrente de curto-circuito diminui a 36,8 por cento de seu valor inicial, e praticamente desaparece em cerca de 10 ciclos. Então, enquanto a corrente inicial de curto-circuito de uma máquina de indução é relativamente alta comparada com sua corrente normal, o transitório usualmente desaparece com muita rapidez. Devido a este fato, os transitórios elétricos em máquinas de indução são em geral de pouco interesse.

Pode agora ser visto que os efeitos subtransitórios do Item 10-2 são muito semelhantes à superposição da ação de máquina de indução à ação de máquina síncrona. Os circuitos amortecedores usuais em máquinas síncronas são essencialmente equivalentes a rotores de gaiola. Os conjugados de amortecimento são conjugados de máquinas de indução; com uma boa aproximação, ambos variam linearmente com o escorregamento, na vizinhança da velocidade síncrona. Sob condições de curto-circuito, as correntes de amortecimento induzidas na máquina síncrona são comparáveis às correntes induzidas no rotor, necessárias para manter constantes os fluxos concatenados com o rotor no primeiro instante, na máquina de indução; ambos desvanecem muito rapidamente. Com efeito, durante o curto período subtransitório em seguida a uma perturbação em máquina síncrona, ocorrem efeitos de indução e síncronos combinados; quando o período subtransitório é passado, os efeitos transitórios síncronos permanecem.

10-7
DINÂMICA DA MÁQUINA SÍNCRONA

Problemas dinâmicos importantes aparecem em sistemas de máquinas síncronas, porque a operação satisfatória das máquinas exige a igualdade entre a velocidade mecânica do rotor e a velocidade do campo do estator, e porque forças sincronizantes, tendendo a manter esta igualdade, são postas em jogo sempre que a relação é perturbada. Se a velocidade instantânea de uma máquina síncrona em um sistema contendo outro equipamento síncrono decrescer ligeiramente, o decréscimo estará associado a um decréscimo no ângulo de carga se a máquina for um gerador, ou um aumento se for um motor. Por exemplo, se uma grande carga é subitamente aplicada ao eixo de um motor síncrono, o motor precisa diminuir a velocidade, ao menos momentaneamente, a fim de que o ângulo de carga possa assumir o valor aumentado necessário para suprir a carga adicionada. De fato, até que o novo ângulo seja atingido, uma porção apreciável da energia fornecida à carga vem da energia armazenada na massa rotativa conforme ela diminui a velocidade. Quando o novo valor de ângulo necessário é atingido pela primeira vez, o equilíbrio não é ainda obtido, pois a velocidade mecânica está abaixo da velocidade síncrona. O ângulo precisa momentaneamente aumentar ainda mais a fim de permitir recolocação do deficit de energia armazenada na massa rotativa. Os processos que se seguem envolvem uma série de oscilações em torno da posição final, mesmo quando o equilíbrio é por fim restaurado. A descrição exata de tais eventos pode ser dada somente em termos da equação diferencial eletromecânica associada, e a decisão sobre restauração de equilíbrio pode ser baseada somente na solução da equação.

Oscilações semelhantes, com as pulsações de corrente e potência que as acompanham, podem ser particularmente problemáticas em motores síncronos que acionam cargas cujos conjugados variam ciclicamente a uma freqüência bastante alta, como em motores de compressores alternativos de ar ou amoníaco. Se a freqüência natural de oscilação mecânica do motor síncrono se aproxima da freqüência de uma harmonica importante do conjugado no ciclo do compressor, resultam oscilações intoleráveis. Transitórios eletrodinâmicos de uma forma muito complicada mas da mesma natureza básica, ocorrem em sistemas de potência elétrica. A menos que sejam cuidadosamente investigados durante o planejamento do sistema, eles podem resultar em paralizações completas de amplas áreas.

a. A Equação Eletromecânica Básica

Como em todos os outros tipos de máquinas, a equação eletromecânica para uma máquina síncrona leva em conta três classes de conjugado agindo sobre os membros rotativos. Eles são: o conjugado de inércia, o conjugado eletromagnético T_e resultante de conversão de energia, e o conjugado mecânico no eixo T_{eixo} representando a entrada do motor primário ou a saída para girar a carga. Assim,

$$T_{inercia} + T_e = T_{eixo} \tag{10-33}$$

Esta equação, semelhantemente àquelas que seguem, é escrita especificamente com um gerador em mente. As mesmas equações podem ser aplicadas a um motor seguindo uma convenção de sinais apropriada. A convenção usada será dada após a forma final da equação.

O termo eletromagnético na Eq. 10-33, e freqüentemente a entrada ou a saída no eixo, podem ser obtidos mais convenientemente como potências do que como conjugados. Por isto, a equação é usualmente reescrita em forma de potência como

$$P_{inercia} + P_e = P_{eixo} \tag{10-34}$$

A potência de inércia decorre, naturalmente, da aceleração angular. A posição angular do eixo em qualquer instante é tomada como o ângulo elétrico δ entre um ponto sobre ele e uma referência que está girando à velocidade síncrona. Freqüentemente, em problemas simples, o ângulo δ é considerado idêntico ao ângulo de carga da máquina. A potência de inércia é então

$$P_{inercia} = P_j \frac{d^2\delta}{dt^2} \tag{10-35}$$

onde P_j é a potência de inércia por unidade de aceleração.

Quando δ é medido em radianos elétricos,

$$P_j = J \frac{2}{\text{polos}} \frac{2\pi n}{60} \tag{10-36}$$

onde J é o momento de inércia e n a velocidade em rpm. O fator 2/polos muda o ângulo elétrico para mecânico, e o fator $2\pi n/60$ muda conjugado para potência. O coeficiente P_j é usualmente considerado uma constante e avaliado com n igual à velocidade síncrona. Este procedimento é justificado pelo fato que as oscilações angulares tornam-se intoleráveis antes que a velocidade se afaste mais do que 1 ou 2 por cento da velocidade síncrona.

A potência eletromagnética P_e tem duas componentes. Uma componente é a *potência de amortecimento*, mencionada ao fim do item precedente. Como foi dito, é freqüentemente considerada como variando linearmente com o afastamento $d\delta/dt$ da velocidade síncrona. A segunda componente é a *potência síncrona* resultante do funcionamento de máquina síncrona e caracterizada pelas Eqs. 6-18, 6-19 e 6-30, para uma única máquina ligada a um barramento infinito. A equação eletromecânica 10-34 então torna-se

$$P_j \frac{d^2\delta}{dt^2} + P_d \frac{d\delta}{dt} + P(\delta) = P_{eixo} \tag{10-37}$$

onde P_d é a potência de amortecimento por unidade de afastamento em velocidade da síncrona, e o termo $P(\delta)$ indica que potência síncrona é uma função do ângulo δ.

A natureza específica da rede externa precisa ser conhecida antes que a função $P(\delta)$ possa ser identificada. Quando o problema é restrito ao caso de uma máquina ligada diretamente aos terminais de um sistema muito grande (ver o Item 6-5) e a saliência é ignorada, a função é $P_m \operatorname{sen} \delta$, onde P_m é a amplitude da curva senoidal de potência-ângulo. A Eq. 10-37 torna-se

$$P_j \frac{d^2\delta}{dt^2} + P_d \frac{d\delta}{dt} + P_m \operatorname{sen} \delta = P_{eixo} \tag{10-38}$$

Valores positivos de δ indicam funcionamento como gerador e portanto conversão de energia de forma mecânica a elétrica, valores positivos de P_{eixo} indicam entrada de potência mecânica ao eixo, valores positivos de $d\delta/dt$ indicam velocidades acima da velocidade síncrona, e finalmente valores positivos de $d^2\delta/dt^2$ indicam aceleração. Alternativamente, a convenção inversa pode ser usada. Isto é, valores positivos de δ podem indicar funcionamento como motor, valores positivos de P_{eixo} saída de potência mecânica pelo eixo, valores positivos de $d\delta/dt$

velocidades abaixo da velocidade síncrona, e valores positivos de $d^2\delta/dt^2$ desaceleração.

As Eqs. 10-37 e 10-38 são não-lineares. Um método de análise, aplicável para pequenas oscilações e ilustrado abaixo, é linearizar a expressão potência-ângulo. É simplesmente um caso especial de linearização em torno de um ponto de operação.

b. Análise Linearizada

Quando uma única máquina ligada a um grande sistema está sob estudo, está envolvida somente uma única equação diferencial, em vez de um sistema de tais equações. Se, além disso, as variações de δ são pequenas, o termo $P(\delta)$ na Eq. 10-37 pode ser substituído pela equação da inclinação da curva potência-ângulo no ponto de operação.

Quando δ varia entre cerca de $+\pi/6$ e $-\pi/6$ radianos elétricos, o seno do ângulo é aproximadamente igual ao ângulo em radianos. O termo $P_m \operatorname{sen}\delta$ na Eq. 10-38 pode então ser substituído pelo termo $P_s\delta$, onde P_s é o *coeficiente de sincronização*, ou inclinação da curva potência-ângulo, calculado na origem. A Eq. 10-38 torna-se

$$P_j \frac{d^2\delta}{dt^2} + P_d \frac{d\delta}{dt} + P_s\delta = P_{\text{eixo}} \qquad (10\text{-}39)$$

Como a equação agora é linear, sua solução em um caso particular pode ser obtida por métodos convencionais

---

EXEMPLO 10-3

Um motor síncrono de 200 HP, 2300 volts, trifásico, 60 Hz, 28 polos, 257 rpm, está ligado diretamente a um grande sistema de potência. O motor tem as seguintes características:

$GD^2 = 444$ kg.m^2 (motor mais carga)

Coeficiente de sincronização $P_s = 11{,}0$ kW/rad elét

Conjugado de amortecimento = 2400 N.m/(rad mec.s)

a. Estudar o modo de oscilação eletrodinâmica da máquina.

b. A carga mecânica nominal é subitamente aplicada ao eixo do motor, num instante em que ele está funcionando em regime permanente, mas em vazio. Estudar o transitório eletrodinâmico que se segue.

Solução

a. Ao longo desta solução, o ângulo δ será medido em graus elétricos em lugar de radianos. Este fator precisa ser levado em conta na obtenção de P_j, P_d, e P_s, a partir dos dados fornecidos.

A inércia é dada como GD^2 (massa vezes quadrado do raio de rotação), prática comum para grandes máquinas. Da Eq. 10-36 com o fator $\pi/180$ inserido para converter medida angular em graus,

$$P_j = 444 \times \frac{2}{28} \times \frac{2\pi(257)}{60} \times \frac{\pi}{180} = 14{,}9 \text{ watts/(grau elet . s}^2\text{)}$$

As demais constantes do motor em unidades apropriadas são

$$P_d = 2\pi \times 257 \times 2400 \times \frac{1}{60} \times \frac{\pi}{180} \times \frac{2}{28}$$

$$= 80{,}6 \text{ watts/(grau elet . s)}$$

$$P_s = 11{,}0 \times 1.000 = 11.000 \text{ watts/grau elet}$$

A equação homogênea que determina o modo de oscilação é então

$$14{,}9\frac{d^2\delta}{dt^2} + 80{,}6\frac{d\delta}{dt} + 11.000\delta = 0$$

A freqüência angular não amortecida e a razão de amortecimento são, respectivamente,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{11.000}{14{,}9}} = 27 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = \frac{80{,}6}{2\sqrt{14{,}9 \times 11.000}} = 0{,}10$$

O valor de ζ coloca a resposta transitória decididamente na região oscilatória, como ocorre para todas as máquinas síncronas. Qualquer perturbação na operação será seguida por uma oscilação com amortecimento relativamente lento do rotor, antes de operação em regime à velocidade síncrona ser reassumida. Uma grande perturbação pode, naturalmente, ser seguida por completa perda de sincronismo. A velocidade angular amortecida do motor é

$$\omega_d = 27\sqrt{1 - (0{,}10)^2} = 26{,}9 \text{ rad/s}$$

correspondendo a uma freqüência de oscilação amortecida de

$$f_d = \frac{26{,}9}{2\pi} = 4{,}3 \text{ Hz}$$

b. A plena carga de 200 HP é equivalente a $200 \times 746 =$

= 149.200 watts. O ângulo de operação em regime permanente é

$$\delta_\infty = \frac{149.200}{11\,000} = 13{,}6 \text{ graus elet}$$

As excursões angulares são caracterizadas pela equação

$$\delta = 13{,}6° \left[1 - 1{,}004\varepsilon^{-2{,}7t} \operatorname{sen} (26{,}9t + 84{,}3°)\right]$$

c. Análise Não-linear. Métodos de Áreas Iguais

Na maioria dos problemas dinâmicos sérios, as oscilações são de tal valor que a linearização precedente não é permissível. As equações do movimento precisam ser conservadas em forma não-linear, e os computadores analógicos ou digitais devem ser usados para auxiliar a análise. Para programar o estudo em um computador digital, utilizam-se métodos numéricos para solução de conjuntos de equações diferenciais.[1] O objetivo do estudo é usualmente determinar se sincronismo é mantido ou não, i.e., se o ângulo δ se estabelece ou não, em um valor de operação em regime permanente, após a máquina ter sido submetida a uma perturbação de valor considerável.

Para sistemas simples de máquinas síncronas, com amortecimento desprezível, pode-se utilizar a interpretação gráfica da energia armazenada na massa girante como um auxílio à determinação do máximo ângulo de oscilação, e para decidir a questão de manutenção de sincronismo. Devido à compreensão física que ele dá ao processo dinâmico, será discutida a aplicação do método para análise de uma única máquina ligada a um grande sistema.

Considere especificamente um motor síncrono com a curva potência-ângulo da Fig. 10-12. Com o motor inicialmente em vazio, o ponto de operação está na origem da curva. Quando uma carga mecânica P_{eixo} é subitamente aplicada, o ponto de operação caminha ao longo da senóide ABC e, se o sincronismo é mantido, finalmente se estabiliza no ponto B com um novo ângulo de carga δ_∞. Para atingir este novo ponto de operação, o motor precisa desacelerar ao menos momentaneamente sob a influência da diferença $P_{eixo} - P_m \operatorname{sen} \delta$ entre a potência exigida pela carga e a resultante da conversão eletromecânica de energia. Lembremos, agora, do processo de raciocínio que levou à Eq. 10-38, que P_{eixo} e $P_m \operatorname{sen} \delta$ são proporcionais aos conjugados correspondentes. Relembre-se também que a integral $T\,d\delta$ do conjugado em relação ao ângulo é energia. A área OAB na Fig. 10-12 é então proporcional à energia retirada da massa girante durante o período inicial, quando

[1] Veja, por exemplo, Glenn W. Stagg e Ahmed H. El-Abiad, "Computer Methods in Power System Analysis", McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.

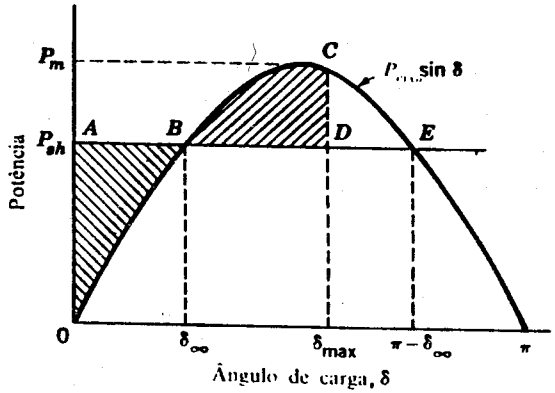


Fig. 10-12. Curva de potência-ângulo de um motor síncrono e potência requerida pela carga

a conversão eletromecânica de energia é insuficiente para suprir a carga no eixo. Quando o ponto B é atingido na primeira excursão, portanto, o rotor tem uma quantidade de movimento na direção de desaceleração. Agindo sob a influência desta, o rotor precisa passar do ponto B até um ponto em que uma igual quantidade de energia seja recobrada pela massa girante. O resultado é que o rotor vai ao ponto C e ao ângulo δ_{max}, onde

$$\text{Área } BCD = \text{área } OAB \qquad (10\text{-}40)$$

Após isso, na ausência de amortecimento, o rotor continua a oscilar

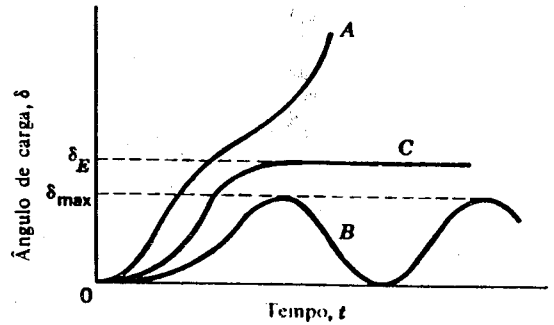


Fig. 10-13. Curvas de oscilação de uma máquina síncrona simples mostrando instabilidade (curva A), estabilidade (curva B), e o caso crítico (curva C).

entre os pontos O e C à sua freqüência natural. O amortecimento presente em qualquer máquina física determina que as oscilações sucessivas sejam de amplitudes decrescentes e finalmente resulta em equilíbrio dinâmico ao ponto B. Pode ser notada a analogia com as oscilações de um pêndulo.

Este *método de áreas iguais* fornece um meio direto para se determinar o máximo ângulo de oscilação. Ele também fornece uma indicação simples sobre a manutenção do sincronismo, e uma medida grosseira da margem de estabilidade. Assim, se a área $BCED$ na Fig. 10-12 é menor do que a área OAB, o momento desacelerante não pode nunca ser superado, e a curva ângulo-tempo segue o curso da curva A na Fig. 10-13, e o sincronismo é perdido. Por outro lado, se a área $BCED$ é maior do que a área OAB, o sincronismo é mantido com uma margem indicada pela diferença das áreas, e a curva ângulo-tempo segue a curva B na Fig. 10-13. A igualdade das áreas $BCED$ e OAB representa a solução limite de equilíbrio instável, para o qual é seguida a curva C.

EXEMPLO 10-4

Determinar a máxima carga no eixo que pode ser aplicada subitamente ao motor do Exemplo 10-3 quando está inicialmente operando em vazio. O coeficiente de sincronização de 11,0 kW por grau elétrico citado naquele exemplo é a inclinação inicial da curva potência-ângulo seguida sob estas condições. O amortecimento deve ser ignorado.

Solução

A inclinação inicial da curva senoidal potência-ângulo expressa em kilowatts por radiano é igual à amplitude da curva em kilowatts. Donde,

$$P_m = 11{,}0 \times \frac{180}{\pi} = 630\,\text{kW}$$

A carga P_{eixo} (Fig. 10-14) precisa ser ajustada de modo que

$$\text{Área } OAB = \text{área } BCD$$

$$\text{ou } P_{eixo}\delta_\infty - \int_0^{\delta_\infty} 630 \operatorname{sen}\delta\, d\delta = \int_{\delta_\infty}^{\pi-\delta_\infty} 630 \operatorname{sen}\delta\, d\delta - P_{eixo}(\pi - 2\delta_\infty)$$

Também, $$P_{eixo} = 630 \operatorname{sen}\delta_\infty$$

Uma solução por tentativas leva a

$$P_{eixo} = 455\,\text{kW} = 610\,\text{HP}$$

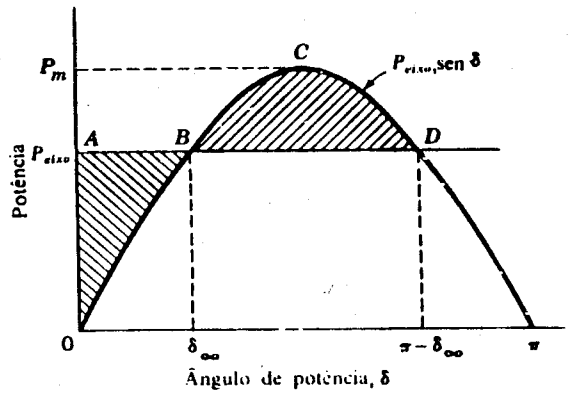


Fig. 10-14. Aplicação gráfica do critério de áreas iguais, Exemplo 10-4.

Note-se que o resultado é independente da inércia quando o amortecimento é desprezado. Sob estas circunstâncias, a inércia determina o período de oscilação mas não influencia a amplitude destas.

10-8 DINÂMICA DA MÁQUINA DE INDUÇÃO

Entre os motores de indução de potência (i.e., aqueles usados principalmente para acionamento de potência), os problemas dinâmicos mais comuns estão associados à partida, à frenagem e à habilidade do motor continuar a operação durante perturbações sérias do sistema de alimentação. Por exemplo, um problema típico em uma instalação industrial pode estar relacionado à capacidade de partir um motor grande, sem que outros motores paralelos cessem a operação normal devido à redução de tensão causada pela forte corrente do motor que está partindo.

Os métodos de representação de motores de indução em análises dinâmicas dependem, com extensão considerável, da natureza e complexidade do problema e das necessidades de precisão associadas. Quando os transitórios elétricos no motor devem ser incluídos, assim como os transitórios mecânicos (e especialmente quando o motor é um elemento importante em uma rede complexa), pode ser usado o circuito equivalente da Fig. 10-11. Em muitos problemas, entretanto, os transitórios elétricos na máquina de indução podem ser ignorados. Esta simplificação é possível porque, como foi ilustrado no Exemplo 10-2, o transitório elétrico cessa muito rapidamente — na maioria das vezes em um tempo curto comparado com a duração do transitório mecânico.

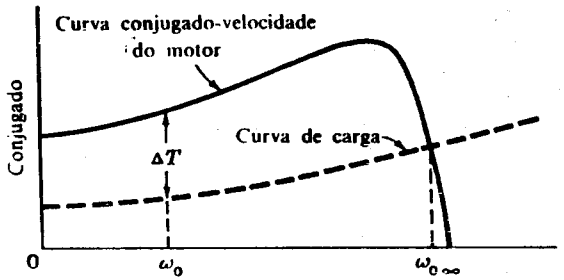


Fig. 10-15. Curva de conjugado-velocidade de um motor de indução e curva do conjugado de carga.

(Entre as principais exceções a esta afirmação estão grandes motores a 3600 rpm.) Nós nos restringiremos aqui a este tipo de problema.

A representação da máquina sob estas condições pode ser baseada na teoria de regime permanente, incluindo os circuitos equivalentes das Figs. 7-6 e 7-9, a curva conjugado-escorregamento da Fig. 7-10, e a relação conjugado-escorregamento (Eq. 7-23). O problema, então, torna-se o de chegar a uma representação suficientemente simples ainda que razoavelmente realística, que não complique injustificadamente a análise dinâmica, particularmente através de introdução de não-linearidades. Uma abordagem aplicável a problemas relativamente simples é o tratamento gráfico. O conjugado produzido pelo motor e o conjugado exigido pela carga são considerados funções não-lineares da velocidade, para as quais são fornecidos dados em forma de curvas. O procedimento é ilustrado no seguinte exemplo.

EXEMPLO 10-5

Um motor de indução polifásico tem a curva conjugado-escorregamento para tensão aplicada nominal mostrada na Fig. 10-15. Uma curva do conjugado necessário para manter a rotação da carga é também dada na Fig. 10-15. A inércia da carga e rotor é J, em unidades mks.

Considere-se a partida direta da linha, na tensão nominal, e que a curva de conjugado-velocidade em regime permanente representa o desempenho sob condições transitórias com suficiente exatidão. Mostrar como pode ser obtida a curva de velocidade em função do tempo.

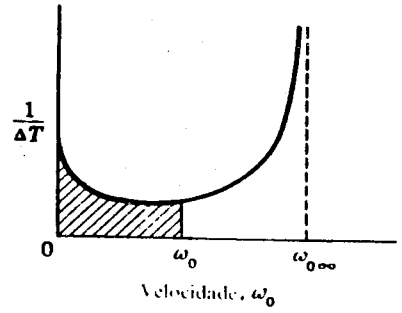


Fig. 10-16. Análise gráfica da partida de um motor de indução.

Solução

A qualquer velocidade do motor ω_o radianos mecânicos por segundo, o conjugado diferencial ΔT, diferença entre aquele produzido pelo motor e aquele exigido para girar a carga, é disponível para acelerar a massa girante. Conseqüentemente,

$$J\frac{d\omega_o}{dt} = \Delta T \tag{10-41}$$

O tempo necessário para atingir a velocidade ω_o é portanto

$$t = J\int_0^{\omega_o} \frac{1}{\Delta T}\, d\omega_o \tag{10-42}$$

A integral na Eq. 10-42 pode ser calculada graficamente traçando a curva de $1/\Delta T$ em função de ω_o e calculando a área entre a curva e o eixo ω_o até o valor correspondente ao limite superior da integral, procedimento este ilustrado na Fig. 10-16. A área pode ser calculada por planímetro, por contagem de pequenos quadrados na folha do gráfico, ou dividindo-a em segmentos uniformes e

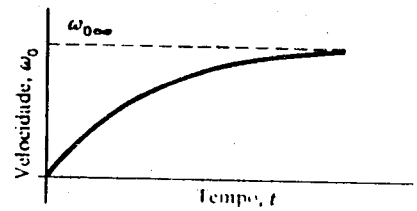


Fig. 10-17. Curva velocidade-tempo de um motor de indução durante a partida.

usando a ordenada média para cada seção. Esta área em unidades de radianos por segundo por newton.metro, vezes a inércia J em unidades mks, dá o tempo t em segundos. Os cálculos podem ser conduzidos convenientemente em forma tabular, para produzir um resultado do tipo mostrado na Fig. 10-17.

Os métodos analíticos são freqüentemente baseados em representações lineares por trechos da curva conjugado-escorregamento, ou de trechos convenientes desta curva. Por exemplo, esta curva é aproximadamente linear na região de operação normal com pequenos escorregamentos. Nesta região, pode ser usada a relação

$$T = ks \tag{10-43}$$

onde k é uma constante. Ou, se a tensão terminal é variável, pode ser utilizada a relação

$$T = k' V_1^2 s \tag{10-44}$$

para incorporar o fato de que, de acordo com a Eq. 7-23, o conjugado eletromagnético varia com o quadrado da tensão. Quando uma região mais ampla da curva conjugado-escorregamento está envolvida, podem ser necessárias diversas linhas retas. Alternativamente, é mostrado no Art. 7-5 que uma representação razoavelmente boa da relação conjugado-escorregamento, de acordo com a Eq. 7-23 é dada pela equação

$$\frac{T}{T_{max}} = \frac{2}{s/s_{max\,T} + s_{max\,T}/s} \tag{10-45}$$

onde T_{max} é o conjugado máximo e $s_{max\,T}$ é o escorregamento ao conjugado máximo.

EXEMPLO 10-6

O período de alta corrente, para a partida de um motor de indução, dura usualmente aproximadamente o tempo necessário para atingir o escorregamento $s_{max\,T}$ do máximo conjugado, após o qual a corrente decresce ao valor normal de funcionamento. Desenvolver uma expressão para o tempo t necessário para atingir a velocidade correspondente a $s_{max\,T}$ para um motor de indução partindo sob plena tensão.

A inércia combinada do rotor e do equipamento mecânico acoplado é J. O motor está em vazio na partida, e as perdas rotacionais devem ser desprezadas. Considere-se que a curva conjugado-escorregamento pode ser representada pela Eq. 10-45.

Solução

Sejam todas as quantidades, exceto o tempo t, expressas em por unidade. A base para o conjugado T pode ser o conjugado nominal do motor. A velocidade unitária é a velocidade síncrona para o motor, e s, naturalmente, é dado em por unidade pela expressão usual 4-3. A inércia J terá então as dimensões

$$\frac{\text{conjugado por unidade}}{\text{variação por unidade na velocidade, por segundo}}$$

Com n representando a velocidade do motor, a equação diferencial básica é então

$$J\frac{dn}{dt} = -J\frac{ds}{dt} = \frac{2T_{max}}{s/s_{max\,T} + s_{max\,T}/s}$$

Integrando:

$$t = -\frac{J}{2T_{max}}\left(\frac{1}{s_{max\,T}}\int_1^{s_{max\,T}} s\,ds + s_{max\,T}\int_1^{s_{max\,T}}\frac{ds}{s}\right)$$

$$= \frac{J}{2T_{max}}\left(\frac{1 - s_{max\,T}^2}{2s_{max\,T}} + s_{max\,T}\ln\frac{1}{s_{max\,T}}\right)$$

O desprezo das perdas rotacionais tende a fazer este resultado otimístico. Um apreciável conjugado pode ser necessário para girar o motor a velocidades muito baixas, por exemplo, especialmente se os mancais estão frios.

10-9 RESUMO

O estudo de transitórios elétricos em máquinas de c.a. é necessariamente um compromisso entre as análises detalhadas que podem ser feitas quando somente condições relativas a uma única máquina estão envolvidas, e os artifícios mais aproximados que precisam ser adotados para representação simplificada da máquina como um elemento de um sistema dinâmico. O problema básico é essencialmente o de transitórios em circuitos acoplados não-lineares. A questão mais importante do ponto de vista de sistemas é o de decidir sobre as aproximações admissíveis.

Do ponto de vista parcialmente intuitivo e empírico adotado neste capítulo, surge um quadro aproximado simples da máquina síncrona como um elemento de circuito. A máquina é essencialmente uma rea-

tância atrás da qual existe uma tensão facilmente determinada. No regime permanente, a reatância é a reatância síncrona, e a tensão interna é a tensão de excitação. Sob condições transitórias, a reatância decresce e torna-se a reatância transitória; a tensão interna associada é uma tensão dependente dos fluxos concatenados com o campo. Em alguns problemas, pode ser preciso levar em conta as correntes induzidas em enrolamentos de amortecimento usando a reatância subtransitória ainda mais baixa. O decréscimo da corrente de um estado a outro é manipulada por meio da constante de tempo apropriada. O conceito de uma reatância transitória é também aplicável à máquina de indução.

O ponto de vista de circuitos equivalentes simples é essencial para as análises de problemas dinâmicos relativos a sistemas de máquinas síncronas. Além disso, como mostrado no Item 10-6, os transitórios elétricos na máquina de indução típica freqüentemente cessam rapidamente em comparação com a duração dos transitórios mecânicos. Por isso, para muitos objetivos, o circuito equivalente para regime permanente pode ser usado também para análise dinâmica.

PROBLEMAS

10-1. As seguintes são as constantes de um gerador hidrelétrico, 35.000 kVA, 13,8 kV, 60 Hz: $x_d = 1{,}00$, $x'_d = 0{,}35$, $x''_d = 0{,}25$, $T'_{do} = 5{,}0$ s, $T''_d = 0{,}04$ s. As reatâncias estão em por unidade sobre as especificações do gerador como base. Este gerador alimenta a carga através de uma linha cuja reatância é 0,50 por unidade e cuja resistência é desprezível. Sob condições normais, o gerador está plenamente carregado, com um fator de potência terminal de 0,80 indutivo e tensão terminal nominal. Um curto-circuito trifásico ocorre no ponto de consumo da linha.

a. Calcular os valores antes do curto das tensões antes das reatâncias síncrona e transitória.
b. Calcular o maior valor inicial possível da componente contínua de corrente de curto-circuito na máquina.
c. Determinar a equação numérica para a corrente eficaz de curto-circuito do gerador, em função do tempo, após a ocorrência do curto. Ignorar a componente contínua.
d. Os disjuntores abrem após 0,15 s. A partir dos resultados de *c*, calcular o valor eficaz da corrente de curto-circuito do gerador imediatamente antes da abertura dos disjuntores.

10-2. Um motor síncrono de polos salientes, baixa velocidade, tem constantes que são indicadas na Tabela 10-1 como típicos para tal máquina. Ela é ligada a um barramento infinito através de um transformador cuja reatância é 0,07, relativamente à potência em kVA nominal do motor como base (as reatâncias do motor estão sobre a

mesma base). A tensão do barramento infinito é unitária. A excitação do motor é ajustada de modo que, sem carga no eixo, o transformador recebe 0,50 por unidade de potência reativa capacitiva do barramento à entrada do transformador. As perdas no motor são desprezíveis.

a. Para fins de análise da resposta do motor a uma carga subitamente aplicada ao eixo, o motor será usualmente representado por sua reatância transitória de eixo direto com uma tensão constante antes desta reatância, igual ao valor existente antes da carga ter sido aplicada. Determinar a equação numérica para a curva potência-ângulo relativamente ao barramento infinito sob estas condições. Esboçar esta curva aproximadamente em escala.
b. Quando a carga é aplicada muito lentamente, a curva potência-ângulo correspondente é determinada pelos princípios de regime permanente dos Caps. 4 e 6. Considere-se que a teoria de rotor cilíndrico deve ser usada, com o motor representado por sua reatância síncrona de eixo direto. Como um ajuste aproximado para a saturação, o valor não-saturado da Tabela 10-1 deve ser multiplicado por 0,8 e considerado constante neste valor. Determinar a equação numérica para a curva potência-ângulo sob estas condições esboçando-a no mesmo gráfico de *a*.
c. Repetir *b*, mas usando a teoria de polos salientes. Considere-se que a reatância síncrona do eixo em quadratura não é afetada pela saturação.
d. Calcular o valor simétrico inicial da corrente de curto-circuito por unidade no transformador para um curto-circuito trifásico nos terminais de entrada.

10-3. Enquanto um alternador está submetido a um ensaio padronizado de curto-circuito numa fábrica, o curto-circuito é subitamente removido. Antes de sua remoção, estava circulando a corrente de curto-circuito de regime permanente nominal. As constantes da máquina são $x_d = 1{,}20$, $x_q = 0{,}80$, $x'_d = 0{,}40$, $x'_q = 0{,}80$, $T'_{do} = 5$ s, $T'_d = 1{,}67$ s. Não há circuitos de amortecimento efetivos, seja no eixo direto ou em quadratura, e a resistência e indutância da excitatriz podem ser consideradas desprezíveis.

Determinar a expressão numérica para a corrente de campo por unidade em função do tempo após a remoção do curto-circuito.

10-4. Quedas particularmente severas na tensão terminal do gerador são produzidas pela aplicação de cargas indutivas a fator de potência nulo ou quase nulo. A corrente de partida de um motor grande é uma carga deste tipo.

Considere-se um gerador síncrono, funcionando inicialmente em vazio sob tensão terminal normal. Uma carga indutiva simétrica x_C é subitamente aplicada a seus terminais. A tensão de campo não é alterada, e o gerador continua a girar à velocidade síncrona. Desprezar a saturação.

a. Mostrar que a variação da tensão terminal com o tempo após a aplicação de carga é dada por

$$V_t = E_{f0}\frac{x_C}{x_d + x_C} + E_{f0}\left(\frac{x_C}{x'_d + x_C} - \frac{x_C}{x_d + x_C}\right)\varepsilon^{-t/T'_d}$$

onde E_{f0} é a tensão de excitação antes da carga e

$$T'_d = T'_{do}\frac{x'_d + x_C}{x_d + x_C}$$

b. Calcular os valores de tensão em por unidade quando $x_d = 1{,}10$, $x'_d = 0{,}20$, $x_C = 1{,}25$, e $T'_{do} = 5{,}0$ s. As reatâncias são valores por unidade. Os valores para a máquina são típicos de grandes turbogeradores. O valor para x_C, a tensão normal, carregará o gerador até aproximadamente sua capacidade reativa contínua a fator de potência nulo.

10-5. Um turbogerador trifásico é especificado para 13,8 kV (tensão de linha), 110 000 kVA. Suas constantes, com reatâncias expressas em por unidade em relação aos valores nominais da máquina como base, são

$$x_d = 1{,}10 \qquad x'_d = 0{,}20 \qquad T'_d = 1{,}0\text{ s}$$

Ele está funcionando em vazio a uma tensão terminal de 1,00 por unidade, quando ocorre um curto-circuito trifásico em seus terminais. Exceto na parte *g*, ignorar a componente contínua na corrente de curto-circuito. Apresentar as respostas numéricas por unidade e em ampères.

a. Qual é a corrente eficaz de curto-circuito em regime permanente? Faz sentido físico a corrente de curto-circuito de regime permanente ser mais baixa do que a corrente nominal como aqui? Explicar.

b. Escrever a equação numérica para a corrente instantânea na fase *a* em função do tempo. Considerar que o curto ocorre quando o ângulo entre o eixo da fase *a* e o eixo direto é 90°. Por não se considerar a componente contínua, esta é a corrente *simétrica* de curto-circuito.

c. Escrever a equação numérica para a envoltória da onda de corrente de curto-circuito em função do tempo.

d. Usando os resultados da parte *c*, escrever a equação numérica que mostra como o valor eficaz da corrente de curto-circuito varia com o tempo.

e. Que valor é dado pela expressão em *d* para $t = 0$? Este é conhecido como a corrente eficaz *simétrica inicial* de curto-circuito.

f. Generalizar o resultado de *d*, escrevendo a equação para a corrente eficaz simétrica de curto-circuito em função do tempo, da tensão inicial antes da reatância transitória, e das constantes da máquina.

g. Na parte *b*, supor que o curto ocorre no instante em que o valor do ângulo inicial é diferente de 90°. O valor de i_a para $t = 0$ será então não nulo. Mas desde que o enrolamento da fase *a* é um circuito de resistência-indutância, a corrente completa de fase *a* não pode mudar instantaneamente de zero. Então precisa estar presente em i_a uma componente contínua para acomodar a situação. Esta componente cessa rapidamente. Determinar o máximo valor inicial possível da componente contínua.

10-6. A máquina no Prob. 10-5 tem as constantes

$$x''_d = 0{,}10 \qquad T''_d = 0{,}035\text{ s}$$

além daquelas já fornecidas. Resolva o Prob. 10-5, exceto para a parte *b*, com os efeitos subtransitórios incluídos assim como os efeitos transitórios. Na parte *f*, a tensão inicial antes da reatância subtransitória precisa também ser refletida. Na parte *g*, ainda permanece o princípio de que a componente contínua precisa preservar a continuidade de corrente de fase instantânea, imediatamente antes e imediatamente após o curto-circuito.

10-7. Um motor de indução com rotor enrolado, 4 polos, 440 volts, trifásico, 60 Hz, ligado em Y, tem as seguintes constantes em ohms por fase referidas ao estator: $x_1 = x_2 = 0{,}055$, $x_\varphi = 2{,}23$, $r^1 = 0{,}0054$, $r_2 = 0{,}0071$. O motor é alimentado na tensão terminal normal através de uma reatância série de 0,03 ohms por fase, representada por um banco de transformadores abaixadores. O motor está plenamente carregado, os anéis coletores estão curto-circuitados, e o rendimento e fator de potência são 90,5 e 90,0 por cento, respectivamente.

Um curto-circuito trifásico ocorre nos terminais de alta tensão do banco de transformadores. Determinar a corrente simétrica inicial de curto-circuito no motor, e mostre como ela decresce.

10-8. Os compressores alternativos de ar ou de amoníaco requerem um conjugado que flutua periodicamente em torno de um valor médio permanente. Para uma unidade de 2 ciclos, as harmônicas de conjugado têm freqüências em ciclos por segundo que são múltiplos da velocidade em revoluções por segundo. Quando, como é comumente o caso, os compressores são acionados por motores síncronos, os harmônicos de conjugado causam flutuação periódica do ângulo de carga δ e podem resultar em pulsações de corrente e potência ao motor indesejavelmente altas. É portanto essencial que, para as harmônicas significativas, a resposta eletrodinâmica do motor seja mantida no mínimo.

a. Para investigar a resposta do motor a harmônicos de conjugado, utilizar a análise linearizada. Seja

$$P_{eixo} = P_{eixom} \operatorname{sen} \omega t$$

onde P_{eixom} corresponde à amplitude da pulsação de harmonica de conjugado cuja freqüência angular é ω. Demonstrar então que a equação diferencial pode ser escrita

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{d\delta}{dt} + \omega_n^2 \delta = \frac{P_{eixom}}{P_j} \operatorname{sen} \omega t$$

Identificar estas grandezas em termos de P_s, P_d e P_j.

b. Mostrar que a expressão fasorial para a solução em regime permanente é

$$\Delta = \frac{P_{eixom}/P_j}{(\omega_n^2 - \omega^2) + j2\zeta\omega_n\omega}$$

c. O motor que aciona o compressor é o do Exemplo 10-3. O compressor tem uma harmônica de conjugado de primeira ordem com uma amplitude de 785. N.m e uma freqüência de 4,3 Hz. Determinar o máximo desvio no ângulo de carga δ e a correspondente pulsação de potência síncrona.

d. Se um volante é adicionado para elevar o GD^2 total a 696 kg.m^2, repetir o cálculo de *c*, e comparar os resultados.

10-9. As condições ideais para a sincronização de um alternador com um sistema de potência elétrica são que a tensão do alternador seja a mesma que a do barramento do sistema, em módulo, fase, e freqüência. Qualquer afastamento destas condições resulta em indesejáveis surtos de corrente e potência indesejáveis, acompanhados de uma oscilação eletromecânica do rotor do alternador. Enquanto as oscilações não são demasiado violentas, elas podem ser investigadas pela análise linearizada.

Considere-se um alternador acionado por motor diesel, de 2500 kW, fator de potência 0,80, 25 Hz, 26 polos, e que deve ser sincronizado a um sistema a 25 Hz, suficientemente grande para ser considerado um barramento infinito. O GD^2 do alternador, motor, e volante associado, é de 31600 kg.m^2. O coeficiente de amortecimento de potência P_d é 3600 watts por grau elétrico por segundo, e o coeficiente de sincronização P_s é $1{,}21 \times 10^5$ watts por grau elétrico. P_d e P_s podem ser considerados constantes. Em todos os casos abaixo, a tensão terminal é ajustada a seu valor correto. O regulador do motor é suficientemente insensível de modo que ele não age durante o período de sincronização.

a. Considere-se o alternador inicialmente ajustado à velocidade correta, mas que é sincronizado fora de fase por 20 graus elétricos, com o alternador adiantado ao barramento. Obter uma expressão numérica para as oscilações eletromecânicas que se seguem. Calcular também o maior valor do conjugado exercido sobre o rotor durante o período de sincronização. Ignorar as perdas, e expressar este conjugado como uma percentagem do conjugado correspondente aos valores nominais.

b. Repetir *a* com o alternador sincronizado no ângulo apropriado mas com a velocidade inicialmente ajustada 1,0 Hz mais rápida.

c. Repetir *a* com o alternador inicialmente adiantado ao barramento por 20 graus elétricos e com a velocidade inicialmente ajustada 1,0 Hz mais rápida.

10.10. Um motor síncrono de potência de entrada nominal de 10 000 kVA, é ligado a um barramento infinito por um alimentador curto cuja impedância é puramente reativa. O motor é especificado para 60 Hz, 600 rpm, e tem um GD^2 total de 21100 kg.m^2 (incluindo a carga no eixo). A curva potência-ângulo sob condições transitórias 2,00 sen δ, onde a amplitude está em por unidade, na base de 10 000 kVA.

a. Com o motor funcionando inicialmente em vazio, uma carga de 10 000 kW é subitamente aplicada ao eixo. O motor permanece em sincronismo?

b. Que carga pode ser subitamente aplicada ao eixo sem perda de sincronismo?

c. Considere-se que a carga subitamente aplicada é mantida por apenas 0,2 s, e a seguir decorre um tempo comparativamente longo antes de qualquer carga ser novamente aplicada. Determinar o valor máximo de uma tal carga que ainda permitirá a manutenção do sincronismo. Usar o critério de áreas iguais como auxílio no processo. Para fins de cálculo do ângulo δ a 0,2 s, ignorar o amortecimento, utilizando a análise linearizada,

na qual a curva potência-ângulo é aproximada por uma linha reta passando pela origem e pelo ponto de 60°.

10-11. *a.* Um motor síncrono polifásico está inicialmente funcionando em vazio. Uma carga mecânica que requer conjugado nominal é subitamente aplicada ao eixo. Esboçar a curva de velocidade instantânea em função do tempo imediatamente após aplicação de carga.

b. Repetir *a* com o motor síncrono substituído por um motor de indução polifásico.

c. Se suas duas curvas em *a* e *b* são diferentes em algum aspecto, pedem-se as razões básicas para estas diferenças.

10-12. Um motor de indução polifásico tem perdas rotacionais do rotor desprezíveis e está acionando uma carga de inércia pura. O momento de inércia do rotor mais carga é J unidades mks.

a. Obter uma expressão para a perda de energia do rotor durante a partida. Expressar o resultado em termos de J e a velocidade angular síncrona ω_s.

b. Obter uma expressão para a perda de energia do rotor associada à inversão da velocidade, a partir da velocidade plena para a frente, por inversão da seqüência de fases da fonte de tensão. Expressar o resultado em termos de J e ω_s.

c. Especificar e discutir o grau de dependência dos resultados em *a* e *b*, quanto ao esquema de limitação de corrente que pode ser usado durante a partida e a inversão.

d. Um motor de indução de gaiola, 5 HP trifásico, 4 polos, 60 Hz, tem um rendimento a plena carga de 85,0 por cento. O GD^2 total do rotor mais carga é 0,063 kg.m^2. As perdas totais do motor por ocasião da inversão podem ser consideradas iguais a 2,25 vezes as perdas do rotor. A diminuição de ventilação, proveniente da velocidade média mais baixa durante a inversão, deve ser ignorada.

Usando o resultado de *b*, calcular o número de vezes por minuto que o motor pode ser invertido sem que seu aumento de temperatura permitido seja excedido.

e. Discutir o otimismo ou pessimismo do resultado de *d*.

10-13. Abaixo estão alguns pontos da curva conjugado-velocidade de um motor de indução de gaiola, trifásico, com tensão aplicada nominal simétrica:

Conjugado, por unidade	0	1,00	2,00	3,00	3,50	3,25	3,00
Velocidade, por unidade	1,00	0,97	0,93	0,80	0,47	0,20	0

A velocidade unitária é a velocidade síncrona; o conjugado unitário é o conjugado nominal. O motor está acoplado a uma máquina operatriz que requer conjugado nominal independente da velocidade. A inércia do motor mais carga é tal que são necessários 1,2 s para trazê-los à velocidade nominal, com um conjugado *acelerante* constante igual ao conjugado nominal.

Com o motor acionando a carga sob condições permanentes normais, a tensão em seus terminais subitamente cai a 50 por cento do valor nominal, devido a um curto-circuito na vizinhança. A tensão permanece a este valor reduzido por 0,6 s e é então restaurada a seu pleno valor por eliminação do curto-circuito. O dispositivo de proteção para subtensão no motor não opera. O motor irá parar? Se não, qual é sua velocidade mais baixa? Despreze quaisquer efeitos de importância secundária.

10-14. Um motor de indução de rotor enrolado, 230 volts, trifásico, ligado em Y, 6 polos, 60 Hz, tem uma reatância de dispersão de estator mais rotor de 0,50 ohm por fase, referida ao estator, um momento de inércia de rotor mais carga de 1,0 kg.m^2, perdas desprezíveis (exceto pela perda no cobre do rotor), e corrente de excitação desprezível. É ligado a uma fonte simétrica de 230 volts e aciona uma carga de inércia pura. Com partida direta da linha, a resistência do circuito do rotor é ajustada de modo que o motor traga a carga do repouso até a metade da velocidade síncrona, no mais curto tempo possível.

Determinar o valor da resistência de rotor referida ao estator e o tempo mínimo para atingir metade da velocidade síncrona.

10-15. Um motor de indução trifásico está funcionando em regime permanente com escorregamento s_1. Pela troca súbita de dois terminais do estator, o motor deve ser freiado rapidamente. Usar a notação e hipóteses do Exemplo 10-6 e considerar o motor em vazio.

a. Desenvolver uma expressão para o tempo de frenagem do motor.

b. Supor que o motor deve ter a rotação invertida, em lugar de ser simplesmente freiado. Desenvolver uma expressão para o tempo de reversão.

10-16. Um motor de indução de gaiola, 4160 volts, 2500 HP, 2 polos, trifásico, 60 Hz, está acionando uma bomba alimentadora de caldeira em uma instalação de geração elétrica. A tabela abaixo apresenta alguns pontos da curva conjugado-velocidade do motor à tensão nominal, a velocidade sendo em percentagem da velocidade síncrona e o conjugado em percentagem do conjugado nominal. Também estão na tabela os conjugados da bomba alimentadora de caldeira expressos em percentagem do conjugado nominal do motor. O sistema parte

à tensão nominal com a válvula de escoamento aberta, mas trabalhando contra uma válvula de retenção, até que a pressão da bomba iguala a pressão do sistema. A porção linear da característica da bomba entre 0 e 10 por cento de velocidade representa o conjugado inicial. A velocidade de 92 por cento a válvula de retenção abre, e há uma descontinuidade na inclinação da curva da bomba. A 98 por cento da velocidade o motor produz seu conjugado máximo.

Velocidade percentual	0	10	30	50	70	90	92	98	99.5
Conjugado percentual do motor	75	75	75	75	80	125	155	240	100
Conjugado percentual da bomba	15	0+	4	12	26	42	44	87	100

A inércia do sistema é tal que a energia de 5400 kW.s está armanada na massa girante à velocidade síncrona.

a. Determinar o tempo necessário para a válvula de retenção abrir após a tensão nominal ser aplicada ao motor.
b. Determinar o tempo necessário para atingir o ponto de máximo conjugado do motor.

10-17. Para o sistema da bomba alimentadora de caldeira do Prob. 10-16, considere-se que o motor precisa ocasionalmente partir com a tensão do motor a 80 por cento de seu valor nominal. O conjugado do motor pode ser considerado proporcional ao quadrado da tensão.

a. Determinar o tempo necessário para a válvula de retenção abrir.
b. A que valor pode a tensão de partida do motor ser reduzida, sem impedir que a água seja entregue ao sistema?

11
Motores de C. A. de Pequena Potência

Os motores de pequena potência, ou seja, motores cuja potência é especificada em fração de cavalo-vapor, fornecem potência para todos os tipos de equipamentos na casa, escritório, e fábrica. Eles diferem de motores de motores de potências maiores pela ampla variedade de projetos e características disponíveis, em decorrência das necessidades econômicas e especiais de sua aplicação. Além disso, os motores de c.a. de pequena potência são quase todos projetados para, e utilizados em, linhas monofásicas.

Embora os motores de c.a. de pequena potência sejam de construção relativamente simples, eles são consideravelmente mais difíceis de analisar do que os motores trifásicos maiores. Boa parte do projeto é desenvolvida construindo e ensaiando motores protótipos, até conseguir o desempenho desejado. Programas de projeto por computador estão sendo usados para realizar projetos mais exatos no papel, e reduzir a quantidade de tentativas para obter o desempenho desejado. Neste capítulo descreveremos qualitativamente os vários tipos de motores, em termos da teoria de campos girantes, e finalmente desenvolveremos um método de análise apropriado para motores difásicos, do qual podem ser calculadas as

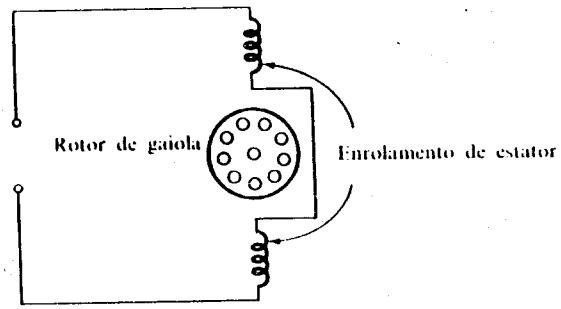


Fig. 11-1. Motor de indução monofásico elementar.

características de partida e funcionamento de motores de indução monofásicos[1].

O motor de c.a. série, também chamado de motor universal, é muito empregado em ferramentas portáteis, aspiradores de pó, e equipamento de cozinha, onde sua alta velocidade resulta em alta potência mecânica por unidade de tamanho do motor. Estes motores são freqüentemente usados com dispositivos de estado sólido para controle de velocidade e serão tratados neste capítulo.

11-1 MOTORES DE INDUÇÃO MONOFÁSICOS — EXAME QUALITATIVO

Estruturalmente, os tipos mais comuns de motores de indução monofásicos se assemelham a motores polifásicos de gaiola, exceto pelo arranjo dos enrolamentos de estator. Um motor de indução com rotor em gaiola e um enrolamento de estator monofásico é representado esquematicamente na Fig. 11-1. Em lugar de ser uma bobina concentrada, o enrolamento de estator real é distribuído em ranhuras de modo a produzir uma distribuição espacial de fmm aproximadamente senoidal. Um tal motor inerentemente não tem conjugado de partida, mas se partir por meios auxiliares, ele continuará a girar. Antes de considerar os métodos auxiliares de partida, serão descritas as propriedades básicas do motor elementar da Fig. 11-1.

Observando as condições com o rotor em repouso, conclui-se imediatamente que não é produzido nenhum conjugado de partida. Da Fig. 11-1, é evidente que o eixo do campo do estator permanece em

[1] Para um tratamento amplo de motores de pequena potência, veja C. G. Veinott, "Fractional- and Subfractional Horsepower Electric Motors", McGraw-Hill Book Company, New York, 1970.

posição fixa ao longo do eixo da bobina. Com corrente alternada na bobina do estator, a onda de fmm do estator é estacionária no espaço mas pulsa em módulo, e a intensidade de campo do estator alterna em polaridade, e varia senoidalmente com o tempo. As correntes que são induzidas no rotor por ação de transformador, são em tal direção de modo a produzir uma fmm opondo-se à fmm do estator. O eixo da onda de fmm do rotor coincide com o do campo do estator, o ângulo de carga portanto é nulo, e nenhum conjugado de partida é produzido. O motor é meramente um transformador estático monofásico com um secundário curto-circuitado.

As condições não são tão simples, entretanto, quando se faz girar o rotor. Dois pontos de vista diferentes podem ser adotados para explicar a operação do motor: o primeiro é deduzir as condições daquelas já estabelecidas para motores polifásicos; a segunda é começar de novo e mostrar que, sob certas circunstâncias, as condições necessárias para a produção de conjugado motor são satisfeitas. Ambos os pontos de vista, naturalmente, levam aos mesmos resultados, e ambos podem ser apresentados em termos quantitativos. Os métodos analíticos resultantes são conhecidos como a *teoria de campos girantes* e a *teoria de campos cruzados*, respectivamente. Os dois pontos de vista têm suas vantagens, mas no conjunto há pequena escolha entre eles para efeito de cálculos.

De acordo com a teoria de campos cruzados, quando o rotor é posto a girar, há, além da tensão de transformador, uma tensão gerada no rotor em virtude de sua rotação no campo estacionário de estator. Na Fig. 11-1, por exemplo, as tensões rotacionais nos condutores do rotor estão todas em uma direção na metade superior do rotor e todas na outra direção na metade inferior. A tensão rotacional produz uma componente de corrente no rotor e uma onda componente de fmm no rotor, cujo eixo está deslocado 90 graus elétricos do eixo do estator. O ângulo de carga para esta componente de fmm do rotor é 90°, e é obtido um conjugado. Uma análise mais detalhada mostrará que este conjugado está na direção de rotação e que são satisfeitas as condições necessárias para a produção continuada de conjugado.[1]

O raciocínio na teoria de campos girantes é que, se é produzido um campo magnético girante, então resulta um conjugado de motor de indução. Além disso, este conjugado será quantitativamente similar ao de um motor polifásico tratado no Cap. 7, e aproximadamente pode ser esperado o mesmo tipo de desempenho. O tratamento de motores de indução monofásicos no resto deste capítulo será do ponto de vista de campos girantes.

[1] Para discussão e aplicação da teoria de campos cruzados, veja *ibid.*, cap. 2.

Considere-se o motor elementar da Fig. 11-1, cujo enrolamento de estator desenvolvido para um polo é representado esquematicamente pelos lados concentrados da bobina na Fig. 11-2*a*. Lembre-se, entretanto, que na realidade o enrolamento de estator está distribuído em diversas ranhuras de modo a produzir uma distribuição espacial de fmm aproximadamente senoidal, centrada no eixo da bobina. Se harmônicas espaciais são desprezadas, a onda espacial de fmm do estator F_1 pode então ser expressa

$$F_1 = F_{1(pico)} \cos \theta \qquad (11\text{-}1)$$

onde θ é o ângulo espacial elétrico medido a partir do eixo da bobina do estator e $F_{1(pico)}$ é o valor instantâneo da onda de fmm no eixo da bobina e é proporcional à corrente instantânea no estator. Se a corrente do estator varia senoidalmente, então $F_{1(pico)}$ varia senoidalmente com o tempo, como mostrado na Fig. 11-2*b*. As distribuições espaciais da fmm do estator F_1 correspondentes a diversos instantes de tempo estão mostradas na Fig. 11-2*a*. A onda da fmm do estator é estacionária, e sua amplitude varia senoidalmente com o tempo.

Para fins analíticos, esta onda estacionária pulsante pode ser decomposta em duas ondas progressivas de amplitudes constantes. Considere-se que a fmm pulsante do estator pode ser representada por um fasor espacial de comprimento variável, apontando para cima durante metade do tempo, e para baixo na outra metade, e tendo módulo e sentido determinados pelo módulo e sentido instantâneos da corrente do estator. Este fasor espacial é mostrado pelas setas verticais na Fig. 11-2*c* para os mesmos instantes de tempo indicados na Fig. 11-2*a* e *b*. Mas pode ser visto da Fig. 11-2*c* que um tal fasor pode ser considerado

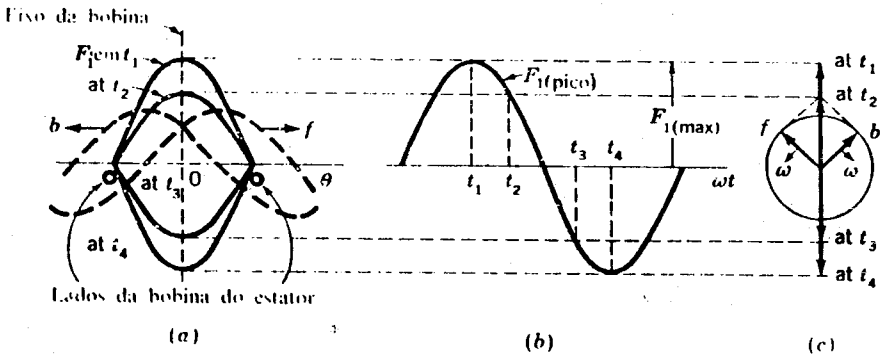


Fig. 11-2 Ondas de força magnetomotriz em um motor de indução monofásico. (*a*) Ondas espaciais. (*b*) Variações no tempo. (*c*) Representação por fasores espaciais.

como a soma de dois fasores iguais girando em direções opostas, cada fasor componente tendo um comprimento constante igual à metade do comprimento máximo do fasor pulsante original. Conseqüentemente, a onda de fmm pulsante do estator pode ser dividida em duas ondas girantes de módulos iguais. Estas ondas componentes giram em direções opostas, à velocidade síncrona. As ondas girantes de fmm para a frente e para trás, *f* e *b*, são mostradas tracejadas na Fig. 11-2*a* para o instante de tempo t_2, e os vetores girantes correspondentes que as representam são *f* e *b* na Fig. 11-2*c*.

As mesmas conclusões podem ser alcançadas por métodos analíticos. A análise é essencialmente a mesma da teoria de campos girantes do Item 3-4 exceto que agora nós temos somente uma fase de estator, enquanto no Item 3-4 as fmms estavam envolvidas de 3 fases de estator. Assim, se a corrente do estator é uma função co-seno do tempo, o valor instantâneo do pico espacial da onda pulsante de fmm é

$$F_{1(pico)} = F_{1(max)} \cos \omega t \qquad (11\text{-}2)$$

onde $F_{1(max)}$ é o valor de pico correspondente à máxima corrente instantânea. Conseqüentemente, por substituição da Eq. 11-2 na Eq. 11-1, a onda de fmm como uma função de tempo e espaço é

$$F_1 = F_{1(max)} \cos \omega t \cos \theta \qquad (11\text{-}3)$$

e, da relação para o produto de dois co-senos,

$$F_1 = 1/2 F_{1(max)} \cos (\theta - \omega t) + 1/2 F_{1(max)} \cos (\theta + \omega t) \qquad (11\text{-}4)$$

Cada um dos termos em co-seno na Eq. 11-4 descreve uma função senoidal do ângulo espacial θ. Cada um tem um valor de pico de metade da amplitude máxima da onda pulsante, e um ângulo de fase espacial ωt. Ambas as ondas estão centradas sobre o eixo do enrolamento de estator no instante em que a fmm de estator tem seu valor máximo. O ângulo ωt provê rotação de cada onda em redor do entreferro à velocidade angular constante ω radianos elétricos por segundo, e as ondas caminham em direções opostas. A primeira onda, cujo argumento é $\theta - \omega t$, caminha na direção de θ crescente; a segunda onda, cujo argumento é $\theta + \omega t$, caminha na direção de θ decrescente. Com um enrolamento polifásico balanceado, as componentes que giram no sentido dos ângulos decrescentes cancelam, deixando somente as componentes no sentido crescente, como na Eq. 3-36 para um enrolamento trifásico. Para um enrolamento monofásico, entretanto, as componentes *f* e *b* estão presentes. Assim, a Eq. 11-4 leva à mesma conclusão daquela obtida por meio do diagrama fasorial da Fig. 11-2*c*.

Cada uma destas ondas componentes de fmm produz ação de

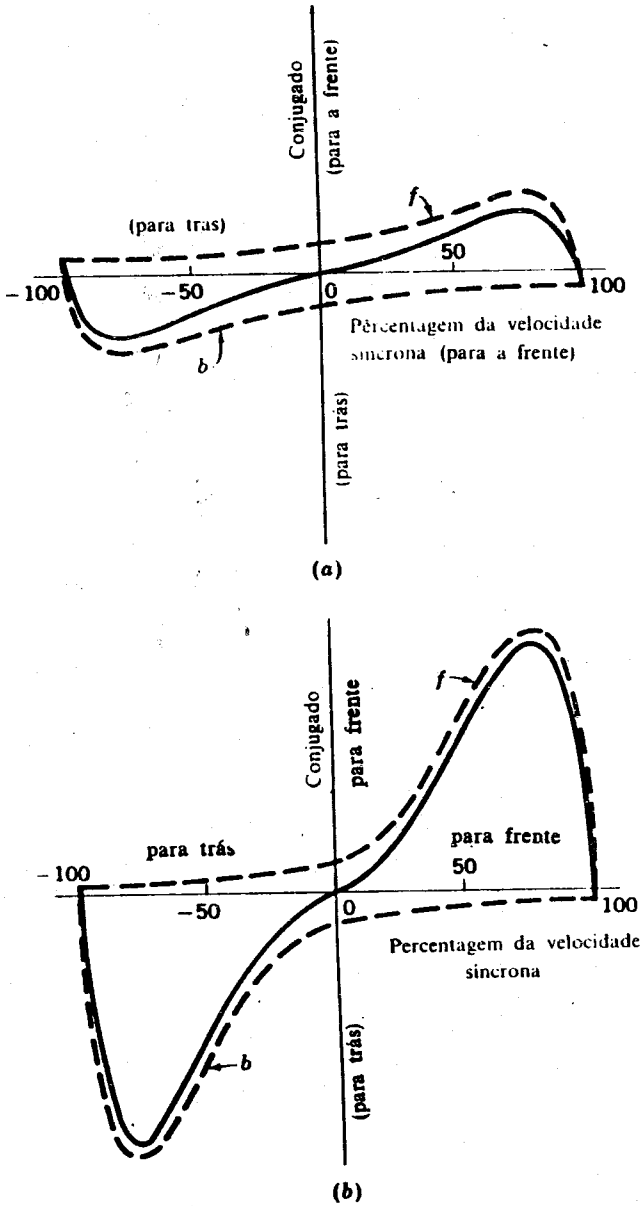


Fig. 11-3. Característica de conjugado-velocidade de um motor de indução monofásico. (*a*) Com base em ondas de fluxo *f* e *b* constantes. (*b*) Levando em conta alterações nas nas ondas de fluxo

motor de indução, mas os conjugados correspondentes estão em direções opostas. Com o rotor em repouso, as ondas de fluxo de entreferro *f* e *b*, criadas pelas fmms combinadas de correntes de estator e rotor, são iguais, os conjugados componentes são iguais, e nenhum conjugado de partida é produzido. Se as ondas de fluxo de entreferro *f* e *b* permanecem iguais quando o rotor está girando, cada um dos campos componentes produzirá uma característica conjugado-velocidade semelhante àquela de um motor polifásico com impedância de dispersão de estator desprezível, como ilustrada pelas curvas tracejadas *f* e *b* na Fig. 11-3*a*. A característica de conjugado-velocidade resultante, que é a soma algébrica das duas curvas componentes, mostra que se o motor partisse por meios auxiliares, ele produziria conjugado na direção inicial de rotação.

A suposição de que as ondas de fluxo de entreferro permanecem iguais quando o rotor está em movimento é uma simplificação um tanto drástica do estado real das coisas. Em primeiro lugar, os efeitos da impedância de dispersão do estator são ignorados. Além disso, os efeitos das correntes induzidas no rotor não são apropriadamente levados em conta. Estes efeitos serão finalmente incluídos na teoria quantitativa detalhada do Item 11-4. A seguinte explicação qualitativa mostra que o desempenho de um motor de indução monofásico é consideravelmente melhor do que aquele deduzido da hipótese de ondas de fluxo *f* e *b* iguais.

Quando o rotor está em movimento, as correntes componentes no rotor induzidas pelo campo *b* são maiores do que com rotor parado e seu fator de potência é menor. Sua fmm, que se opõe àquela da corrente de estator, resulta em uma redução da onda de fluxo *b*. Inversamente, o efeito magnético das correntes componentes induzidas pelo campo *f* é menor do que com rotor parado, porque as correntes de rotor são menores, e seu fator de potência é mais alto. Conforme a velocidade aumenta, portanto, a onda de fluxo *f* aumenta enquanto a onda de fluxo *b* diminui, mas a soma permanece aproximadamente constante, pois é preciso induzir a fcem de estator, que é aproximadamente constante se a queda de tensão na impedância de dispersão do estator é pequena. Então, com o rotor em movimento, o conjugado do campo *f* é maior e o do campo *b* é menor do que na Fig. 11-3*a*, e a verdadeira situação é mais ou menos como mostrado na Fig. 11-3*b*. Na região de funcionamento normal a uns poucos por cento de escorregamento, o campo *f* é várias vezes maior do que o campo *b*, e a onda de fluxo não difere muito do campo girante de amplitude constante no entreferro de um motor polifásico equilibrado. Na região de funcionamento normal, portanto, a característica de conjugado-velocidade de um motor

monofásico não é muito inferior àquela de um motor polifásico tendo o mesmo rotor e operando com a mesma densidade de fluxo máxima no entreferro.

Além dos conjugados mostrados na Fig. 11-3, são produzidas pulsações de conjugado a dupla freqüência de estator pelas interações das ondas de fluxo e fmm que giram em sentidos opostos, passando uma pela outra a duas vezes a velocidade síncrona. Estas interações não produzem conjugado médio, mas tendem a fazer o motor mais ruidoso do que um motor polifásico. Tais pulsações de conjugado são inevitáveis em um motor monofásico devido às pulsações na potência instantânea de entrada, inerentes de um circuito monofásico. Os efeitos de conjugado pulsante podem ser minimizados pelo uso de uma montagem elástica para o motor. O conjugado indicado nas curvas de conjugado-velocidade é o valor médio no tempo do conjugado instantâneo.

11-2 DESEMPENHO DE PARTIDA E DE FUNCIONAMENTO NORMAL DE MOTORES MONOFÁSICOS DE INDUÇÃO E SÍNCRONOS

Os motores de indução monofásicos são classificados de acordo com os métodos de partida e são usualmente conhecidos pelos nomes descritivos destes métodos. A escolha do motor apropriado é baseada nas necessidades de conjugado de partida e de rotação normal da carga, no ciclo de serviço, e nas limitações na corrente de partida e de funcionamento da linha de alimentação do motor. O custo de motores monofásicos aumenta com a potência mecânica e com o desempenho, tal como a razão conjugado-corrente na partida; assim, o engenheiro de aplicações seleciona o motor de menor potência mecânica e desempenho que satisfaz suas necessidades, para minimizar o custo. Quando há necessidade de grande quantidade de motores para uma finalidade específica, é projetado um motor especial para a aplicação, para assegurar o mínimo custo. No ramo de motores de pequena potência mecânica, mesmo pequenas diferenças de custo são importantes. Os métodos de partida e as características conjugado-velocidade resultantes serão considerados qualitativamente neste item.

a. Fase Auxiliar

Os motores de fase auxiliar têm dois enrolamentos de estator, um enrolamento principal *m* e um enrolamento auxiliar *a*, com seus eixos deslocados 90 graus elétricos no espaço. Eles são ligados como mostrado na Fig. 11-4*a*. O enrolamento auxiliar tem uma relação de resistência-para-reatância mais alta do que o enrolamento principal, de

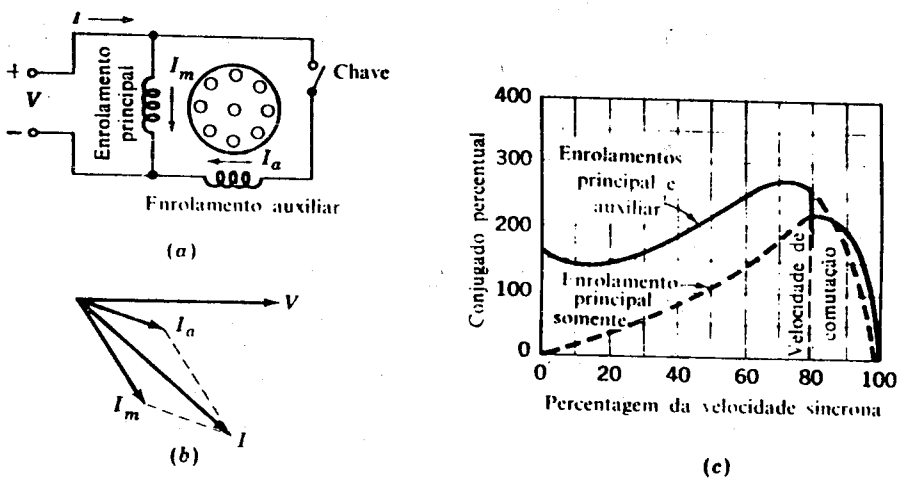


Fig. 11-4 Motor de fase auxiliar. (*a*) Ligações (*b*) Diagrama fasorial na partida (*c*) Característica de conjugado-velocidade típica.

modo que as duas correntes estão fora de fase como indicado no diagrama fasorial da Fig. 11-4*b*, representativo de condições de partida. Como a corrente do enrolamento auxiliar I_a está adiantada relativamente à corrente do enrolamento principal I_m, o campo do estator primeiro atinge um máximo ao longo do eixo do enrolamento auxiliar e então, mais adiante no tempo, atinge um máximo ao longo do eixo do enrolamento principal. As correntes dos enrolamentos são equivalentes a correntes difásicas não simétricas, e o motor é equivalente a um motor difásico não simétrico. O resultado é um campo de estator girante, que faz o motor partir. Após a partida do motor, o enrolamento auxiliar é desligado, usualmente por meio de uma chave centrífuga que opera a cerca de 75 por cento da velocidade síncrona. O modo simples de obter a alta relação de resistência-para-reatância para o enrolamento auxiliar é enrolá-lo com fio mais fino do que o enrolamento principal, um procedimento permissível porque este enrolamento está no circuito somente durante a partida. Sua reatância pode ser um pouco reduzida colocando-o no topo das ranhuras. Uma característica conjugado-velocidade típica é mostrada na Fig. 11-4*c*.

Os motores de fase auxiliar têm conjugado de partida moderado com baixa corrente de partida. Algumas aplicações típicas incluem ventiladores, bombas centrífugas, e equipamento de escritório. Potências típicas são de 1/20 a 1/2 HP; nesta faixa eles são os motores de menor custo disponíveis.

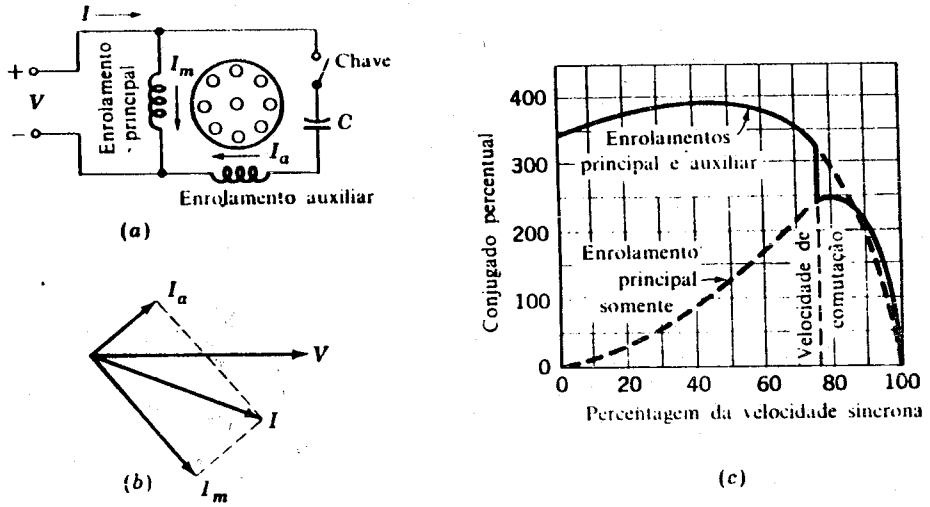


Fig. 11-5. Motor de capacitor de partida. (*a*) Ligações. (*b*) Diagrama fasorial na partida. (*c*) Característica de conjugado-velocidade típica.

b. Motores Tipo Capacitor

Podem ser usados capacitores para melhorar o desempenho de partida, o desempenho de funcionamento normal, ou ambos, dependendo do tamanho e das ligações do capacitor.

O motor de capacitor de partida é também um motor de fase auxiliar, mas o deslocamento de fase no tempo entre as duas correntes é obtido por meio de um capacitor em série com o enrolamento auxiliar, como mostrado na Fig. 11-5*a*. Novamente o enrolamento auxiliar é desligado após o motor ter partido, e conseqüentemente, o enrolamento auxiliar e o capacitor são projetados a mínimo custo para serviço intermitente. Utilizando um capacitor de partida de valor apropriado, pode-se conseguir que a corrente do enrolamento auxiliar I_a com rotor parado esteja adiantada relativamente à corrente do enrolamento principal I_m de 90 graus elétricos, como aconteceria em um motor difásico simétrico (veja a Fig. 11-5*b*). Na realidade, o melhor compromisso entre os diversos fatores como conjugado de partida, corrente de partida, e custo, corresponde a um ângulo de fase algo menor do que 90°. Uma característica conjugado-velocidade típica é mostrada na Fig. 11-5*c*, sendo uma característica destacada o alto conjugado de partida. Estes motores são usados para compressores, bombas, equipamento de refrigeração e condicionamento de ar, e outras cargas de partida difícil. Uma vista em corte de um motor a capacitor de partida é mostrada na Fig. 11-6.

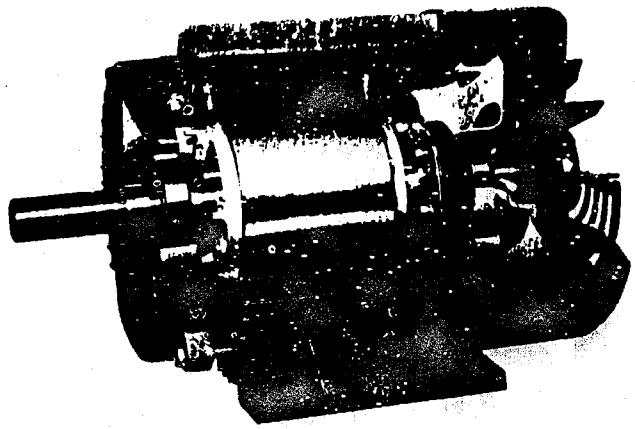


Fig. 11-6. Vista em corte de um motor de indução de capacitor de partida. A chave de partida está à direita do rotor. O motor é de construção a prova de pingos. (*General Electric Company*)

No motor de capacitor permanente, o capacitor e enrolamento auxiliar não são desligados após a partida; a construção pode ser simplificada pela omissão da chave, e o fator de potência, rendimento, e pulsações de conjugado podem ser melhorados. Por exemplo, o enrolamento auxiliar e o capacitor podem ser projetados para perfeita operação difásica a qualquer carga desejada. O campo *b* seria então eliminado, com a resultante melhora em rendimento. As pulsações de conjugado na freqüência dupla de estator também seriam eliminadas, pois o capacitor seria como um reservatório de armazenamento de energia para aplainar as pulsações na potência de entrada fornecida pela linha monofásica. O resultado é um motor sem vibração. O conjugado de partida precisa ser sacrificado porque a capacitância é necessariamente um compromisso entre os valores de melhor partida e de melhor funcionamento normal. A característica conjugado-velocidade e um diagrama esquemático são dados na Fig. 11-7.

Se dois capacitores são usados, um para partida e um para funcionamento, pode ser obtido um desempenho teoricamente ótimo de partida e de funcionamento. Um modo de conseguir este resultado é mostrado na Fig. 11-8*a*. O pequeno valor de capacitância necessário para satisfazer as condições ótimas de funcionamento é permanentemente ligado em série com o enrolamento auxiliar, e o valor muito maior exigido para a partida é obtido por um capacitor ligado em paralelo com o capacitor de funcionamento. O capacitor de partida é desligado após a partida do motor.

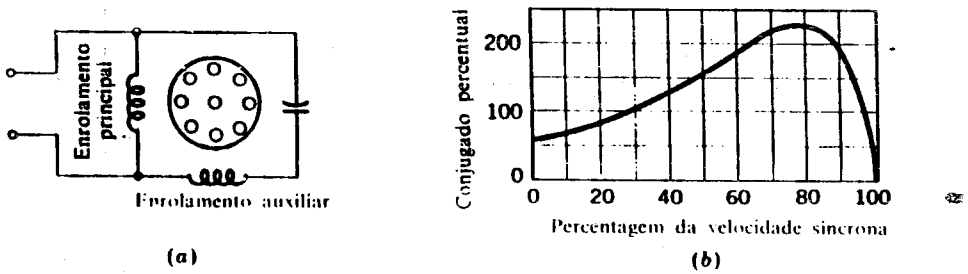


Fig. 11-7 Motor de capacitor permanente e característica de conjugado-velocidade típica

O capacitor para um motor de partida a capacitância tem uma especificação típica de 300 μF para um motor de 1/2 HP. Como precisa conduzir corrente somente durante o período de partida, o capacitor é um tipo eletrolítico para c.a., compacto, especial, feito para serviço de partida de motores. Para o mesmo motor, o capacitor permanentemente ligado tem uma especificação típica de 40 μF; como ele opera continuamente, o capacitor é um tipo para c.a., a óleo. O custo dos motores está relacionado ao desempenho: o motor a capacitor permanente é o de custo mais baixo, o de capacitor de partida vem em segundo lugar, e o motor de capacitor de dois valores é o de custo mais alto.

EXEMPLO 11-1

Um motor a capacitor de partida, 1/3 HP, 120 volts, 60 Hz, tem as seguintes constantes para os enrolamentos principal e auxiliar:

enrolamento principal, $Z_m = 4.5 + j\,3{,}7$ ohms

enrolamento auxiliar, $Z_a = 9.5 + j\,3{,}5$ ohms

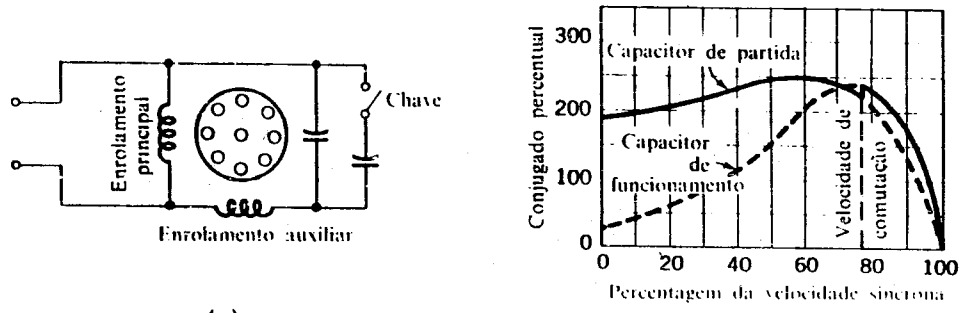


Fig. 11-8 Motor de capacitor de dois valores e característica de conjugado-velocidade típica

Calcular o valor de capacitância de partida que colocará as correntes de enrolamento principal e auxiliar em quadratura na partida.

Solução

As correntes I_m e I_a são como mostradas na Fig. 11-5*a* e *b*. O ângulo da impedância do enrolamento principal é

$$\phi_m = \arctan \frac{3{,}7}{4{,}5} = 39{,}6°$$

O ângulo da impedância do enrolamento auxiliar precisa ser

$$\phi_a = 39{,}6° - 90{,}0° = -50{,}4°$$

A reatância X_c do capacitor precisa satisfazer a relação

$$\arctan \frac{3{,}5 - X_c}{9{,}5} = -50{,}4°$$

$$\frac{3{,}5 - X_c}{9{,}5} = -1{,}21$$

$$X_c = 1{,}21 \times 9{,}5 + 3{,}5 = 15{,}0 \text{ ohms}$$

A capacitância C é

$$C = \frac{10^6}{15{,}0 \times 377} = 177\ \mu\text{F}$$

c. Motor com bobina de arraste

Como é ilustrado esquematicamente na Fig. 11-9*a*, o motor com bobina de arraste usualmente tem polos salientes, com uma parte de cada polo envolvida por uma espira curto-circuitada de cobre chamada *bobina de arraste*. As correntes induzidas na bobina de arraste fazem com que o fluxo na parte do polo onde está esta bobina se atrase relativamente ao fluxo na outra parte. O resultado é semelhante a um campo girante movendo-se na direção da parte com a bobina, e é produzido um pequeno conjugado de partida. Uma característica de conjugado-velocidade típica é mostrada na Fig. 11-9*b*. O rendimento é baixo. Os motores com bobina de arraste são o tipo menos dispendioso de pequena potência, e são construídos até cerca de 1/20 HP.

d. Motores de Relutância com Partida Própria

Qualquer dos tipos de motor de indução descritos acima pode ser transformado em motor síncrono com partida própria, do tipo relutância. Qualquer coisa que faça a relutância do entreferro ser função

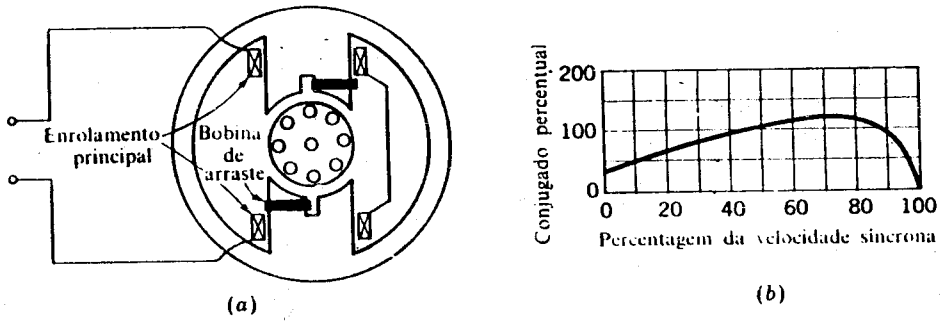


Fig. 11-9. Motor com bobina de arraste e característica típica de conjugado-velocidade.

da posição angular do rotor em relação ao eixo da bobina do estator produzirá conjugado de relutância quando o rotor estiver girando à velocidade síncrona. Por exemplo, suponha-se que alguns dos dentes de um rotor de gaiola são removidos, deixando as barras e anéis terminais intactos como em um motor de indução de gaiola comum. A Fig. 11-10*a* mostra uma chapa para este rotor, projetada para uso com um estator de 4 polos. O estator pode ser polifásico ou de qualquer dos tipos monofásicos descritos acima. O motor partirá como um motor de indução, e com cargas leves irá acelerar até um pequeno valor de escorregamento. O conjugado de relutância vem da tendência do rotor tentar se alinhar na posição de mínima relutância em relação à onda de fluxo de entreferro girante para a frente, de acordo com os princípios explicados no Cap. 2. Com pequeno escorregamento, este conjugado se alterna lentamente em direção; o rotor é acelerado durante o meio ciclo positivo da variação de conjugado, e desacelerado durante o meio ciclo negativo sucessivo. Se, entretanto, o momento de inércia do rotor mais sua carga mecânica é suficientemente pequeno, o rotor será acelerado da velocidade de escorregamento até a velocidade síncrona durante um meio ciclo acelerante do conjugado de relutância. O rotor será então atraído à posição certa e continuará a girar à velocidade síncrona. O conjugado do campo girante para trás afeta o desempenho do motor síncrono do mesmo modo que uma carga adicional no eixo.

Uma característica conjugado-velocidade típica para um motor síncrono de partida por fase auxiliar, do tipo relutância, monofásico, é mostrada na Fig. 11-10*b*. Devem-se notar os altos valores do conjugado de motor de indução. A razão para isto é que, a fim de obter características satisfatórias de motor síncrono, é necessário construir motores síncronos tipo relutância em estruturas que seriam apropriadas para motores de indução de duas ou três vezes a potência de motor síncrono.

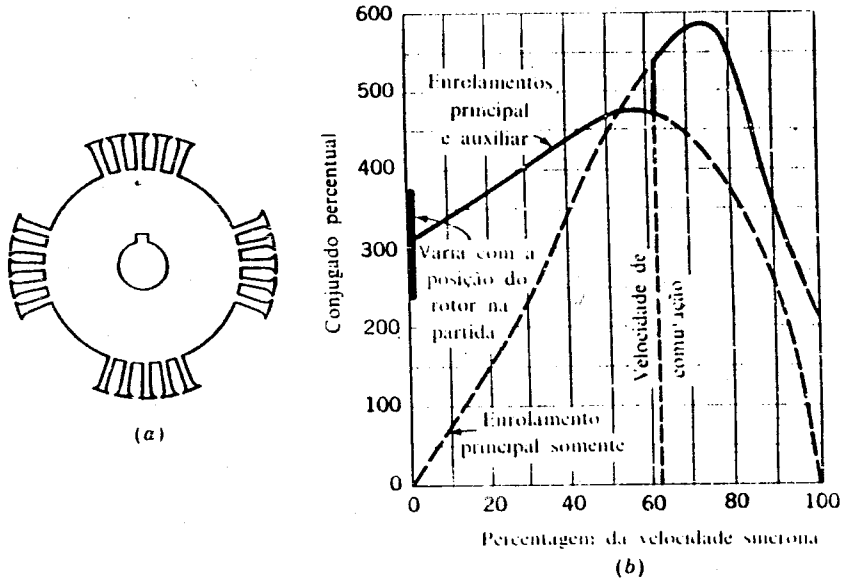


Fig. 11-10. Perfuração do rotor para um motor síncrono tipo relutância, 4 polos e características de partida típicas

Notar também que o principal efeito do rotor de polos salientes sobre a característica de motor de indução ocorre na posição de rotor parado, quando considerável "denteamento" é evidente; i.e., o conjugado varia consideravelmente com a posição do rotor.

e. Motores de Histerese

O fenômeno de histerese pode ser usado para produzir conjugado mecânico. Em sua forma mais simples, o rotor de um motor de histerese é um cilindro liso de aço magneticamente duro, sem enrolamentos ou dentes. Ele é colocado dentro de um estator ranhurado que tem enrolamentos distribuídos, projetados para produzir uma distribuição espacial de fluxo tão próxima da senoidal quanto possível, pois as ondulações na onda de fluxo aumentam grandemente as perdas. Em motores monofásicos, os enrolamentos de estator usualmente são do tipo de fase auxiliar com capacitor permanente, como na Fig. 11-7. O capacitor é escolhido de modo a produzir condições aproximadamente difásicas simétricas nos enrolamentos do motor. O estator então produz um campo girante, aproximadamente constante na forma de onda espacial, girando à velocidade síncrona.

As condições magnéticas instantâneas no entreferro e rotor são indicadas na Fig. 11-11*a* para um estator de 2 polos. O eixo *SS'* da

onda de fmm do estator gira à velocidade síncrona. Devido à histerese, a magnetização do rotor se atrasa relativamente à onda de fmm indutora, e portanto o eixo RR' da onda de fluxo do rotor se atrasa, relativamente ao eixo da onda de fmm do estator, do ângulo de atraso magnético δ (Fig. 11-11*a*). Se o rotor está imóvel, é produzido conjugado de partida, proporcional ao produto das componentes fundamentais da fmm do estator e do fluxo do rotor e o seno do ângulo de carga δ. O rotor então acelera, se o conjugado resistente da carga for menor do que o conjugado desenvolvido pelo motor. Enquanto o rotor estiver girando a velocidade menor do que a velocidade síncrona, cada partícula do rotor estará sujeita a um ciclo de histerese repetitivo à freqüência de escorregamento. Enquanto o rotor acelera, o ângulo de atraso δ permanece constante se o fluxo for constante, pois o ângulo δ depende mera-

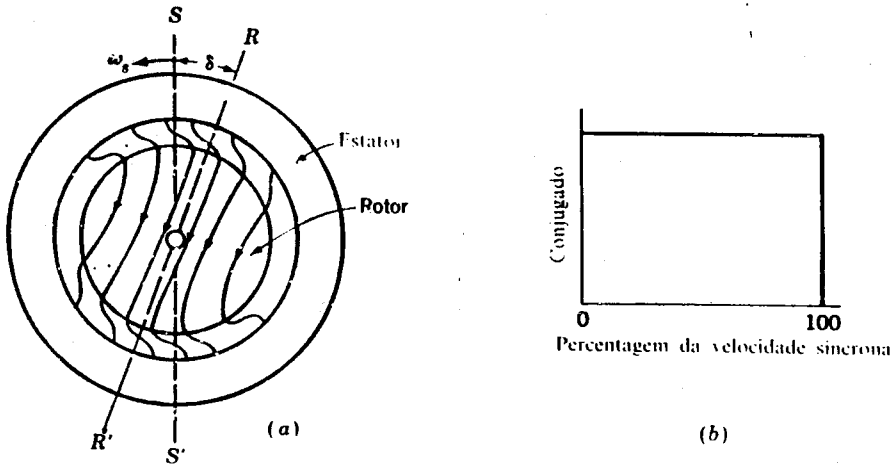


Fig. 11-11 (*a*) Natureza geral do campo magnético no entreferro e rotor de um motor a histerese. (*b*) característica de conjugado-velocidade idealizada.

mente do ciclo de histerese do rotor e é independente da taxa à qual o ciclo é percorrido. O motor, portanto, desenvolve conjugado constante até a velocidade síncrona, como mostrado na característica conjugado-velocidade idealizada da Fig. 11-11*b*. Esta característica é uma das vantagens do motor de histerese. Em contraste com um motor de relutância, que precisa trazer sua carga para sincronismo de uma característica conjugado-velocidade de motor de indução, um motor de histerese pode sincronizar qualquer carga que ele possa acelerar, independentemente do tamanho da inércia. Após atingir sincronismo, o motor continua a girar à velocidade síncrona e ajusta seu ângulo de carga de modo a desenvolver o conjugado da carga.

O motor de histerese é inerentemente sem vibrações e produz rotação suave da carga. Além disso, o rotor forma o mesmo número de polos do campo do estator. O motor presta-se a operação em diversas velocidades síncronas, bastando enrolar o estator com vários conjuntos de enrolamentos e utilizando ligações para mudança de polos. O motor de histerese pode acelerar e sincronizar cargas de grande inércia porque seu conjugado é uniforme desde velocidade zero até à velocidade síncrona.

11-3 MOTORES SÉRIE. MOTORES UNIVERSAIS

Um motor série tem a característica conveniente de poder funcionar seja com corrente alternada, seja com corrente contínua, e com características semelhantes, desde que os núcleos de estator e do rotor sejam laminados. Um tal motor série monofásico, portanto, é comumente chamado de *motor universal*. O ângulo de carga é fixado pela posição da escova e está normalmente em seu valor ótimo de 90°. Se um motor série, é ligado a um gerador de corrente alternada, as intensidades de de campo do estator e rotor variam exatamente em fase no tempo. Ambas se invertem no mesmo instante, e conseqüentemente o conjugado estará sempre na mesma direção, embora pulsando em módulo duas vezes a freqüência de linha. Será produzido conjugado médio, e o desempenho do motor será geralmente similar àquele com corrente-contínua.

Os motores universais pequenos são usados onde é importante haver pouco peso, como em aspiradores de pó e ferramentas portáteis, e usualmente operam em altas velocidades (1500 a 15 000 rpm). Algumas características típicas são mostradas na Fig. 11-12. As características para c.a. e c.c. diferem por duas razões: (1) com corrente alternada, as

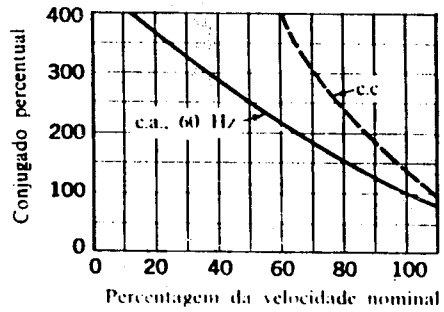


Fig. 11-12 Características de conjugado-velocidade típicas de um motor série universal.

quedas de tensão em reatâncias no campo e na armadura absorvem parte da tensão aplicada, e portanto para uma corrente e conjugado especificados a fcem rotacional gerada na armadura é menor do que com corrente contínua, e a velocidade tende a ser menor; (2) com corrente alternada, o circuito magnético pode estar apreciavelmente saturado nos picos da onda de corrente, e o valor eficaz do fluxo pode assim ser apreciavelmente menor com corrente alternada do que com corrente contínua; o conjugado portanto tende a ser menor e a velocidade maior com corrente alternada do que com corrente contínua. O motor universal provê a mais alta potência mecânica por cruzeiro na faixa de pequena potência, às custas de ruído, vida relativamente curta, e alta velocidade.

Para obter controle da velocidade e do conjugado do motor série, a tensão alternada é aplicada em série com um dispositivo a estado sólido que controla a tensão aplicada ao motor.[1] Um tiristor, como descrito no Cap. 8, pode controlar meios ciclos alternados da tensão, de modo que o motor conduz corrente unidirecional. Um dispositivo bidirecional (Triac) controla os dois meios ciclos, de modo que a tensão alternada do motor é controlada em fase. Um circuito para controle em c.a. é mostrado na Fig. 11-13*a*. As formas de onda da tensão e corrente no motor para um ângulo de disparo α arbitrário são mostradas na Fig. 11-13*b*. As características conjugado-velocidade para vários ângulos de disparo são mostradas na Fig. 11-13*c*. O ângulo de disparo pode ser ajustado manualmente, como em uma furadeira elétrica controlada a gatilho, ou pode ser controlado por um circuito de controle de velocidade, como em algumas ferramentas e aparelhos portáteis. A combinação de dispositivos de estado sólido e de um motor série constitui uma unidade motora controlável econômica.

EXEMPLO 11-2

Demonstrar que o conjugado médio no tempo de um motor série em c.a. é proporcional ao quadrado da corrente eficaz, quando a estrutura magnética não está saturada.

Solução

O fluxo magnético instantâneo φ produzido pela corrente de motor i_a nos polos do campo é

$$\varphi = K_f i_a$$

O conjugado instantâneo é $K_t \varphi i_a$; então o conjugado médio no tempo T_{av} é

[1] veja A. Kusko, "Solid-State DC Motor Drives", cap. 6, The M. I. T. Press, Cambridge, Mass., 1969.

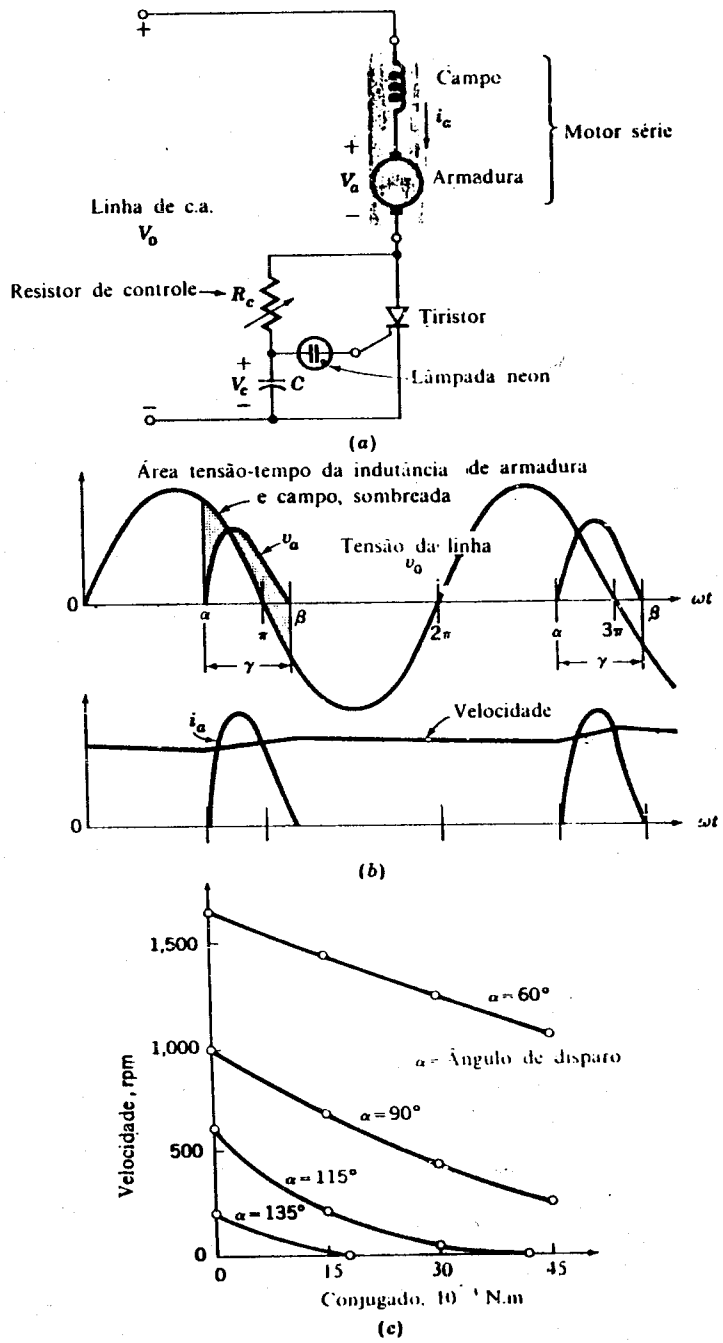


Fig. 11-13. Funcionamento de um motor série com circuito de controle de velocidade a tiristor (*a*) Circuito com controle manual da velocidade; (*b*) formas de onda da tensão, corrente e velocidade do motor; (*c*) curvas de velocidade-conjugado de um motor série controlado a tiristor em função do ângulo de disparo α

$$T_{av} = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\pi/\omega} K_t K_f i_a^2 \, dt$$
$$= K_t K_f I_a^2$$

onde I_a é o valor eficaz da corrente i_a. Esta relação é independente da forma de onda da corrente i_a.

11-4 TEORIA DE CAMPOS GIRANTES PARA MOTORES DE INDUÇÃO MONOFÁSICOS

No Item 11-1, mostrou-se que a onda de fmm do estator de um motor de indução monofásico é equivalente a duas ondas de fmm de amplitudes constantes girando em direções opostas, à velocidade síncrona. Cada uma destas ondas de fmm de estator componentes, induz sua própria componente de corrente de rotor e produz ação de motor de indução justamente como em um motor polifásico simétrico. Este conceito de dois campos girantes, não somente é útil para a visualização qualitativa, mas também pode ser desenvolvido em uma teoria quantitativa aplicável a uma ampla variedade de tipos de motores de indução.

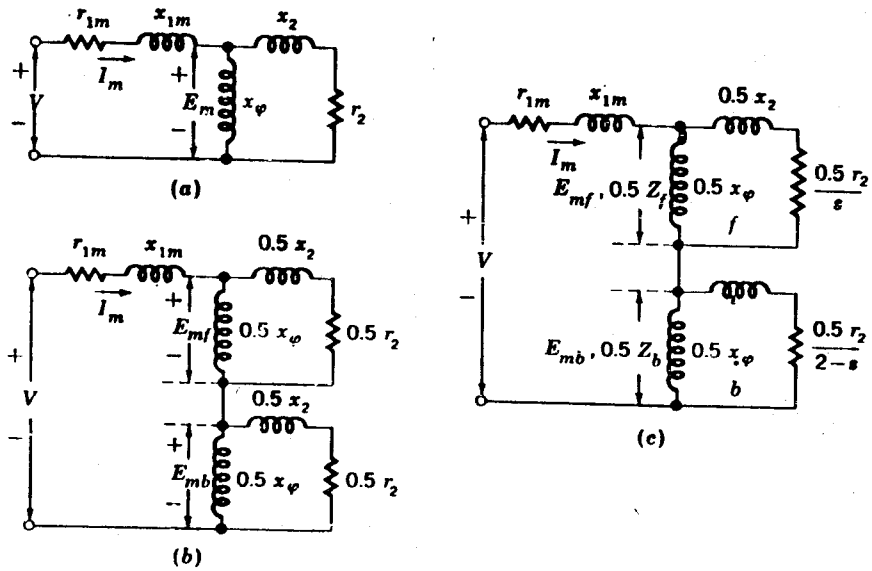


Fig. 11-14. Circuitos equivalentes para um motor de indução monofásico. (*a*) Rotor bloqueado; (*b*) rotor bloqueado, mostrando efeitos dos campos *f* e *b*; (*c*) condições de funcionamento.

Um caso simples e importante é o de motor de indução monofásico girando somente com seu enrolamento principal.

Primeiro considerem-se as condições com o rotor estacionário e somente o enrolamento de estator principal *m* excitado. O motor, então, é equivalente a um transformador com seu secundário curto-circuitado. O circuito equivalente é mostrado na Fig. 11-14*a*, onde r_{1m} e x_{1m} são, respectivamente, a resistência e reatância de dispersão do enrolamento principal, x_φ é a reatância de magnetização, e r_2 e x_2 são os valores da resistência e reatância de dispersão do rotor parado, referidos ao enrolamento principal de estator pelo uso da relação de espiras apropriada. As perdas no ferro, que são omitidas aqui, serão levadas em conta mais tarde como se fossem uma perda rotacional. A tensão aplicada é V, e a corrente do enrolamento principal é I_m. A tensão E_m é a fcem gerada no enrolamento principal pela onda de fluxo de entreferro estacionária pulsante produzida pela ação combinada das correntes de estator e rotor.

De acordo com o conceito de dois campos girantes do Item 11-1, a fmm de estator pode ser decomposta em campos de meia amplitude girando para a frente e para trás. Com rotor parado, as amplitudes das ondas de fluxo de entreferro girantes para a frente e para trás são iguais à metade da amplitude do campo pulsante. Na Fig. 11-14*b*, a parte do circuito equivalente representando os efeitos do fluxo de entreferro é separada em duas partes iguais representando os efeitos dos campos para a frente e para trás, respectivamente.

Agora, considerem-se as condições após o motor ter sido acelerado até a velocidade de funcionamento por algum meio auxiliar e girando somente com o enrolamento principal na direção do campo para a frente, a um escorregamento por unidade *s*. As correntes de rotor induzidas pelo campo para a frente são de freqüência de escorregamento *sf*, onde *f* é a freqüência de estator. Exatamente como em qualquer motor polifásico com um rotor polifásico simétrico ou gaiola, estas correntes de rotor produzem uma onda de fmm caminhando para a frente à velocidade de escorregamento relativamente ao rotor e portanto à velocidade síncrona relativamente ao estator. A resultante das ondas para a frente de fmm de estator e rotor cria uma onda para a frente resultante de fluxo de entreferro, que gera uma fcem E_{mf} no enrolamento principal *m* do estator. O efeito refletido do rotor, visto do estator, é semelhante ao de um motor polifásico e pode ser representado por uma impedância $0{,}5r_2/s + j0{,}5x_2$ em paralelo com $j0{,}5x_\varphi$, como na porção do circuito equivalente (Fig. 11-14*c*) indicada com *f*. Os fatores de 0,5 vêm da decomposição da fmm pulsante de estator em componentes *f* e *b*.

Agora considere as condições relativamente ao campo *b*. O rotor

está ainda girando com escorregamento s relativamente ao campo f, e sua velocidade por unidade n na direção do campo f é

$$n = 1 - s \tag{11-5}$$

A velocidade relativa do rotor relativamente ao campo b é $1 + n$ ou seu escorregamento relativamente ao campo b é

$$1 + n = 2 - s \tag{11-6}$$

O campo b então induz correntes no rotor cuja freqüência é $(2 - s)fe$. Para pequenos escorregamentos, estas correntes de rotor são de quase duas vezes a freqüência do estator. A um pequeno escorregamento, um oscilograma da corrente no rotor mostraria uma componente de alta freqüência do campo b superposta a uma componente de baixa freqüência do campo f. Vista pelo estator, a onda de fmm do rotor criada pelas correntes de rotor do campo b caminha à velocidade síncrona, mas na direção b. O circuito equivalente representando estas reações internas do ponto de vista do estator é semelhante ao de um motor polifásico cujo escorregamento é $2 - s$ e é mostrado na parte do circuito equivalente (Fig. 11-14c) indicada por b. Como com o campo f, os fatores de 0,5 vêm da decomposição da fmm pulsante de estator em componentes f e b. A tensão E_{mb} através da combinação paralela representando o campo b, é a fcem gerada no enrolamento principal m do estator pelo campo b resultante.

Pelo uso do circuito equivalente da Fig. 11-14c, a corrente de estator, a potência de entrada, e o fator de potência, podem ser calculados para qualquer valor de escorregamento, quando a tensão aplicada e as impedâncias do motor são conhecidas. Para simplificar a notação, seja

$$Z_f \equiv R_f + jX_f \equiv \left(\frac{r_2}{s} + jx_2\right) \text{ em paralelo com } jx_\varphi \tag{11-7}$$

$$Z_b \equiv R_b + jX_b \equiv \left(\frac{r^2}{2-s} + jx_2\right) \text{ em paralelo com } jx_\varphi \tag{11-8}$$

As impedâncias que representam as reações dos campos f e b do ponto de vista do enrolamento monofásico de estator m são $0{,}5Z_f$ e $0{,}5Z_b$, respectivamente, na Fig. 11-14c.

Um exame do circuito equivalente (Fig. 11-14c) confirma a conclusão alcançada por raciocínio qualitativo no Item 11-1 (Fig. 11-3b), que a onda de fluxo de entreferro f aumenta e a onda b diminui quando o rotor é posto em movimento. Quando o motor está girando com pequeno escorregamento, o efeito refletido da resistência do rotor no

campo f, $0{,}5\,r_2/s$, é muito maior do que seu valor quando parado, enquanto a correspondente impedância no campo b, $0{,}5\,r_2/(2 - s)$, é menor. A impedância de campo f, portanto, é maior do que seu valor com rotor parado, enquanto que a do campo b é menor. A fcem do campo f, E_{mf}, é portanto maior do que o valor com rotor parado, enquanto a fcem do campo b, E_{mb}, é menor; i.e., a onda de fluxo de entreferro f aumenta, enquanto a onda de fluxo b diminui.

Além disso, as condições de saída mecânica podem ser calculadas por aplicação das relações de conjugado e potência desenvolvidas para motores polifásicos no Cap. 7. Cada conjugado produzido pelos campos f e b pode ser tratado nesta maneira. As interações das ondas de fluxo e fmm girantes opostas produzem pulsações de conjugado a duas vezes a freqüência do estator, mas não produzem conjugado médio.

Como na Eq. 7-18, o conjugado interno T_f do campo f em newton.metros é igual à $1/\omega_s$ vezes a potência P_{gf} em watts entregue pelo enrolamento de estator ao campo f, onde ω_s é a velocidade angular síncrona em radianos mecânicos por segundo; assim

$$T_f = \frac{1}{\omega_s} P_{gf} \tag{11-9}$$

Quando a impedância de magnetização é tratada como puramente indutiva, P_{gf} é a potência absorvida pela impedância $0{,}5Z_f$; isto é,

$$P_{gf} = I_m^2\, 0{,}5\, R_f \tag{11-10}$$

onde R_f é a componente resistiva da impedância de campo f definida na Eq. 11-7. Da mesma forma, o conjugado interno T_b do campo b, é

$$T_b = \frac{1}{\omega_s} P_{gb} \tag{11-11}$$

onde P_{gb} é a potência entregue pelo enrolamento de estator ao campo b, ou

$$P_{gb} = I_m^2\, 0{,}5\, R_b \tag{11-12}$$

onde R_b é a componente resistiva da impedância de campo b, Z_b, definida na Eq. 11-8. O conjugado do campo b está na direção oposta àquele do campo f, e portanto o conjugado interno líquido T é

$$T = T_f - T_b = \frac{1}{\omega_s}(P_{gf} - P_{gb}) \tag{11-13}$$

Como as correntes de rotor produzidas pelos dois campos componentes de entreferro são de freqüências diferentes, a perda total de rotor I^2R é a soma numérica das perdas correspondentes a cada campo.

Em geral, como se pode ver por comparação das Eqs. 7-12 e 7-13, a perda no cobre do rotor provocada por um campo girante, é igual ao escorregamento do campo vezes a potência absorvida do estator, donde

$$I^2R \text{ no rotor, campo } f = sP_{gf} \tag{11-14}$$

$$I^2R \text{ no rotor, campo } b = (2-s)P_{gb} \tag{11-15}$$

$$I^2R \text{ total no rotor} = sP_{gf} + (2-s)P_{gb} \tag{11-16}$$

Como a potência é conjugado vezes velocidade angular, e a velocidade angular do rotor é $(1-s)\omega_s$, a potência interna P convertida a forma mecânica, em watts, é

$$P = (1-s)\omega_s T = (1-s)(P_{gf} - P_{gb}) \tag{11-17}$$

Como no motor polifásico, o conjugado interno T e a potência interna P não são os valores de saída, pois as perdas rotacionais ainda não foram levadas em conta. É obviamente correto subtrair efeitos de atritos e ventilação de T ou P', usualmente supõe-se que as perdas no ferro podem ser tratadas da mesma maneira. Para as pequenas mudanças em velocidade encontradas em funcionamento normal, as perdas rotacionais são freqüentemente consideradas constantes.[1]

EXEMPLO 11-3

Um motor de capacitor de partida, 1/4 cv, 110 volts, 60 Hz, 4 polos, tem as seguintes constantes e perdas:

$r_1 = 2{,}02$ ohms $\quad x_{1m} = 2{,}79$ ohms

$r_2 = 4{,}12 \quad x_2 = 2{,}12$

$x_\varphi = 66{,}8$

Perdas no ferro = 24 watts Atrito e ventilação = 13 watts

Para um escorregamento de 0,05, determinar a corrente de estator, o fator de potência, a potência de saída, a velocidade, o conjugado, e o rendimento, quando este motor está girando como um motor monofásico, com tensão e freqüência nominais, e com enrolamento de partida aberto.

[1] Para um tratamento da determinação experimental de constantes e perdas de motores, veja *ibid.*, C. G. Veinott, cap. 18.

Solução

O primeiro passo é determinar os valores das impedâncias de campos f e b ao valor de escorregamento especificado. As seguintes relações, deduzidas da Eq. 11-7, simplificam os cálculos:

$$R_f = \frac{x_\varphi^2}{x_{22}} \frac{1}{sQ_2 + (1/sQ_2)} \tag{11-18}$$

$$X_f = \frac{x_2 x_\varphi}{x_{22}} + \frac{R_f}{sQ_2} \tag{11-19}$$

onde $$x_{22} = x_2 + x_\varphi \tag{11-20}$$

e $$Q_2 = \frac{x_{22}}{r_2} \tag{11-21}$$

Da substituição de valores numéricas, para $s = 0{,}05$,

resulta $$R_f + jX_f = 31{,}9 + j\,40{,}3 \text{ ohms}$$

Relações correspondentes para a impedância de campo b, Z_b, podem ser obtidas por substituição de $2-s$ por s nas Eqs. 11-18 e 11-19. Quando $(2-s)Q_2$ é maior do que 10, como é usualmente o caso, resulta um erro menor do que 1 por cento com as seguintes formas aproximadas:

$$R_b = \frac{r_2}{2-s}\left(\frac{x_\varphi}{x_{22}}\right)^2 \tag{11-22}$$

$$X_b = \frac{x_2 x_\varphi}{x_{22}} + \frac{R_b}{(2-s)Q_2} \tag{11-23}$$

Por substituição de valores numéricos, para $s = 0{,}05$,

temos $$R_b + jX_b = 1{,}98 + j\,2{,}12 \text{ ohms}$$

Somando os elementos série no circuito equivalente da Fig. 11-14*c*, resulta

$$\begin{aligned} r_{1m} + jx_{1m} &= 2{,}02 + j2{,}79 \\ 0{,}5(R_f + jX_f) &= 15{,}95 + j20{,}15 \\ 0{,}5(R_b + jX_b) &= 0{,}99 + j1{,}06 \\ Z \text{ de entrada} = \text{soma} &= 18{,}96 + j24{,}00 = 30{,}6 / 51{,}7° \end{aligned}$$

Corrente de estator $I_- = \dfrac{110}{30{,}6} = 3{,}59$ A

Fator de potência = $\cos 51{,}7° = 0{,}620$

Potência de entrada = (110)(3,59)(0.620) = 244 watts

Potência absorvida pelo campo f (Eq. 11-10)

$$P_{gf} = (3{,}59)^2(15{,}95) = 206 \text{ watts}$$

Potência absorvida pelo campo b (Eq. 11-12)

$$P_{gb} = (3{,}59)^2(0{,}99) = 12{,}8 \text{ watts}$$

Potência mecânica interna (Eq. 11-17)

$$P = (0{,}95)(206 - 13) = 184$$

Perdas rotacionais = 24 + 13 = 37

Potência de saída = diferença = 147 watts, ou 0,200 HP

Velocidade síncrona = 1800 rpm, ou 30 rps

$$\omega_s = 2\pi(30) = 188{,}5 \text{ rad/s}$$

Velocidade do rotor = (1 − s) × (velocidade síncrona)

= (0,95)(1800) = 1710 rpm

= (0,95)(188,5) = 179 rad/s

$$\text{Conjugado} = \frac{\text{potência}}{\text{velocidade angular}}$$

$$= \frac{147}{179} = 0{,}821 \text{ N.m.}$$

$$\text{Rendimento} = \frac{\text{potência de saída}}{\text{potência de entrada}} = \frac{147}{244} = 0{,}602$$

Como verificação dos cálculos de potência, calculamos as perdas:

$I_m^2 r_{1m}$ do estator = $(3{,}59)^2(2{,}02)$	= 26,0
I^2R do rotor, campo f, Eq. 11-14 = (0,05)(206)	= 10,3
I^2R do rotor, campo b, Eq. 11-15 = (1,95)(12,8)	= 25,0
Perdas rotacionais	= 37,0
Soma	= 98,3
De entrada-saída, perdas totais	= 97

(Concordância dentro da precisão dos cálculos.)

Um exame da ordem de grandeza dos valores numéricos no Exemplo 11-3 sugere algumas aproximações, que usualmente podem ser feitas.

Estas aproximações se referem particularmente à impedância de campo b. Notar que a impedância $0{,}5(R_b + jX_b)$ é somente cerca de 5 por cento da impedância total do motor para um escorregamento próximo a plena carga. Conseqüentemente, uma aproximação dentro de 20 por cento desta impedância produzirá somente cerca de 1 por cento de erro na corrente do motor. Embora, estritamente falando, a impedância de campo b seja uma função do escorregamento, muito pouco erro usualmente resulta de calcular seu valor para algum escorregamento conveniente na região de funcionamento normal – digamos, 5 por cento – e então suponho R_b e X_b serem constantes. Com uma aproximação levemente mais fraca, o efeito de derivação de jx_φ sobre a impedância de campo b pode freqüentemente ser desprezado, donde,

$$Z_b \approx \frac{r_2}{2-s} + jx_2 \tag{11-24}$$

Esta equação dá valores da resistência de campo b que são uns poucos por cento mais altos, como pode ser visto por comparação com a Eq. 11-22. Desprezando s na Eq. 11-24, tenderíamos a dar valores da resistência de campo b muito baixos, e portanto uma tal aproximação tenderia a contrabalançar o erro na Eq. 11-24. Conseqüentemente, para pequenos escorregamentos,

$$Z_b \approx \frac{r_2}{2} + jx_2 \tag{11-25}$$

No motor polifásico (Item 7-4) o máximo conjugado interno, e o escorregamento ao qual ele ocorre, podem facilmente ser expressos em termos das constantes do motor; o máximo conjugado interno é independente da resistência do rotor. Não existem tais relações simples para o motor monofásico. O problema monofásico é muito mais complicado devido à presença do campo b, cujo efeito é duplo: primeiro, ele absorve parte da tensão aplicada, reduzindo assim a tensão disponível para o campo f e diminuindo o conjugado f desenvolvido; e segundo, o campo b absorve parte do conjugado do campo f. Estes efeitos dependem da resistência do rotor bem como da reatância de dispersão. Portanto, diferentemente do motor polifásico, o conjugado interno máximo de um motor monofásico é influenciado pela resistência do rotor; um aumento da resistência do rotor diminui o conjugado máximo e aumenta o escorregamento ao qual o conjugado máximo ocorre.

Principalmente devido aos efeitos do campo b, um motor de indução monofásico é inferior a um motor polifásico de mesmo rotor

e o mesmo núcleo de estator. O motor monofásico tem um conjugado máximo menor que ocorre a um menor escorregamento. Para o mesmo conjugado, o motor monofásico tem um escorregamento mais alto e maiores perdas, principalmente devido à perda no cobre do rotor causada pelo campo *b*. A potência aparente de entrada ao motor monofásico é maior, principalmente devido à potência ativa e potência reativa consumidas pelo campo *b*. A perda no cobre do estator também é algo maior no motor monofásico, porque somente uma fase, em lugar de várias, precisa conduzir toda a corrente. Devido às maiores perdas, o rendimento é mais baixo, e a elevação de temperatura para o mesmo conjugado é mais alta. Um maior tamanho de carcaça precisa ser usado para um motor monofásico, do que para um motor polifásico de mesma potência e velocidade. Devido ao maior tamanho de carcaça, o conjugado máximo pode ser feito comparável ao de um motor polifásico fisicamente menor mas de mesma potência. A despeito do maior tamanho de carcaça e da necessidade de arranjos de partida auxiliares, os motores monofásicos de aplicação geral de potência fracionária custam aproximadamente o mesmo que os motores polifásicos de mesma potência, devido ao maior volume de produção dos primeiros.

11-5 OPERAÇÃO DESEQUILIBRADA DE MÁQUINAS DIFÁSICAS SIMÉTRICAS. O CONCEITO DE COMPONENTES SIMÉTRICAS

operação desequilibrada de um motor de indução ocorre seja quando tensões aplicadas ao estator não constituem um conjunto polifásico nétrico, ou quando os enrolamentos de estator ou rotor não são simécos relativamente às fases. O motor monofásico é o caso extremo um motor operando sob condições de tensão de estator desequilidas. Em alguns casos, as tensões desequilibradas são produzidas na e de alimentação de um motor, por exemplo, quando um fusível de a se abre. Em outros casos, tais tensões são produzidas pelas impecias de partida de motores monofásicos, como descrito no Item 11-2. a utilização importante de tensões desequilibradas ocorre no con- de servomotores difásicos, como será descrito no Item 11-6. O tivo deste artigo é desenvolver a teoria de componentes simétricas otores de indução difásicos a partir do conceito de dois campos tes e mostrar como a teoria pode ser aplicada a uma variedade de emas envolvendo motores de indução que têm dois enrolamentos tator em quadratura no espaço.

Consideremos inicialmente, o que acontece quando são aplicadas s difásicas, simétricas aos terminais de estator de uma máquina

difásica que tenha um entreferro uniforme, um rotor polifásico simétrico ou de gaiola, e dois enrolamentos de estator idênticos *a* e *m* em quadratura no espaço. As correntes de estator são iguais em módulo e em quadratura no tempo. Quando a corrente no enrolamento *a* tem seu máximo instantâneo, a corrente no enrolamento *m* é nula e a onda de fmm de estator está centrada no eixo do enrolamento *a*. Similarmente, a onda de fmm de estator está centrada no eixo do enrolamento *m* no instante em que a corrente no enrolamento *m* tem seu máximo instantâneo. A onda de fmm de estator, portanto, caminha 90 graus elétricos no espaço em um intervalo de 90° no tempo, e a direção do movimento dependendo da seqüência de fases das correntes. Uma análise mais completa semelhante àquela do Item 3-4 ou da Fig. 11-2, prova que a onda progressiva tem amplitude constante e velocidade angular constante. Este fato é, naturalmente, a base de toda a teoria de operação simétrica das máquinas de indução.

O comportamento do motor para tensões aplicadas difásicas equilibradas de qualquer seqüência de fases pode ser determinado facilmente. Assim, se o rotor está girando a uma velocidade por unidade *n* na direção do enrolamento *a* para o enrolamento *m*, a impedância terminal por fase é dada pelo circuito equivalente da Fig. 11-15*a* quando a tensão aplicada v_a se adianta à tensão aplicada v_m de 90°. Ao longo de todo o resto do tratamento, esta seqüência de fases será chamada *seqüência positiva* e será designada pelo índice *f*, pois as correntes de seqüência positiva resultam em um campo *f*. Com o rotor ainda forçado a girar à mesma velocidade e na mesma direção, a impedância terminal por fase é dada pelo circuito equivalente da Fig. 11-15*b* quando v_a se atrasa a v_m por 90°. Esta seqüência de fases será chamada *seqüência negativa* e será designada pelo índice *b*, pois as correntes de seqüência negativa produzem um campo *b*.

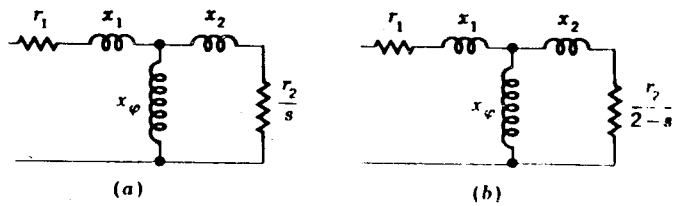


Fig. 11-15. Circuitos equivalentes para um motor difásico sob condições desequilibradas. (*a*) Campo *f*. (*b*) campo *b*.

Vamos supor agora que duas fontes de tensão difásicas simétricas de *seqüência de fases opostas* são ligadas em série e aplicadas simultaneamente ao motor, como indicado na Fig. 11-16*a*, onde as tensões fasoriais V_{mf} e jV_{mf} aplicadas, respectivamente, aos enrolamentos *m* e *a*, formam um sistema simétrico de seqüência positiva, e as tensões fasoriais V_{mb} e $-jV_{mb}$ formam um outro sistema simétrico mas de seqüência negativa. A tensão resultante V_m aplicada ao enrolamento *m* é, como fasor,

$$V_m = V_{mf} + V_{mb} \qquad (11\text{-}26a)$$

e a tensão aplicada ao enrolamento *a* é

$$V_a = jV_{mf} - jV_{mb} \qquad (11\text{-}26b)$$

Se, por exemplo, o sistema *f*, ou de seqüência positiva, é dado pelos fasores V_{mf} e jV_{mf} na Fig. 11-16*b* e o sistema *b* ou de seqüência negativa, é dado pelos fasores V_{mb} e $-jV_{mb}$, então, as tensões resultantes são dadas pelos fasores V_m e V_a. Assim, um sistema difásico desequilibrado de tensões aplicadas V_m e V_a foi sintetizado por combinação de dois sistemas simétricos de seqüências de fases opostas.

Entretanto, é muito mais fácil trabalhar com os sistemas de componentes simétricas do que com seu sistema desequilibrado resultante. Assim, é fácil calcular as correntes componentes produzidas por cada sistema de componentes simétricas de tensões aplicadas porque o motor de indução funciona como um motor difásico balanceado para cada sistema componente. Por superposição, a corrente real em um enrolamento, então, é a soma de suas componentes. Assim, se I_{mf} e I_{mb} são,

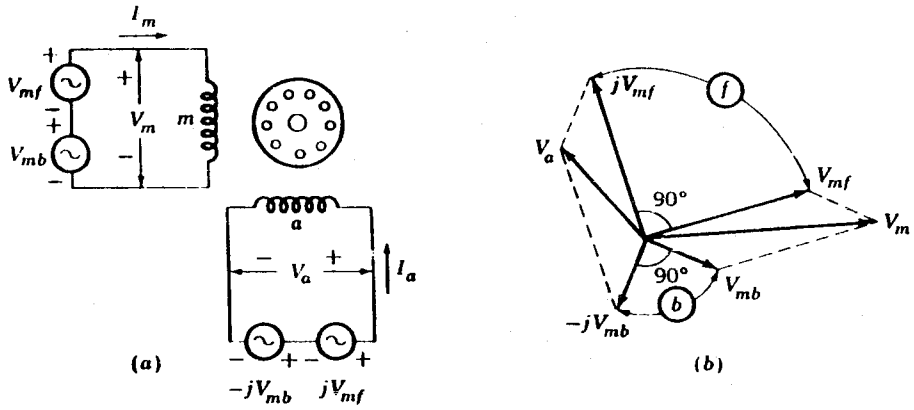


Fig. 11-16 Síntese de um sistema difásico desequilibrado pela soma de dois sistemas equilibrados de seqüências de faces opostas

respectivamente, as correntes fasoriais componentes de seqüências positiva e negativa no enrolamento *m*, então, as correntes fasoriais componentes de seqüências positiva e negativa no enrolamento *a* são, respectivamente, jI_{mf} e $-jI_{mb}$, e as correntes de enrolamento reais I_m e I_a são

$$I_m = I_{mf} + I_{mb} \qquad (11\text{-}27)$$

$$I_a = jI_{mf} - jI_{mb} \qquad (11\text{-}28)$$

A operação inversa, de determinar as componentes simétricas de tensões e correntes especificadas, ocorre também freqüentemente. Resolvendo as Eqs. 11-26*a* e 11-26*b* para as componentes fasoriais V_{mf} e V_{mb} em termos de tensões fasoriais conhecidas V_m e V_a obtemos

$$V_{mf} = 1/2(V_m - jV_a) \qquad (11\text{-}29)$$

$$V_{mb} = 1/2(V_m + jV_a) \qquad (11\text{-}30)$$

Estas operações são ilustradas no diagrama fasorial da Fig. 11-17. Obviamente, relações similares dão as componentes simétricas fasoriais I_{mf} e I_{mb} da corrente no enrolamento *m* em termos de correntes fasoriais especificadas I_m e I_a nas duas fases; assim

$$I_{mf} = 1/2(I_m - jI_a) \qquad (11\text{-}31)$$

$$I_{mb} = 1/2(I_m + jI_a)$$

A decomposição da onda de fmm de estator em suas componentes *f* e *b*, como na Fig. 11-2*c*, pode auxiliar a completar o quadro físico do que está acontecendo na máquina quando se utilizam as transformações de componentes simétricas das Eqs. 11-31 e 11-32. Na Fig. 11-18*a*, I_m e I_a são fasores girantes no tempo, cujas projeções no eixo real são proporcionais às correntes instantâneas nos enrolamentos. A Fig. 11-18*b* é um diagrama fasorial espacial, no qual as linhas em traço-ponto *m* e *a* representam os eixos dos enrolamentos, e os fasores F_m e F_a representam os valores instantâneos da onda de fmm pulsante produzidos por cada enrolamento. Para simplicidade, os fasores são mostrados em suas posições no instante em que i_m, e portanto F_m, tem seu máximo

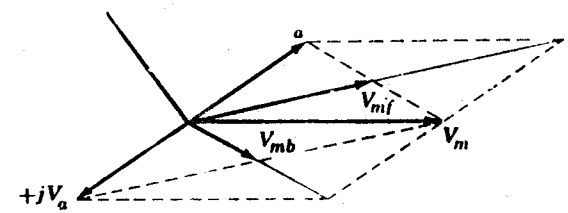


Fig. 11-17 Decomposição de tensões difásicas desequilibradas em componentes simétricas

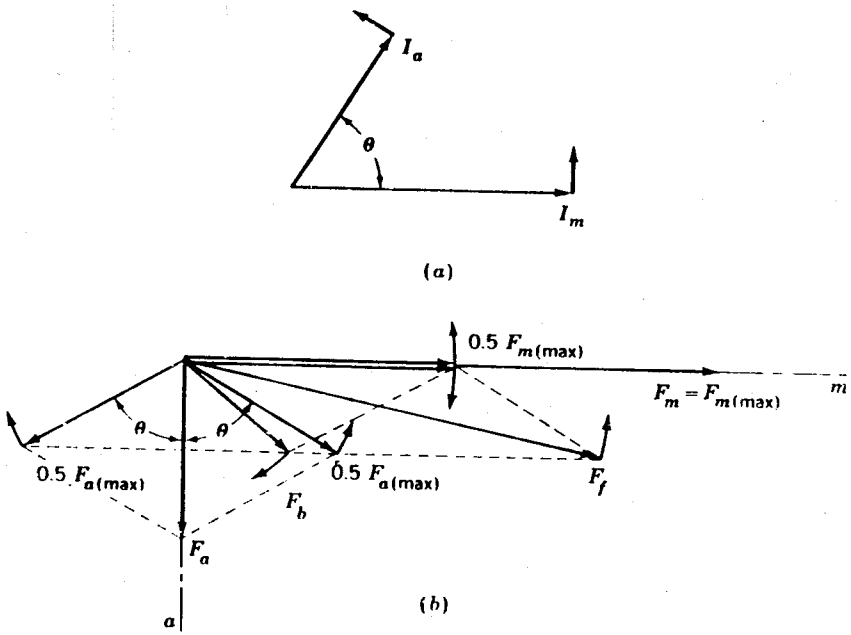


Fig. 11-18. (*a*) Correntes difásicas desequilibradas e (*b*) decomposição fasorial de ondas de fmm em componentes *f* e *b*

instantâneo $F_{m(max)}$. Conseqüentemente, quando F_m é decomposto em suas componentes de meia amplitude girantes para a frente e para trás (na maneira da Fig. 11-2*c* e Eq. 11-4), as componentes neste instante estão em linha com o eixo *m*, como mostrado pelas duas componentes que giram em sentidos opostos $0{,}5\,F_{m(max)}$. Neste mesmo instante, entretanto, i_a passou além de seu valor máximo, do ângulo no tempo θ (Fig. 11-18*a*), e portanto as componentes girantes para a frente e para trás $0{,}5\,F_{a(max)}$ estão nas duas posições mostradas na Fig. 11-18*b*. Os fasores espaciais que representam os campos *f* e *b* resultantes F_f e F_b são as somas fasoriais das componentes, como na Fig. 11-18*b*. Devido ao ângulo espacial entre os dois enrolamentos, o ângulo entre as duas componentes de campos girantes $0{,}5\,F_{m(max)}$ e $0{,}5\,F_{a(max)}$, para o campo *f*, é 90° menor do que o ângulo de fase no tempo θ entre as correntes, e para o campo *b* é 90° maior. Conseqüentemente, as somas fasoriais pelas quais as fmms F_f e F_b são obtidas na Fig. 11-18*b* são exatamente similares àquelas das Eqs. 11-31 e 11-32 para obtenção das correntes componentes simétricas. Assim, quando as correntes são decompostas

em componentes simétricas, a fmm de estator é desse modo decomposta em componentes *f* e *b*.

EXEMPLO 11-4

As constantes do circuito equivalente de um motor de indução de gaiola de 5 cv, 220 volts, 60 Hz, difásico, são dadas abaixo, em ohms por fase:

$$r_1 = 0{,}534 \qquad x_1 = 2{,}45 \qquad x_\varphi = 70{,}1$$
$$r_2 = 0{,}956 \qquad x_2 = 2{,}96$$

Este motor é alimentado por uma fonte difásica assimétrica cujas tensões de fase são, respectivamente, 230 volts e 210 volts, a menor tensão adiantada à maior por 80°. Para um escorregamento de 0,05, calcular:

a. As componentes de seqüências positiva e negativa das tensões aplicadas.
b. As componentes de seqüências positiva e negativa das correntes de fase do estator.
c. Os valores efetivos das correntes de fase.
d. A potência mecânica interna.

a. Sejam V_m e V_a as tensões aplicadas às duas fases, respectivamente. Então

$$V_m = 230\,\underline{/\,0°} = 230 + j0 \text{ volts}$$
$$V_a = 210\,\underline{/\,80°} = 36{,}4 + j207 \text{ volts}$$

Das Eqs. 11-29 e 11-30, as componentes *f* e *b* das tensões são, respectivamente,

$$V_{mf} = 1/2(230 + j0 + 207 - j36{,}4)$$
$$= 218{,}5 - j18{,}2 = 219{,}5\,\underline{/\,-4{,}8°} \text{ volts}$$
$$V_{mb} = 1/2(230 + j0 - 207 + j36{,}4)$$
$$= 11{,}5 + j18{,}2 = 21{,}5\,\underline{/\,57{,}7°} \text{ volts}$$

b. Das Eqs. 11-18 e 11-19, a impedância de campo *f* e, para um escorregamento de 0,05,

$$Z_f = 16{,}46 + j7.15 \text{ ohms}$$
$$r_1 + jx_1 = \underline{0{,}53 + j2{,}45} \text{ ohms}$$
$$\overline{16{,}99 + j9{,}60} = 19{,}50\,\underline{/\,29{,}4°} \text{ ohms}$$

Donde, a componente f da corrente de estator é

$$I_{mf} = \frac{219{,}5 \angle -4{,}8°}{19{,}50 \angle 29{,}4°} = 11{,}26 \angle -34{,}2° \text{ ampères}$$

Para o mesmo escorregamento, das Eqs. 11-22 e 11-23, a impedância de campo b é

$$\begin{aligned} Z_b &= 0{,}451 + j2{,}84 \text{ ohms} \\ r_1 + x_1 &= 0{,}534 + j2{,}45 \text{ ohms} \\ & 0{,}985 + j5{,}29 = 5{,}38 \angle 79{,}5° \text{ ohms} \end{aligned}$$

Assim, a componente b da corrente de estator é

$$I_{mb} = \frac{21{,}5 \angle 57{,}7°}{5{,}38 \angle 79{,}5°} = 4{,}00 \angle -21{,}8° \text{ ampères}$$

c. Pelas Eqs. 11-27 e 11-28, as correntes nas duas fases são, respectivamente,

$$I_m = 13{,}06 - j7{,}79 = 15{,}2 \angle -31° \text{ ampères}$$
$$I_a = 4{,}81 + j5{,}64 = 7{,}40 \angle 49{,}2° \text{ ampères}$$

Note-se que as correntes são muito mais desequilibradas do que as tensões aplicadas. Mesmo se o motor não estiver sobrecarregado no que se refere a carga no eixo, as perdas serão apreciavelmente aumentadas pelo desequilíbrio de corrente, e o enrolamento de estator no qual circula corrente maior pode sobreaquecer.

d. A potência entregue ao campo f pelas duas fases do estator é

$$P_{gf} = 2I_{mf}^2 R_f = 2 \times 126{,}8 + 16{,}46 = 4.175 \text{ watts}$$

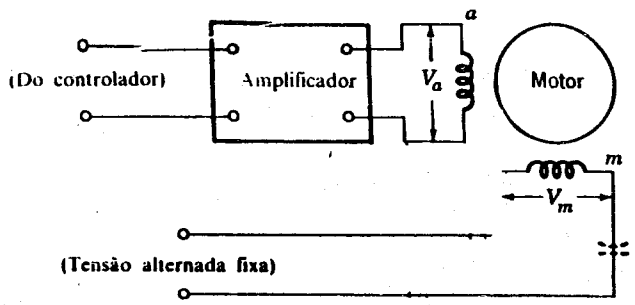


Fig. 11-19. Diagrama esquemático de um motor difásico de controle.

e a potência entregue ao campo b é

$$P_{gb} = 2I_{mb}^2 R_b = 2 \times 16{,}0 \times 0{,}451 = 15 \text{ watts}$$

Assim, de acordo com a Eq. 11-17, a potência mecânica interna desenvolvida é

$$P = 0{,}95(4175 - 15) = 3950 \text{ watts}$$

Se as perdas no ferro, atritos e ventilação, e as perdas suplementares são conhecidas, a potência de saída no eixo pode ser determinada subtraindo aquelas da potência interna. As perdas por atrito e ventilação dependem somente da velocidade, e são as mesmas que para operação equilibrada, à mesma velocidade. As perdas no ferro e suplementares, entretanto, são algo maiores do que seriam para operaçao equilibrada com a mesma tensão e corrente de seqüência positiva. O aumento é provocado principalmente pelas perdas no ferro à freqüência $(2 - s)$ e perdas suplementares geradas no rotor pelo campo b.

11-6 MOTORES DE CONTROLE DIFÁSICOS

Diversos sistemas de controle utilizam componentes eletromagnéticos de pequena potência como motores para mover as cargas e como sensores para medir velocidade e posição dos elementos controlados. Neste item vamos descrever o funcionamento de um motor de controle, que opera como um motor de indução difásico desequilibrado, e é apropriado para controlar sistemas até umas poucas centenas de watts. No Item 11-7, descreveremos o funcionamento de motores de passos, apropriados para sistemas de controle digitais. Nos Itens 11-8 e 11-9 descreveremos o funcionamento de sensores de posição e velocidade. Mais informação sobre estes e outros componentes de controle de sistemas pode ser encontrada na literaura técnica.

Um diagrama esquemático de um motor de controle difásico é dado na Fig. 11-19. A fase m do motor é a *fase fixa*, ou de *referência*. A tensão V_m é uma tensão fixa aplicada por uma fonte de tensão constante, freqüência constante. A fase a é a *fase de controle*. A tensão V_a é fornecida por um amplificador, usualmente um amplificador magnético ou a estado sólido, e tem uma amplitude proporcional ao sinal de controle de entrada. As tensões V_m e V_a precisam estar em sincronismo, o que significa que elas precisam ser obtidas da mesma fonte de c.a. básica. Elas precisam também estar aproximadamente em quadratura no tempo, seja por introdução de um deslocamento de fase de 90° no amplificador ou por ligação de um capacitor apropriado em série com a fase de referência m. O amplificador obtém sua potência da mesma fonte de

c.a. que supre a fase de referência, de modo que a tensão de saída do amplificador V_a é uma onda de tensão alternada modulada, com a componente fundamental de mesma freqüência que V_m. Quando V_a tem um valor não nulo e sua fase se adianta em relação a V_m de aproximadamente 90°, a rotação é numa direção; quando V_a se atrasa em relação a V_m, resulta rotação na outra direção. Como o conjugado é uma função de V_m e de V_a, uma mudança no valor de V_a muda o conjugado desenvolvido pelo motor.

Curvas típicas de conjugado-velocidade para um motor de controle difásico são dadas na Fig. 11-20 para uma série de valores de tensão de controle e tensão de referência unitária. Elas são baseadas em um motor que tem enrolamentos de estator difásicos idênticos, ligados a fontes de impedâncias desprezíveis.

As necessidades de um sistema de controle especificam aproximadamente a forma da característica de conjugado-velocidade de um motor de indução difásico apropriado para tal uso. Como com qualquer motor para tal serviço, o conjugado deve ser alto em velocidades próximas de zero, e a inclinação da característica de conjugado-velocidade deve ser negativa na faixa de funcionamento normal em torno de velocidade zero, a fim de prover uma característica estabilizadora para o sistema de controle. Estas necessidades podem ser satisfeitas pelo uso de um rotor de alta resistência, projetado de modo que o conjugado máximo seja desenvolvido a uma velocidade inversa de aproximadamente metade da velocidade síncrona, como mostrado pela característica conjugado-velocidade correspondente a $V_a = 1{,}0$ na Fig. 11-20. O funcionamento normal perto da velocidade zero está, então, na região estável à direita dos pontos de conjugado máximo. Uma exigência adicional é que o motor não deve tender a girar como motor monofásico quando o sinal de erro for nulo. Pode ser mostrado que esta exigência também é satisfeita por um rotor de alta resistência.

Embora o motor de indução de gaiola prefira girar a um pequeno escorregamento e portanto seja mais adequado a acionamento de velocidade constante, este tipo de motor tem outras características que são suficientemente atrativas, de modo que ele é amplamente usado em sistemas de controle de baixa potência. A robustez e a simplicidade do rotor de gaiola são grandes vantagens por razões econômicas e técnicas. Não há escovas sobre contatos deslizantes, que exigem inspeção e manutenção, como em outros tipos de motores. Devido aos enrolamentos de rotor não requererem isolamento, a temperatura do rotor é limitada somente por considerações mecânicas e indiretamente por seus efeitos na temperatura do enrolamento de estator. Se forem providos meios apropriados para refrigerar os enrolamentos de estator, podem ser

toleradas maiores perdas no rotor do que em outros tipos de motores. Como há relativamente pouco material inativo, a inércia de um motor de gaiola pode ser feita menor do que de um motor de c.c. de potência correspondente. Quando a máxima potência de saída está abaixo de uns poucos watts, a inércia pode ser minimizada pelo uso de uma caneca metálica fina como rotor. Como é mostrado no esboço simplificado da Fig. 11-21, a parte girante é então como uma lata com uma tampa removida. Um núcleo de ferro estacionário, como um bujão dentro da caneca, completa o circuito magnético.

A principal desvantagem do motor de controle difásico é o baixo rendimento, característico de um motor de indução de gaiola girando com grande escorregamento. Como foi apontado no Item 7-3, o rendimento de um motor de indução polifásico com enrolamento de rotor curto-circuitado é semelhante ao de uma embreagem mecânica deslizante; o escorregamento é uma medida direta das perdas no rotor. O limite inerente sobre o rendimento será ainda mais baixo em um esquema de controle de velocidade que envolve desbalanceamento das tensões aplicadas, devido à diminuição na potência de saída e ao aumento nas perdas no rotor.

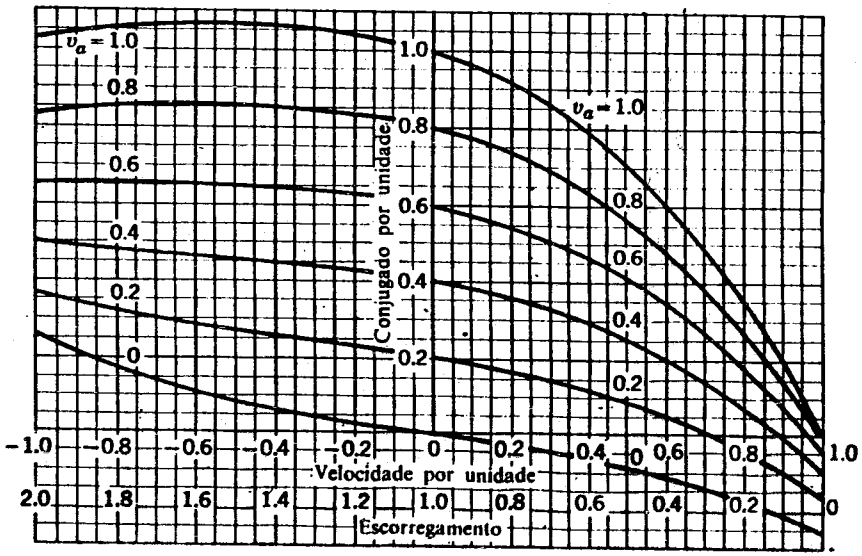


Fig. 11-20. Curvas de conjugado-velocidade típicas de um motor difásico de controle.

EXEMPLO 11-5

Pode ser notado da Fig. 11-20 que, na faixa de baixas velocidades, o conjugado de um motor de controle difásico é linearmente proporcional à tensão eficaz no enrolamento de controle. Nesta faixa, as curvas de conjugado-velocidade têm uma inclinação negativa que é aproximadamente constante e substancialmente a mesma, para os valores mais baixos de tensão de controle. Sob estas condições, as curvas de conjugado-velocidade podem ser representadas pela relação

$$T = k_1 V_a - k_2 \omega_0$$

onde ω_0 é a velocidade angular mecânica e k_1 e k_2 são constantes determinadas das curvas e pelas unidades utilizadas.

O motor está acionando uma carga que requer um conjugado tipo atrito viscoso $f_v\omega_0$ proporcional à velocidade. A inércia combinada do rotor e carga é J. Determinar as funções de transferência relacionando:

a. A posição do eixo do motor e a tensão de controle.

b. A velocidade do eixo do motor e a tensão de controle.

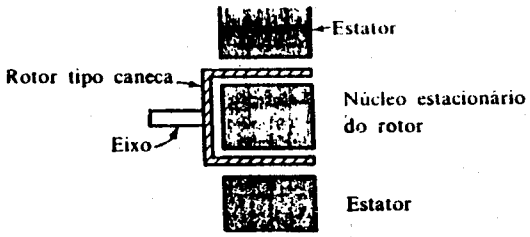


Fig. 11-21. Seção transversal de um motor caneca.

Solução

a. O sinal ao motor consiste na variação do valor eficaz V_a da tensão no enrolamento de controle. Seja v_s o valor desta tensão em um instante qualquer de tempo t. A equação diferencial eletrodinâmica em termos do ângulo de posição do eixo ϑ_o é então

$$J\frac{d^2\theta_o}{dt^2} + f_v\frac{d\theta_o}{dt} = k_1 v_s - k_2\frac{d\theta_o}{dt}$$

As amplitudes fasoriais Θ_o e V_s têm variação senoidal à freqüência angular ω, e a última equação torna-se, então:

$$(j\omega)^2 J\Theta_o + j\omega(f_v + k_2)\Theta_o = k_1 V_s$$

que produz a função de transferência

$$\frac{\Theta_o}{V_s} = \frac{k_1}{(j\omega)^2 J + j\omega(f_v + k_2)}$$

b. A equação diferencial em termos da velocidade angular do eixo ω_o é

$$J\frac{d\omega_o}{dt} + f_v\omega_o = k_1 v_s - k_2\omega_o$$

Então $$j\omega J\Omega_o + (f_v + k_2)\Omega_o = k_1 V_s$$

ou a função de transferência é

$$\frac{\Omega_o}{V_s} = \frac{k_1}{f_v + k_2 + (j\omega)J}$$

As características do motor difásico de controle podem ser determinadas num ensaio com dinamômetro, capaz de movê-lo na faixa de escorregamento de 1,0 a 2,0 e carregá-lo entre os escorregamentos 1,0 e zero. As características podem também ser calculadas usando o método de componentes simétricas do Item 11-5. A análise é grandemente simplificada se as correntes e tensões são consideradas senoidais, se os efeitos das impedâncias de fontes são desprezados, e se o motor tem enrolamentos de estator difásicos idênticos. O motor então é simplesmente um motor difásico simétrico alimentado por uma fonte difásica desequilibrada.

EXEMPLO 11-6

Um motor de indução difásico simétrico desenvolve um conjugado

interno máximo a uma velocidade inversa de 0,50 por unidade, quando as tensões difásicas equilibradas são aplicadas a seus terminais de estator. O Q do circuito equivalente de Thévenin (veja o Art. 7-5) é 3,0. Este motor deve ser usado como um motor de controle difásico com tensão constante de 1,00 por unidade aplicada a sua fase de referência, e tensão variável aplicada a sua fase de controle, sendo estas tensões consideradas em quadratura no tempo.

Traçar uma família de características de conjugado interno-velocidade para valores por unidade de tensão da fase de controle 1,00, 0,80, 0,60, 0,40, 0,20, e 0, cobrindo uma faixa de velocidades de -1 a $+1$ por unidade. Expressar o conjugado em por unidade, considerando unitário o conjugado interno desenvolvido com rotor parado, quando são aplicadas tensões difásicas equilibradas de 1,00 por unidade às duas fases do estator.

As curvas de conjugado-escorregamento obtidas neste exemplo são aquelas traçadas na Fig. 11-20.

Solução

A velocidade para conjugado máximo, o Q, e o conjugado de estol para tensões difásicas balanceadas, fixam a curva para $V_a = 1{,}00$. Esta curva pode ser determinada a partir das curvas normalizadas de conjugado-escorregamento da Fig. 7-13. O resto da família pode então ser calculada desta curva, decompondo as tensões aplicadas em componentes difásicas simétricas.

Como a velocidade para conjugado máximo é dada como $-0{,}50$ por unidade, o escorregamento para conjugado máximo $s_{max\,T} = 1{,}50$. Com rotor parado, então,

$$\frac{s}{s_{max\,T}} = \frac{1{,}00}{1{,}50} = 0{,}667$$

Da Fig. 7-13 para $Q = 3{,}0$, o quociente de conjugados com rotor parado vale:

$$\frac{T_{estol}}{T_{max}} = 0{,}938$$

Mas $T_{estol} = 1{,}00$ por unidade, por definição. Então, T_{max} é 1/0, 938, ou 1,066 por unidade.

Os dados para a curva conjugado-velocidade correspondente a $V_a = 1{,}00$ na Fig. 11-20 podem agora ser obtidos da Fig. 7-13. Os dados são mostrados na Tabela 11-1. A primeira coluna indica a relação de escorregamentos, e a correspondente relação de conjugado é lida na curva para $Q = 3{,}0$ na Fig. 7-13. O escorregamento

real s na coluna 3 é determinado multiplicando a coluna 1 por $s_{max\,T} = 1{,}50$. O conjugado correspondente T_f' na coluna 4 é determinado multiplicando a coluna 2 por $T_{max} = 1{,}066$. Para condições equilibradas ($V_a = 1{,}00$) não há conjugado b, e a coluna 4 dá o conjugado líquido do qual é traçada a curva indicada com $V_a = 1{,}0$ na Fig. 11-20.

TABELA 11-1
CÁLCULOS PAA O EXEMPLO 11-6

$\frac{s}{s_{max\,T}}$	$\frac{T}{T_{max}}$	s	T_f'	$2-s$	T_b'
0	0	0	0	2,0	1,03
0,133	0,32	0,2	0,34	1,8	1,055
0,267	0,565	0,4	0,60	1,6	1,06
0,40	0,745	0,6	0,795	1,4	1,06
0,533	0,86	0,8	0,92	1,2	1,045
0,667	0,94	1,0	1,00	1,0	1,00
0,80	0,98	1,2	1,045	0,8	0,92
0,933	0,995	1,4	1,06	0,6	0,795
1,067	0,995	1,6	1,06	0,4	0,60
1,20	0,99	1,8	1,055	0,2	0,34
1,33	0,965	2,0	1,03	0	0

Quando as tensões são desequilibradas, elas podem ser decompostas em componentes simétricas. Seja V_a o módulo da tensão da fase de controle, e suponha-se que esta tensão está adiantada em relação à tensão de referência V_m de 90°. A expressão fasorial para a tensão da fase de controle então é jV_a, e as Eqs. 11-29 e 11-30 se reduzem a

$$V_{mf} = 1/2[1 - j(jV_a)] = 1/2(1 + V_a) \qquad (11\text{-}33)$$

$$V_{mb} = 1/2[1 + j(jV_a)] = 1/2(1 - V_a) \qquad (11\text{-}34)$$

Ambos os campos f e b estão agora presentes. O escorregamento para o campo b é $2-s$, como na coluna 5 da Tabela 11-1. A coluna 6 dá os valores de conjugado b, T_b', que seriam desenvolvidos com tensões de seqüência negativa de 1,00 por unidade, e é obtida da coluna 4. (Por exemplo, o valor de T_b' com escorregamento de campo b $2-s = 1{,}8$ é o mesmo que o valor de T_f' com escorregamento de campo f de $s = 1{,}8$.)

Como o conjugado interno desenvolvido por um motor de indução polifásico varia com o quadrado da tensão, os conjugados f e b portanto são

$$T_f = V_{mf}^2\, T_f' \qquad (11\text{-}35)$$

$$T_b = V_{mb}^2\, T_b' \qquad (11\text{-}36)$$

onde V_{mf}, V_{mb} são os valores por unidade das componentes de seqüências de fases positiva e negativa das tensões desequilibradas aplicadas (Eqs. 11-33 e 11-34), e T'_f, T'_b são os conjugados f e b correspondentes às tensões aplicadas de seqüências negativa e positiva, respectivamente, de 1,00 por unidade, como dado nas colunas 4 e 6. O conjugado interno líquido T é

$$T = T_f - T_b \tag{11-37}$$

O conjugado desenvolvido para qualquer valor de V_a e do escorregamento pode ser determinado agora. Por exemplo, das Eqs. 11-33 a 11-36,
Para $V_a = 0{,}60$:

$$V_{mf} = 0{,}80 \qquad T_f = 0{,}64\,T'_f$$
$$V_{mb} = 0{,}20 \qquad T_b = 0{,}04\,T'_b$$

Os valores de T'_f e T'_b podem ser lidos da Tabela 11-1. Por exemplo, Para $s = 0{,}20$:

$$T'_f = 0{,}34 \qquad T_f = (0{,}64)(0{,}34) = 0{,}218$$
$$T'_b = 1{,}055 \qquad T_b = (0{,}04)(1{,}055) = 0{,}042$$
$$T = T_f - T_b = 0{,}176$$

Os dados para a família de curvas da Fig. 11-20 podem ser calculados por repetição destes cálculos simples para outros valores de V_a e do escorregamento. Os cálculos podem ser arranjados sistematicamente em forma tabular.

As curvas não dimensionais da Fig. 11-20 são aproximadamente aplicáveis a todos os motores difásicos de controle, pois quase todos eles são projetados para desenvolver conjugado máximo a aproximadamente a mesma velocidade por unidade, e para ter aproximadamente o mesmo Q. O escorregamento $s_{max\,T}$ com conjugado máximo e o Q, fixam a forma das características, desde que a resistência do rotor seja constante e os efeitos de saturação sejam desprezíveis. Mesmo amplas variações nos parâmetros $s_{max\,T}$ e Q têm efeito relativamente pequeno nas características, na faixa normal de funcionamento.

11-7 MOTORES DE PASSOS

O motor de passos é uma forma de motor síncrono projetado para girar apenas um número especificado de graus para cada pulso elétrico recebido na unidade de controle. Alguns degraus típicos são 7,5° e 15° por pulso. O motor de passos é usado em sistemas de controle digital

em que o motor recebe comandos em malha aberta, na forma de um trem de pulsos, para girar um eixo ou mover uma placa de uma distância especificada. Uma aplicação típica para o motor é o posicionamento de uma mesa de trabalho em duas dimensões, para furação automática de acordo com instruções em fita sobre as posições dos furos. Com um motor de passos, normalmente não é necessário um sistema sensor de posição e realimentador para fazer com que o atuador de saída siga as instruções de entrada. Há motores de passos construídos para seguir sinais rápidos até 1200 pulsos por segundo, e com potência equivalente até vários cv.

Os motores de passos são usualmente projetados com um enrolamento de estator polifásico, de vários polos, não muito diferente dos enrolamentos de máquinas convencionais. Tipicamente, eles usam enrolamentos trifásicos e tetrafásicos, com o número de polos determinado pelo passo angular desejado por pulso de entrada. Os rotores são do tipo de relutância variável, ou do tipo ímã permanente. Os motores de passos operam com um circuito lógico externo de alimentação; conforme um trem de pulsos é aplicado à entrada do circuito de alimentação, o circuito fornece correntes apropriadas aos enrolamentos de estator do motor para fazer o eixo do campo de entreferro girar por passos, em coincidência com os pulsos de entrada. Dependendo da velocidade dos pulsos e do conjugado de carga, incluindo efeitos de inércia, o rotor segue do campo magnético de entreferro em virtude do conjugado de relutância e/ou do conjugado de ímã permanente.

A operação elementar de um motor de passos tetrafásico com um rotor de dois polos é mostrada na seqüência da Fig. 11-22. O rotor pode ser um elemento ferromagnético ou um ímã permanente. O rotor assume os ângulos $\theta = 0°, 45°, 90°, \ldots$, conforme os enrolamentos são excitados na seqüência N_a, $N_a + N_b$, N_b, ... O motor de passos da Fig. 11-22 pode também ser usado para passos de 90°, excitando as bobinas isoladamente. No último caso, somente o rotor de ímã permanente pode ser usado. As curvas conjugado-ângulo para os dois tipos de rotores são mostradas na Fig. 11-23; enquanto no rotor de ímã permanente o conjugado tem o valor de pico quando a excitação está deslocada de 90°, no rotor ferromagnético o conjugado é nulo e pode mover-se em qualquer direção. O rotor de ímã permanente tem a característica adicional que a posição do rotor θ é definida pelas correntes de enrolamento sem nenhuma ambiguidade, enquanto o rotor ferromagnético tem duas posições possíveis para cada configuração de correntes de enrolamentos. É possível imaginar configurações dos enrolamentos para obter degraus de 22,5°, 11,25°, e menores, por cada pulso no circuito de entrada.

Para obter degraus de ângulo relativamente pequenos, pode ser

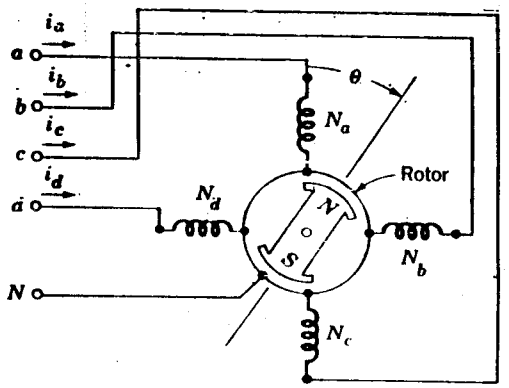


Fig. 11-22. Diagrama elementar de um motor de passos tetrafásico.

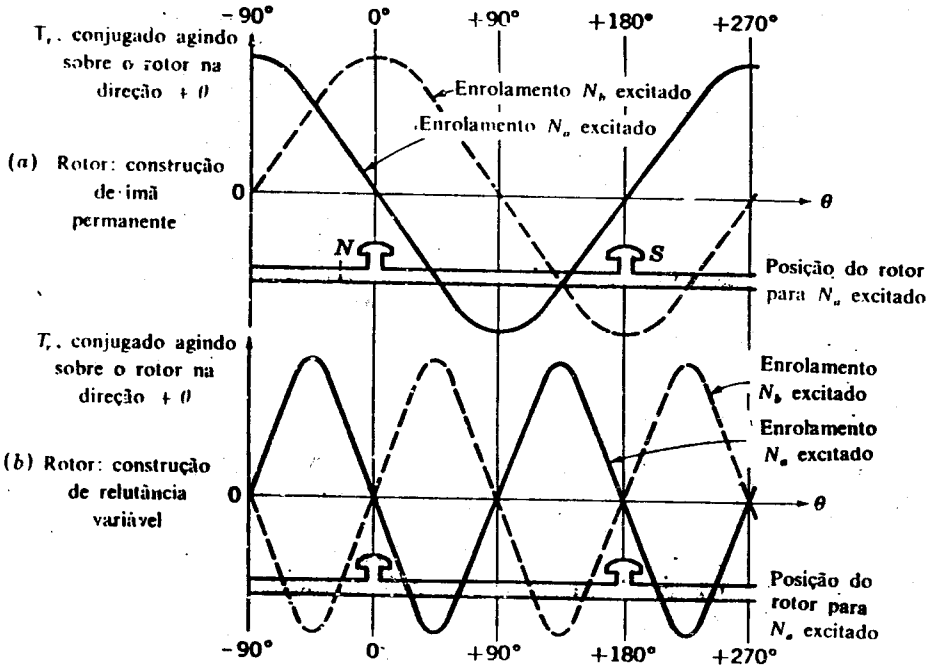


Fig. 11-23. Curvas de conjugado-deslocamento para padrão de enrolamentos do motor de passos de Fig. 11-22: (*a*) Rotor de imã permanente; (*b*) rotor de relutância variável.

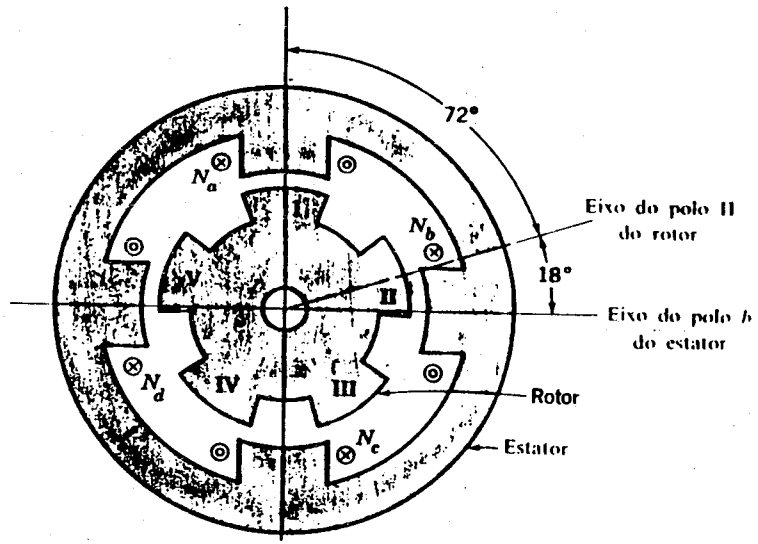


Fig. 11-24. Seção transversal de um motor de passos para operção diferencial.

usada uma construção diferencial como mostra a Fig. 11-24. O estator tem um enrolamento difásico enquanto o rotor tem cinco polos projetantes. A posição mostrada é para corrente no enrolamento N_a. Se a corrente é agora transferida ao enrolamento N_b, o rotor girará por $\theta = 90° - 72° = 18°$ para alinhar o polo 2 com o eixo N_b. O rotor pode ser ferromagnético ou pode utilizar construção de imã permanente. O imã permanente é usualmente colocado na posição axial como mostrado na Fig. 11-25, com placas ferromagnéticas finais para formarem os polos. Tal construção tende a reduzir o conjugado de relutância e

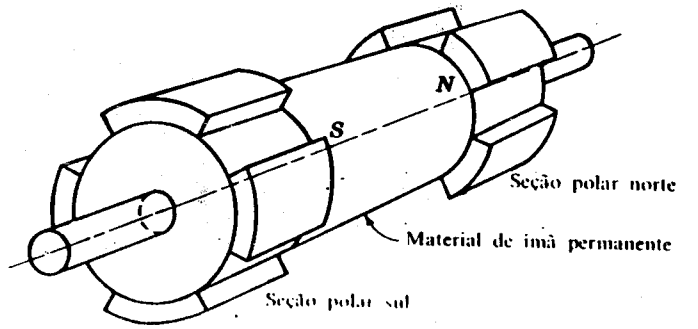


Fig. 11-25. Rotor de um motor de passos com imã permanente axial.

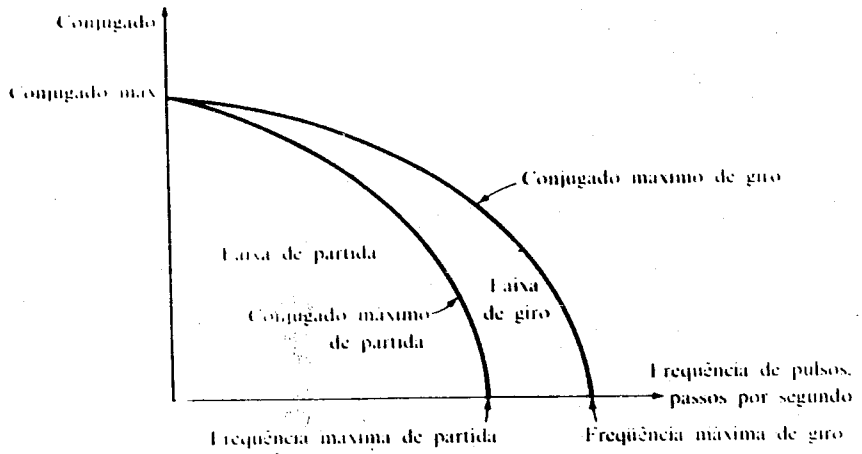


Fig. 11-26 Características de conjugado contra frequência de pulsos para um motor de passos.

faz o motor responder suavemente às correntes dos enrolamentos. Ela também provê um carregamento magnético uniforme sobre o material do imã permanente.[1]

As características de um motor de passos são freqüentemente apresentadas na forma de conjugado em função da freqüência dos pulsos aplicados à unidade de alimentação, como mostrado na Fig. 11-26. Conforme a freqüência de pulsos aumenta, o motor pode fornecer menos conjugado porque o rotor tem menos tempo para mover a carga de uma posição para a próxima, conforme a configuração das correntes nos enrolamentos de estator é deslocada. A faixa de partida da Fig. 11-26 é aquela na qual a posição da carga segue os pulsos sem perder passos. A faixa de giro é aquela na qual a velocidade da carga apenas segue a freqüência de pulsos sem perder passos, mas não pode partir, parar ou inverter, obedecendo ao comando. O ponto de conjugado máximo é o máximo é o máximo conjugado de retenção de uma carga imóvel do motor excitado. Com cargas leves, a máxima freqüência de giro pode ser até dez vezes a freqüência de resposta de posição.

A vantagem do motor de passos é o menor tamanho e custo mais baixo da unidade de alimentação do motor comparado às partes correspondentes de um servomecanismo controlador de posição ou velocidade. Alguns motores de passos, de relutância variável, típicos, operam a pequenos passos, 15° ou menos, ou a freqüências máximas de resposta em posição até 1200 pps. Tipos característicos a imã permanente operam a passos maiores, até 90°, e com freqüências máximas de resposta de

[1]Veja A. E. Snowden e E. W. Madsen, Characteristics of a Synchronous Inductor Motor, *IEEE Trans.*, Part II, Applications and Industry, 81:1-5(1962).

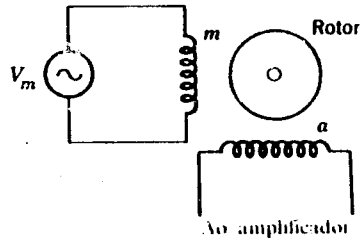


Fig. 11-27 Diagrama esquemático de um tacômetro difásico.

300 pps. As aplicações incluem posicionamento de mesas para máquinas operatrizes, acionamento de fitas, acionamento de registradores de pena e registradores X-Y.[1]

11-8
TACÔMETROS DE C.A.

Para sistemas de controle com realimentação, é freqüentemente necessário medir a velocidade angular de um eixo. É freqüentemente desejável que esta medida esteja na forma de uma tensão alternada de freqüência constante. Um pequeno motor de indução difásico pode ser usado para este objetivo. As ligações são mostradas na Fig. 11-27. O enrolamento *m*, chamado de *campo fixo*, ou *campo de referência*, é energizado por uma tensão alternada apropriada de amplitude e freqüência fixas. Uma tensão da mesma freqüência é então gerada no enrolamento auxiliar, ou *campo de controle a*. Esta tensão é aplicada ao circuito de entrada de alta impedância de um amplificador, e portanto o enrolamento *a* pode ser considerado como em circuito aberto. As exigências elétricas são, idealmente, que o valor do sinal de tensão gerado no enrolamento *a* seja linearmente proporcional à velocidade, e que a fase desta tensão seja fixa relativamente à tensão aplicada V_m.

O funcionamento do tacometro de c.a. pode ser visualizado em termos da teoria de dois campos girantes do Art. 11-4.[2] Observado do ponto de vista do enrolamento de referência *m*, o tacômetro é equivalente a um motor de indução monofásico pequeno e, portanto, aplica-se o circuito equivalente da Fig. 11-14*c* às condições vistas deste enrolamento. As tensões sobre as impedâncias $0{,}5Z_f$ e $0{,}5Z_b$ na Fig. 11-14*c*

[1]Para uma descrição de vários tipos de motores de passos veja o artigo Stepper Motor and Controls, *Electromechanical Design*, 107, 119 (1969). Uma extensa bibliografia é dada por D. J. Robinson e C. K. Taft, A Dynamic Analysis of Magnetic Stepping Motors, *IEEE Trans., on Industrial Electronics and Control Instrumentation*, IECI-16(2):111-125 (1969).

[2]Para uma análise quantitativa, veja R. H. Frazier, Analysis of the Drag-cup AC tachometer, *Trans. AIEE*, 70 (1951).

são as tensões geradas no enrolamento m pelas ondas de fluxo f e b, respectivamente. Estas ondas de fluxo também geram tensões no enrolamento auxiliar a. Se a relação das espiras efetivas no enrolamento a para as espiras efetivas no enrolamento m é a, então as tensões geradas no enrolamento a são a vezes as tensões correspondentes geradas no enrolamento m. Por espiras efetivas quer-se dizer o número de espiras corrigido para os efeitos de distribuição dos enrolamentos, na medida em que estão envolvidas distribuições espaciais fundamentais de fluxo e fmm. Se a direção de rotação é tal que o campo f gira passando pelo enrolamento a um quarto de ciclo no tempo antes de passar pelo enrolamento m, então a tensão E_{af} gerada pelo campo f no enrolamento a está adiantada em 90° à tensão correspondente E_{mf} gerada no enrolamento m, ou, em forma fasorial,

$$E_{af} = jaE_{mf} = jaI_m 0{,}5 Z_f \qquad (11\text{-}38)$$

onde I_m é a corrente fasorial no enrolamento m e é determinada pelo circuito equivalente da Fig. 11-14c. O campo b gira na direção oposta, e portanto a tensão E_{ab} gerada por ele no enrolamento a se atrasa de 90° relativamente à tensão correspondente E_{mb} gerada no enrolamento m, ou

$$E_{ab} = -jaE_{mb} = -jaI_m 0{,}5 Z_b \qquad (11\text{-}39)$$

A tensão total E_a gerada no enrolamento a é a soma das componentes geradas por cada campo, ou

$$E_a = jaI_m 0{,}5(Z_f - Z_b) \qquad (11\text{-}40)$$

Com rotor parado, os campos f e b são iguais, e nenhuma tensão é gerada no enrolamento a. Entretanto, quando o rotor está girando, a impedância do campo f aumenta enquanto a do campo b diminui, e a diferença entre elas é função da velocidade. A tensão gerada no enrolamento a é portanto função da velocidade. A inversão da direção de rotação inverte a fase da tensão do enrolamento auxiliar.

As formas das curvas do módulo da tensão e do ângulo de fase, como funções da velocidade, dependem da faixa de velocidade e das constantes do tacômetro – principalmente do quociente Q_2 entre a auto-reatância e a resistência do rotor. Pode ser demonstrado que um baixo Q_2 do rotor (x_{22}/r_2 menor do que cerca de 0,1) ou um alto Q_2 do rotor (x_{22}/r_2 maior do que cerca de 10) produzirá ângulo de fase quase constante e uma relação quase linear entre a tensão do enrolamento auxiliar e a velocidade. A sensibilidade em volts por rpm é sacrificada se é usado um rotor de baixo Q_2, mas é ampla a faixa de velocidades na qual a sensibilidade é linear. Por outro lado, se um rotor

de alto Q_2 é usado, a faixa de velocidades em torno de velocidade zero é limitada a uma fração bem pequena da velocidade síncrona, quando as exigências de linearidade da tensão e constância do ângulo de fase são restritas. Estas restrições sobre o Q_2 do rotor não devem ser tomadas muito literalmente, entretanto, pois pode ser obtido desempenho satisfatório com valores intermediários de Q_2, se as exigências de linearidade da tensão e constância do ângulo de fase não são demasiado severas.

Em comum com outros instrumentos de medida, o tacômetro de c.a. deverá ter efeito tão pequeno quanto possível sobre o sistema no qual ele é inserido. Em outras palavras, seu conjugado deve ser pequeno comparado com os outros conjugados do sistema, e sua inércia deve ser pequena quando são encontradas rápidas variações de velocidade, como em sistemas de controle automático. Para minimizar a inércia, os tacômetros de c.a. são freqüentemente construídos com um rotor em forma de caneca metálica fina, semelhante àquele mostrado no esboço simplificado da Fig. 11-21. Devido ao entreferro relativamente longo, esta construção dá inerentemente um Q_2 bem baixo, que pode ser feito ainda mais baixo, se desejado, fazendo a caneca de material de resistividade alta.

Os tacômetros de corrente alternada requerem mão-de-obra precisa e cuidado no projeto e na montagem, a fim de manter concentricidade e eliminar o acoplamento direto através dos fluxos dispersos entre o enrolamento de excitação e o enrolamento de saída. Tal acoplamento resultará em tensão de sinal a velocidade nula. As vezes são utilizadas blindagens de ferro doce para minimizar a captação de campos parasitas. Freqüentemente, os tacômetros de c.a. são usados em sistemas de 400 Hz.

11-9 SINCROS E TRANSFORMADORES DE CONTROLE

Os sincros são usados em sistemas de controle para transmitir informação de posição de eixos, para manter sincronismo entre dois ou mais eixos, e para desempenhar operações aritméticas com informação angular. A designação de *selsyn* é também usada, da combinação "self-synchronous". Um transformador de controle é um tipo particular de sincro que provê um sinal elétrico de erro, proporcional ao desvio de seu eixo da posição síncrona; é amplamente usado em sistemas de controle de posição com realimentação. Os sincros são geralmente construídos como versões-miniatura de máquinas de c.a. síncronas; eles têm um enrolamento de estator trifásico distribuído e um enrolamento de rotor monofásico, de 2 polos.

Um arranjo básico de dois sincros no qual os dois eixos mantêm sincronismo é mostrado na Fig. 11-28. Na maioria dos aspectos, a cons-

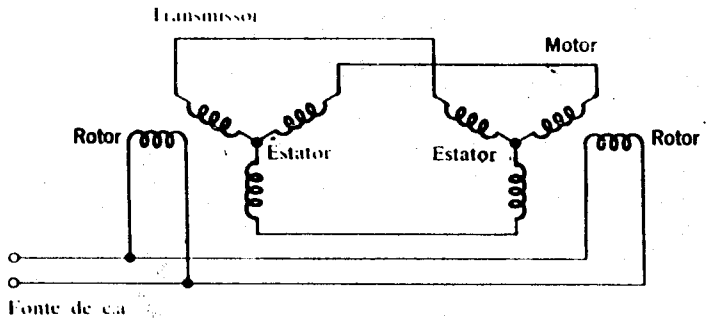


Fig. 11-28. Sistema sincrotransmissor-motor monofásico.

trução do *sincrogerador*, ou *sincrotransmissor*, é similar àquela do *sincromotor*, ou *sincro-receptor*. Ambos têm um enrolamento monofásico (usualmente no rotor) ligado a uma fonte de tensão alternada comum. Sobre a outra parte (usualmente o estator), ambos têm 3 enrolamentos, com eixos a 120°, e ligados em Y; estes enrolamentos no transmissor e motor têm seus terminais correspondentes ligados juntos. Quando os enrolamentos monofásicos do rotor são excitados, são induzidas tensões pela ação de transformador nos enrolamentos de estator ligados em Y. Se os dois rotores estão na mesma posição espacial relativa a seus enrolamentos de estator, as tensões de enrolamento de estator do transmissor e motor são iguais, e nenhuma corrente circula nestes enrolamentos, e nenhum conjugado é transmitido. Se, entretanto, as posições espaciais dos dois rotores não correspondem, as tensões nos enrolamentos de estator serão desiguais e circulam correntes nos enrolamentos de estator. Estas correntes, em conjunto com os campos magnéticos de entreferro, produzem conjugados que tendem a alinhar os dois rotores.

Mecanicamente, os sincros têm as mesmas características gerais de construção dos pequenos motores. A estrutura do rotor de um sincromotor pode ser vista na Fig. 11-29. O rotor e estator são laminados, e são usados rolamentos para minimizar o atrito. São usados amortecedores para forçar os motores a estabelecer rapidamente a posição angular.

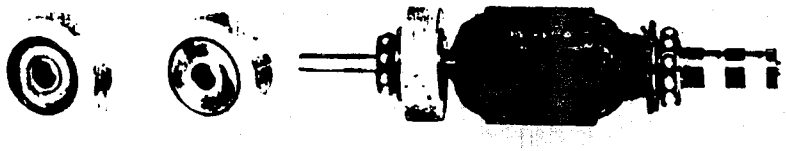


Fig. 11-29. Dois amortecedores (vistas de frente e de trás) e rotor enrolado, com amortecedor, para sincromotor (*General Electric Company.*)

Pode demonstrar que o conjugado motor, quando parado, ou para rotação lenta, depende do seno da diferença angular entre as posições dos eixos do transmissor e do motor. Os gradientes de conjugado, desenvolvidos por transmissores e motores eletricamente idênticos, interligados como na Fig. 11-28, variam de $0{,}5 \times 10^{-3}$ N.m por grau para as unidades menores a 13×10^{-3} N.m por grau para unidades maiores.

Uma modificação do sistema sincro da Fig. 11-28 pode ser introduzida incluindo um *sincrodiferencial*, permitindo assim que a rotação de um eixo seja função da soma ou diferença da rotação de dois outros eixos. Na Fig. 11-30, o sincrodiferencial age como um transmissor diferencial. As tensões aplicadas aos enrolamentos de estator induzem tensões correspondentes nos enrolamentos de rotor. Os valores relativos das três tensões de rotor são os mesmos que existiriam se o diferencial fosse removido e o transmissor fosse girado de um ângulo igual à soma ou diferença dos ângulos do transmissor e diferencial. Tais transmissores diferenciais usualmente têm um banco de três capacitores ligados aos terminais primários, para melhorar o fator de potência e assim minimizar a possibilidade de superaquecer o sistema. Alternativamente, o diferencial pode ser usado como um motor alimentado por dois transmissores sincros separados e produzindo uma rotação que depende da soma ou diferença das duas rotações dos transmissores.

O máximo erro estático para um sistema que consiste de um transmissor e um motor único do mesmo tamanho é da ordem de 1°, e é causado principalmente pelo atrito nos mancais do motor. O erro aumenta conforme sincros adicionais são acrescentados ou conforme a impedância da linha entre transmissor e motor se torna apreciável. Os erros dinâmicos, criados por oscilação mecânica do eixo do motor em torno da posição correta, podem alcançar duas ou três vezes os erros estáticos. Para minimizar os erros dinâmicos, são montados amorte-

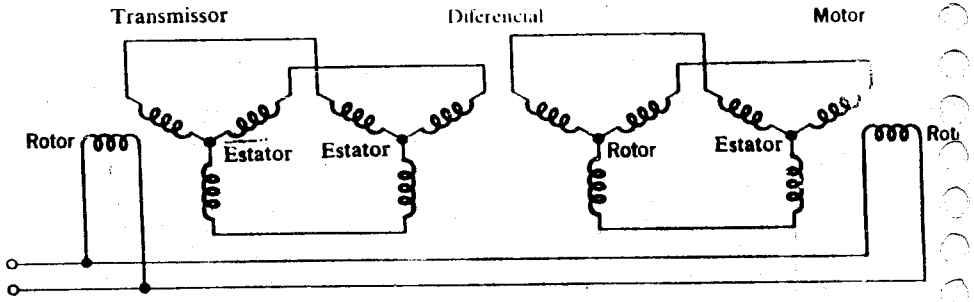


Fig. 11-30. Sistema sincrogerador-motor com difere

cedores mecânicos sobre os rotores, como mostrado na Fig. 11-29. Quando o motor deve fornecer um conjugado apreciável, o erro aumenta, devido à necessidade de um deslocamento angular definido entre os eixos do transmissor e do motor, para transmissão de conjugado. Este fato, juntamente com o aquecimento do equipamento sincro, limita definidamente os valores de conjugado e torna preferível o uso de um sistema de controle com realimentação comandado por um transformador de controle.

O circuito básico, pelo qual um transformador de controle produz um sinal de erro proporcional ao desvio de ângulo do rotor, é mostrado na Fig. 11-31. Novamente, existem duas unidades interligadas: uma é um transmissor e a outra é uma unidade muito semelhante chamada *transformador de controle*. O rotor do transmissor de controle é excitado por uma fonte monofásica, produzindo um campo magnético no transmissor e tensões nos enrolamentos de estator do transmissor e do transformador de controle. Se as quedas de tensão provocadas pela corrente de excitação são desprezadas, as tensões induzidas nos dois enrolamentos de estator devem ser iguais. Portanto, a distribuição de fluxo em torno do estator do transformador de controle precisa ser semelhante àquela em torno do estator do transmissor. O efeito é conseqüentemente o mesmo que se dois enrolamentos de rotor estivessem no mesmo circuito magnético e arranjados de modo que seus eixos pudessem ser posicionados com qualquer deslocamento angular arbitrário no espaço. O arranjo é assim equivalente a uma indutância mútua ajustável entre os dois enrolamentos de rotor, mas com a característica adicional de que é possível a separação geográfica dos dois enrolamentos. Quando o ângulo é 90 graus elétricos, correspondendo a um deslocamento de 90 graus elétricos dos dois eixos, nenhuma tensão é induzida no rotor do transformador; este deslocamento é a posição de equilíbrio dos dois eixos. Quando o ângulo tem qualquer valor exceto 90° e 270°, uma tensão é induzida no rotor do transformador. O valor da tensão é uma função da discrepância angular entre os dois eixos, e a polaridade instantânea depende da direção do deslocamento. Em um sistema de controle real, o transformador de controle opera com um ângulo de erro de uma fração de grau. Nesta faixa, a tensão de erro é proporcional ao ângulo de erro. Os sincrodiferenciais podem ser incorporados também entre os transmissores e os transformadores de controle destes sistemas.

A Fig. 11-32, por exemplo, ilustra uma aplicação para controlar a posição angular de um eixo de saída, seguindo a posição de um eixo de entrada. O rotor do sincrotransmissor está mecanicamente ligado ao eixo de entrada. O rotor do transformador de controle está mecanicamente ligado ao eixo de saída e eletricamente ligado à entrada de

um servoamplificador. A potência mecânica para girar o eixo de saída e sua carga associada é fornecida por um motor difásico de controle. A entrada ao enrolamento de controle do motor é fornecida pelo amplificador, em cujo circuito existem capacitores de separação de fases. Quando o eixo de saída está na posição correta, a 90° da posição do eixo de entrada, a entrada de tensão ao amplificador, e portanto a potência de entrada ao enrolamento de controle do motor, é nula, e o motor não gira. Quando existe uma discrepância angular, uma tensão de erro aparece na entrada do amplificador. A polaridade relativa desta tensão é tal que o motor é forçado a girar na direção de corrigir a discrepância angular.

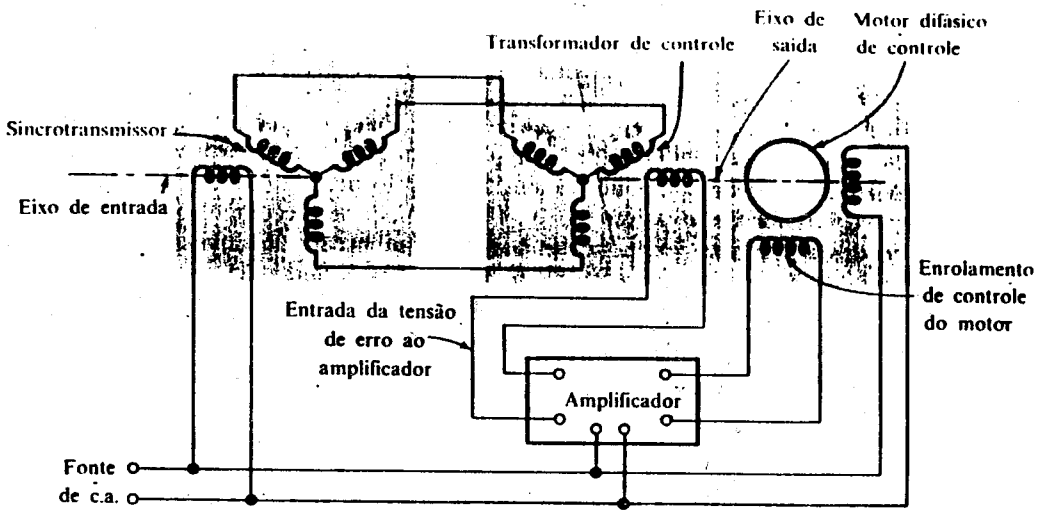


Fig. 11-32. Aplicação de sincrotransmissor e transformador a controle de posição angular.

11-10 RESUMO

O tema principal deste capítulo é uma continuação da teoria da máquina de indução do Cap. 7. Esta teoria é desenvolvida a partir da teoria simples de campo girante do motor de indução polifásico simétrico. O conceito básico é a decomposição da onda de fmm de estator em duas ondas progressivas de amplitudes constantes, girando em volta do entreferro com velocidade síncrona, mas em direções opostas. Se o escorrega-

mento para o campo f é s, então para o campo b é $2-s$. Cada um destes campos componentes produz uma ação de motor de indução, exatamente como em um motor polifásico simétrico. Do ponto de vista do estator, os efeitos refletidos do rotor podem ser visualizados e expressos quantitativamente em termos de circuitos equivalentes simples. A facilidade com a qual as reações internas podem ser levadas em conta por esta maneira é a razão essencial para a utilidade da teoria de dois campos girantes.

Para um enrolamento monofásico, as ondas de fmm componentes f e b são iguais, e suas amplitudes são de metade do valor máximo do pico da fmm estacionária pulsante produzida pelo enrolamento. A decomposição da fmm de estator em suas componentes f e b leva ao conceito físico do motor monofásico descrito no Item 11-1 e finalmente à teoria quantitativa desenvolvida no Item 11-4 e aos circuitos equivalentes da Fig. 11-14.

O próximo passo é investigar as possibilidades de aplicar a decomposição em dois campos girantes a um motor difásico simétrico, com tensões aplicadas desequilibradas, como no Item 11-5. Esta investigação leva ao conceito de componentes simétricas, pelo qual um sistema de correntes ou tensões difásicas desequilibradas pode ser decomposto na soma de dois sistemas componentes difásicos equilibrados de seqüências de fases opostas. Uma decomposição de correntes em sistemas de componentes simétricas é equivalente a decompor a onda de fmm de estator em suas componentes f e b, e portanto as reações internas do rotor, para cada sistema de componentes simétricas, são as mesmas que aquelas que nós já investigamos. Um processo de raciocínio muito semelhante, não considerado aqui, leva ao bem conhecido método de componentes simétricas trifásicas para tratar de problemas de operação desequilibrada de máquinas rotativas trifásicas. A facilidade com a qual a máquina rotativa pode ser analisada em termos da teoria de campos girantes é a principal razão para a utilidade do método de componentes simétricas.

PROBLEMAS

11-1. Que tipo de motor você usaria nas seguintes aplicações? Dar as razões. Aspirador de pó. Refrigerador. Máquina de lavar. Ventilador de mesa. Máquina de costura. Esmeril de bancada. Relógio. Liquidificador. Toca-discos. Furadeira elétrica portátil. Bomba-d'água.

11-2. Quando parado, as correntes nos enrolamentos principal e auxiliar de um motor de indução a capacitor de partida são $I_m = 14{,}14$ A e $I_a = 7{,}07$ A. A corrente do enrolamento auxiliar está adiantada relativamente à corrente no enrolamento principal de 60°. As espiras efetivas por polo — i.e., o número de espiras corrigido pelos efeitos de distribuição dos enrolamentos — são $N_m = 80$ e $N_a = 100$. Os enrolamentos estão em quadratura no espaço.

Determinar as amplitudes das ondas de fmm de estator f e b.

Supondo que fosse possível ajustar a amplitude e a fase da corrente do enrolamento auxiliar, quais seriam a amplitude e a fase para produzir uma onda de fmm pura f?

11-3. Calcular a potência mecânica de saída do motor de indução monofásico, 1/4 cv, 4 polos, 110 volts, 60 Hz, cujas constantes são dadas abaixo, com escorregamento de 0,05:

$r_{1m} = 1{,}86$ ohms $\quad x_{1m} = 2{,}56$ ohms $\quad x_\varphi = 53{,}5$ ohms

$r_2 = 3{,}56$ ohms $\quad x_2 = 2{,}56$ ohms

Perdas no ferro = 35 watts $\quad$ Atritos e ventilação = 13,5 watts

11-4. Para o motor de indução monofásico do Exemplo 11-3, girando a um escorregamento de 0,05, determinar o quociente entre a onda de fluxo b e a onda de fluxo f. Traçar uma meia onda da distribuição de fluxo resultante para instantes de tempo correspondentes a $\omega t = 0$, 45°, 90°, 135°, e 180°, sendo o instante zero escolhido como o instante em que as ondas de fluxo f e b estão em fase no espaço. Se as ondas de fluxo f e b são representadas por fasores espaciais como os fasores de fmm f e b na Fig. 11-2c, desenhar um diagrama mostrando as componentes e a resultante para os mesmos cinco instantes de tempo. Esboçar o lugar geométrico da ponta do fasor que representa a onda de fluxo de entreferro resultante. Que classe de curva seria de esperar para este lugar geométrico?

11-5. Deduzir uma expressão em termos de Q_2 para a velocidade não-nula de um motor de indução monofásico à qual o conjugado interno é nulo (ver a Eq. 11-21).

11-6. Um pequeno motor de indução difásico, 2 polos, tem as seguintes constantes a 60 Hz:

$r_{1m} = 375$ ohms $\quad r_2 = 255$ ohms

$x_{1m} = x_2 = 50$ ohms $\quad x_\varphi = 920$ ohms

Os enrolamentos principal e auxiliar têm o mesmo número de espiras. Este motor é usado como um tacômetro, com uma tensão de referência a 60 Hz aplicada ao enrolamento principal, como na Fig. 11-27. Calcular a sensibilidade da tensão de velocidade em volts de saída por volts de entrada por radiano por segundo, perto da velocidade zero. Calcular também o ângulo de fase da tensão de saída em relação à tensão de entrada.

11-7. *a.* Determinar o conjugado de partida do motor dado no Exemplo 11-4 para as condições especificadas.

b. Comparar o resultado de *a* com o conjugado que o motor desenvolveria na partida quando são aplicadas tensões difásicas simétricas de 220 volts.

c. Mostrar que, em geral, se as tensões de estator V_m e V_a de um motor de indução difásico estão em quadratura, mas desiguais, o conjugado de partida é o mesmo que aquele desenvolvido quando são aplicadas tensões difásicas balanceadas de $\sqrt{V_m V_a}$ volts.

11-8. O motor de indução do Exemplo 11-4 é alimentado por uma fonte difásica desequilibrada através de um alimentador de quatro fios, de impedância de $1{,}0 + j3{,}0$ ohms por fase. As tensões de fonte podem ser expressas como

$$V_m = 240 \angle 0° \text{ volts} \qquad V_a = 200 \angle 75° \text{ volts}$$

Para um escorregamento de 0,05, mostrar que o desempenho do motor de indução é tal que as tensões terminais do motor correspondem mais de perto às de um sistema difásico balanceado do que aquelas na fonte.

11-9. As constantes do circuito equivalente em ohms por fase, referidas ao estator, para um motor de indução de gaiola difásico, 1,5 cv, 220 volts, 4 polos, 60 Hz, são dadas abaixo. A perda rotacional em vazio é de 200 watts.

$$r_1 = 3{,}2 \qquad r_2 = 2{,}4$$
$$x_1 = x_2 = 3{,}2 \qquad x_\phi = 100$$

a. A tensão aplicada à fase *m* é $220 \angle 0°$ volts, e a tensão aplicada à fase *a* é $220 \angle 60°$. A um escorregamento $s = 0{,}04$, $Z_f = 41{,}9 + j27{,}2$ ohms, e $Z_b = 1{,}20 + j3{,}2$ ohms. Qual é o conjugado líquido de entreferro?

b. Qual é o conjugado de partida, com as tensões aplicadas do caso *a*?

c. As tensões aplicadas são reajustadas de modo que $V_m = 220 \angle 0°$ e $V_a = 220 \angle 90°$. A plena carga na máquina ocorre a $s = 0{,}04$. A que valor de escorregamento ocorre o máximo conjugado? Qual é o valor do máximo conjugado de entreferro em newton.metros?

d. Enquanto o motor está girando como em *c*, a fase *a* é aberta. Qual é a potência mecânica desenvolvida pela máquina com escorregamento $s = 0{,}04$?

e. Qual a tensão que aparece na fase *a* aberta, sob as condições do caso *d*, com $s = 0{,}04$?

11-10. No Exemplo 11-5 são apresentadas considerações dinâmicas simplificadas relativas a motores difásicos de controle, baseadas na linearidade das curvas conjugado-velocidade da Fig. 11-20 em baixas velocidades. Uma investigação aproximada semelhante é pedida aqui.[1]

O motor de controle tem enrolamentos de estator difásicos idênticos e um rotor de alta resistência, e é alimentado por uma fonte de baixa impedância. Quando são aplicadas tensões senoidais equilibradas, a curva conjugado-escorregamento é linear sobre a faixa de interesse, i.e.,

$$T = k V_1^2 s$$

onde k é uma constante e V_1 é a tensão equilibrada de estator.

a. Para uso como motor de controle, como descrito no Item 11-6, mostrar que os conjugados f e b são dados por

$$T_f = k\left(\frac{V_a + V_m}{2}\right)^2\left(1 - \frac{\omega_o}{\omega_s}\right)$$

$$T_b = k\left(\frac{V_a - V_m}{2}\right)^2\left(1 + \frac{\omega_o}{\omega_s}\right)$$

onde ω_o é a velocidade angular do eixo e ω_s é a velocidade angular síncrona.

b. O motor aciona uma carga que tem momento de inércia J e exige um conjugado $f_v\omega_o$ proporcional à velocidade. Desprezar as perdas do motor. Com o motor em repouso e a tensão V_m no campo de referência, a tensão eficaz V_a é subitamente aplicada ao campo de controle. Determinar a velocidade ω_o em função do tempo. Ignorar os transitórios elétricos.

c. Para pequenos valores de tensão de campo de controle, V_a^2 pode ser desprezado em comparação com V_m^2. Qual é a constante de tempo em *b* nestas condições?

[1] Um exame mais completo seguindo estas linhas pode ser encontrado em A. M. Hopkins, Transient Response of Small Twophase Servomotors, *Trans. AIEE*, 70:881-886 (1951).

d. Ainda aceitando a hipótese de *c*, determinar as funções de transferência relacionando a velocidade do eixo e o ângulo de posição do eixo ao sinal do campo de controle.

11-11. O motor do Prob. 11-6 é usado como um motor difásico de controle. Quando a tensão do campo de referência é 100 volts e a tensão do campo de controle é 70 volts e está adiantada relativamente a tensão de referência de 90° (ambas as tensões a 60 Hz), calcular:

a. A relação entre a onda de fluxo *b* e a onda de fluxo *f*, com rotor parado.
b. A relação entre a onda de fluxo *b* e a onda de fluxo *f* com escorregamento $s = 0{,}80$.
c. A potência mecânica desenvolvida internamente em watts, com $s = 0{,}80$.

11-12. Para o motor de indução difásico do Exemplo 11-6, traçar uma família de curvas de perda de potência no rotor e potência desenvolvida internamente, para valores por unidade da tensão da fase de controle de 1,00, 0,50, e 0, cobrindo uma faixa de velocidades de -1 a $+1$ por unidade. As tensões aplicadas estão em quadratura. Expressar a potência em por unidade, com base na potência entregue ao entreferro pelos enrolamentos de estator, com rotor parado, quando são aplicadas tensões difásicas equilibradas de 1,00 por unidade são aplicadas às duas fases do estator.

11-13. Um pequeno motor de indução de gaiola, 2 polos, para uso em servossistemas, tem enrolamentos de estator difásicos e simétricos. Com rotor parado, a impedância de entrada medida nos terminais de cada enrolamento de estator a 60 Hz é $305 + j51$ ohms. Para os objetivos deste problema, as perdas rotacionais e no ferro podem ser desprezadas, são dados abaixo três pontos na característica conjugado-escorregamento deste motor, com tensões difásicas equilibradas de 100 volts a 60 Hz aplicadas aos terminais de estator:

Conjugado, newton.metro	0,064	0,082	0,088
Escorregamento, por unidade	0,50	1,00	1,50

Se a tensão da fase de referência é mantida constante em 100 volts, 60 Hz, e a tensão da fase de controle é reduzida a 50 volts (as duas tensões estando em quadratura no tempo), calcular:

a. O conjugado com rotor parado, em newton.metros.
b. A potência de entrada na fase de referência, com rotor parado.
c. A potência de entrada na fase de controle, com rotor parado.

d. A perda I^2R total com rotor parado.
e. O conjugado com $s = 0{,}50$.

11-14. Para o motor difásico de controle do Prob. 11-13, com rotor parado, com 100 volts aplicados à fase de referência e tensão variável aplicada à fase de controle, pede-se traçar as curvas das seguintes variáveis em função do conjugado com rotor parado:

a. Perda total no cobre do rotor.
b. Perda no cobre do estator, na fase de controle.
c. Perda no cobre do estator, na fase de referência.
d. Potência de entrada na fase de controle.
e. Potência de entrada na fase de referência.

11-15. Um motor difásico simétrico de controle produz um conjugado de 1,70 N.m com rotor parado, com tensões aplicadas equilibradas de 100 volts.

Se o motor é solicitado para produzir uma aceleração à velocidade zero de 64,4 rad/s² em uma carga sem atrito mas com inércia de 0,414 N.m², que tensão precisa ser aplicada ao enrolamento auxiliar, quando o enrolamento principal é alimentado com 100 volts em quadratura no tempo?

APÊNDICE A.
Circuitos Trifásicos

A geração, a transmissão e a utilização da energia elétrica em c.a. em nível de grande potência, quase invariavelmente envolve um tipo de sistema ou circuito chamado *sistema polifásico* ou *circuito polifásico*. Em tal sistema, cada fonte de tensão consiste de um grupo de tensões que tem amplitudes e ângulos de fase relacionados uns com os outros. Assim, um sistema *n*-fásico empregará fontes de tensão que, convencionalmente, consistem de *n* tensões substancialmente iguais em amplitude e sucessivamente deslocadas por um ângulo de fase de $360°/n$. Um *sistema trifásico* empregará fontes de tensão que, convencionalmente, consistem de 3 tensões substancialmente iguais em amplitude e deslocadas por ângulos de fase de 120°. Como possui grandes vantagens econômicas e de operação, o sistema trifásico é decididamente o mais comum, e conseqüentemente, neste apêndice, é dada ênfase predominante a circuitos trifásicos.

As três tensões individuais de uma fonte trifásica podem cada uma ser ligada a seu próprio circuito independente. Teremos, então, três *sistemas monofásicos* separados. Alternativamente, como será mostrado no primeiro item, podem ser feitas ligações elétricas simétricas entre

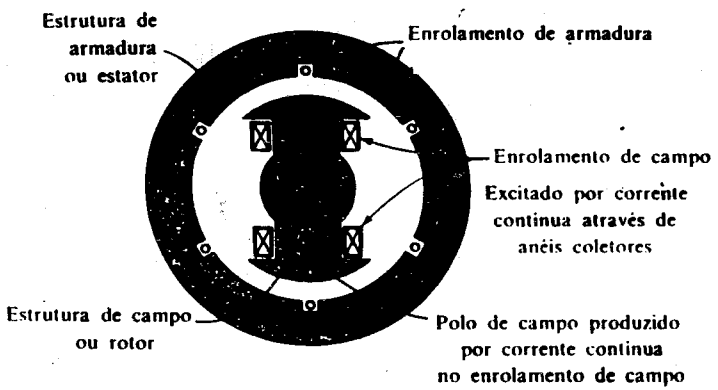


Fig. A-1. Gerador trifásico, 2 polos, elementar.

as 3 tensões e o circuito associado, para formar um sistema trifásico. É desta última alternativa que nós trataremos neste apêndice. Note-se que a palavra *fase* agora tem dois significados distintos. Ela pode se referir a uma parte de um sistema ou circuito polifásico ou, como na teoria familiar de circuitos em regime permanente, pode ser usada em referência ao deslocamento angular entre fasores de tensão ou de corrente. Há muito pouca possibilidade de confusão entre os dois empregos da mesma palavra.

A-1
A GERAÇÃO DE TENSÕES TRIFÁSICAS

Vamos considerar o gerador elementar trifásico, de 2 polos, da Fig. A-1. Sobre a armadura estão três bobinas, *aa'*, *bb'*, e *cc'*, cujos eixos estão

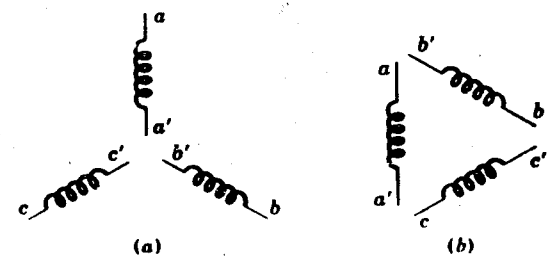


Fig. A-2. Representação esquemática dos enrolamentos da Fig. A-1.

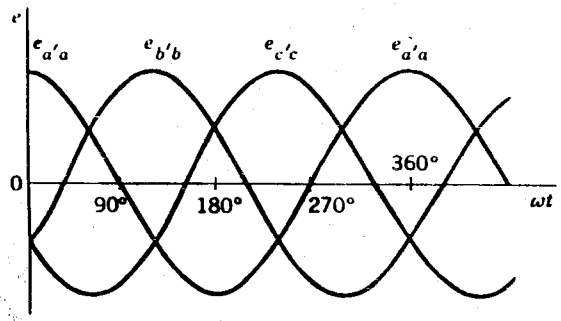


Fig A-3. Ondas de tensão geradas nos enrolamentos das Figs. A-1 e A-2

deslocados um do outro de 120° no espaço. Este enrolamento pode ser representado esquematicamente, como mostrado na Fig. A-2. Quando o campo é excitado e girado, são geradas tensões nas três fases, de acordo com a lei de Faraday. Se a estrutura do campo é projetada de modo que o fluxo seja distribuído senoidalmente sobre os polos, o fluxo concatenando com qualquer fase variará senoidalmente com o tempo, e serão induzidas nas três fases tensões senoidais. Como mostrado na Fig. A-3, estas três ondas estarão deslocadas 120 graus elétricos no tempo, como resultado das fases estarem deslocadas 120° no espaço. O diagrama fasorial correspondente é mostrado na Fig. A-4. Em geral, a origem no tempo e o eixo de referência em diagramas como as Figs. A-3 e A-4, são escolhidos de modo a tornar mais fáceis os cálculos.

Há duas possibilidades para a utilização de tensões geradas deste modo: os seis terminais *a*, *a'*, *b*, *b'*, *c*, e *c'*, do enrolamento podem ser ligados a três sistemas monofásicos independentes, ou as três fases do enrolamento podem ser interligadas e usadas para alimentar um sistema trifásico. O último procedimento é o adotado quase universalmente. As três fases do enrolamento podem ser interligadas de dois

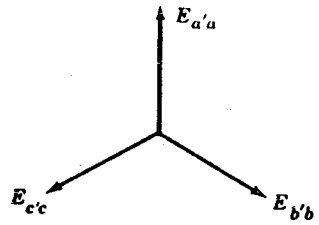


Fig A-4. Diagrama fasorial de tensões geradas.

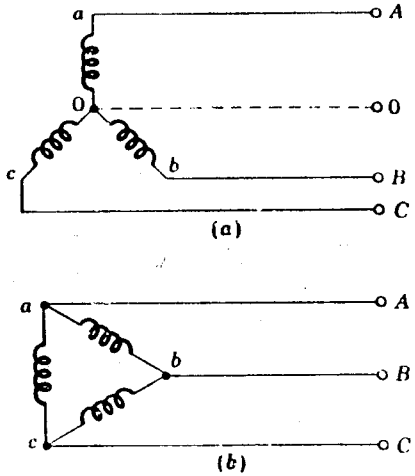


Fig A-5. Ligações trifásicas (*a*) Ligação Y; (*b*) ligação Δ.

modos possíveis, como mostrado na Fig. A-5: os terminais *a'*, *b'*, e *c'*, podem ser juntados para formar o neutro *o*, produzindo uma *ligação Y*, ou os terminais *a* e *b'*, *b* e *c'*, e *c* e *a'*, podem ser juntados individualmente, produzindo uma *ligação* Δ. Na ligação Y, um *condutor neutro*, mostrado tracejado na Fig. *A*-5*a*, pode ser ou não trazido para fora. Se existe um condutor neutro, o sistema é uma *sistema trifásico a* 4 *fios*; se não, é um *sistema trifásico a* 3 *fios*. Na ligação Δ (Fig. *A*-5*b*), nenhum neutro existe, e somente um sistema trifásico a 3 fios pode ser formado.

As três tensões de fase, nas Figs. A-3 e A-4, são iguais e deslocadas em fase de 120 graus elétricos, uma característica geral de um *sistema trifásico simétrico ou equilibrado*. Além disso, a impedância em qualquer fase é igual aquela em qualquer das outras duas fases, de modo que as correntes de fase resultantes são iguais e deslocadas em fase uma da outra por 120 graus elétricos. Do mesmo modo, potências ativas iguais e potências reativas iguais fluem em cada fase. Um *sistema trifásico será desequilibrado*, por outro lado, se não são válidas algumas ou todas as igualdades e deslocamentos de 120°. É importante notar que *somente os sistemas equilibrados são tratados neste apêndice, e que nenhum dos métodos desenvolvidos ou conclusões alcançadas se aplicam a sistemas desequilibrados.* A maioria dos problemas práticos é relativa a sistemas equilibrados. Muitas cargas industriais são cargas trifásicas e portanto inerentemente equilibradas, e, ao suprir cargas monofásicas de uma fonte trifásica, procura-se manter o sistema trifásico equilibrado, distribuindo as cargas monofásicas aproximadamente por igual em cada uma das três fases.

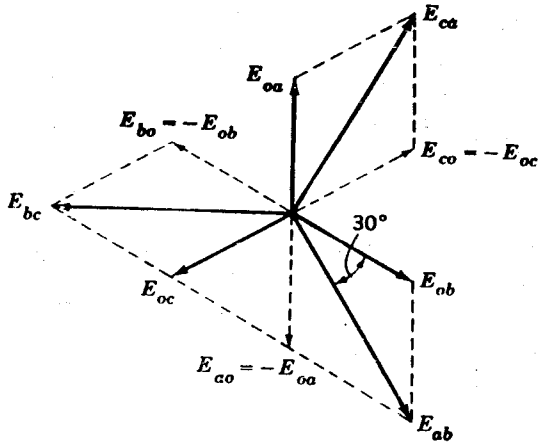


Fig. A-6. Diagrama de tensões para a ligação Y.

A-2
TENSÕES, CORRENTES E POTÊNCIA TRIFÁSICAS

Quando as três fases do enrolamento na Fig. A-1 são ligadas em Y, como na Fig. A-5*a*, o diagrama fasorial de tensões é o da Fig. A-6. A *ordem de fases* ou *seqüência de fases* na Fig. A-6 é *abc*; isto é, a tensão da fase *a* tinge seu máximo 120° antes do que a fase *b*. O uso da *notação de duplo índice* na Fig. A-6 simplifica muito a tarefa de desenhar o diagrama completo. Os índices indicam os pontos entre os quais a tensão existe, e a ordem dos índices indica a direção na qual é considerada a elevação de potencial. Assim, $\mathbf{E}_{ao} = -\mathbf{E}_{oa}$.

As tensões trifásicas são E_{oa}, E_{ob}, e E_{oc}. Elas são também chamadas *tensões de fase*. As três tensões, E_{ab}, E_{bc}, E_{ca}, chamadas *tensões de linha*, são também importantes. Pela lei de Kirchhoff para tensões, a tensão de linha $\mathbf{E}_{ab}$ é

$$\mathbf{E}_{ab} = \mathbf{E}_{ao} + \mathbf{E}_{ob} = -\mathbf{E}_{oa} + \mathbf{E}_{ob} = \sqrt{3}\,\mathbf{E}_{ob}\underline{/-30°} \qquad \text{(A-1)}$$

como mostrado na Fig. A-6. Da mesma forma,

$$\mathbf{E}_{bc} = \sqrt{3}\,\mathbf{E}_{oc}\underline{/-30°} \qquad \text{(A-2)}$$

e

$$\mathbf{E}_{ca} = \sqrt{3}\,\mathbf{E}_{oa}\underline{/-30°} \qquad \text{(A-3)}$$

Em outras palavras, estas equações mostram que, *para uma ligação Y, a tensão de linha é* $\sqrt{3}$ *vezes a tensão de fase.*

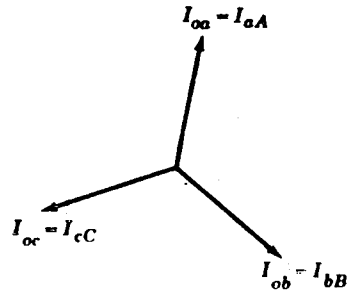


Fig. A-7 Diagrama fasorial de correntes para ligação Y

Os correspondentes fasores de correntes para a ligação Y da Fig. A-5*a* são dados na Fig. A-7. Obviamente, *para uma ligação Y, as correntes de linha e correntes de fase são iguais.*

Quando as três tensões são ligadas em Δ, como na Fig. A-5*b*, o diagrama fasorial das tensões é o da Fig. A-8. Obviamente, *para uma ligação Δ, as tensões de linha e as tensões de fase são iguais.*

O correspondente diagrama fasorial de correntes é dado na Fig. A-9. As correntes trifásicas são I_{ab}, I_{bc}, e I_{ca}, onde a ordem dos índices indica as direções das correntes. Pela lei de Kirchhoff das correntes, a corrente de linha $\mathbf{I}_{aA}$ é

$$\mathbf{I}_{aA} = \mathbf{I}_{ba} + \mathbf{I}_{ca} = -\mathbf{I}_{ab} + \mathbf{I}_{ca} = \sqrt{3}\,\mathbf{I}_{ca}\underline{/30°} \qquad \text{(A-4)}$$

como mostrado na Fig. A-9. Da mesma forma,

$$\mathbf{I}_{bB} = \sqrt{3}\,\mathbf{I}_{ab}\underline{/30°} \qquad \text{(A-5)}$$

e

$$\mathbf{I}_{cC} = \sqrt{3}\,\mathbf{I}_{bc}\underline{/30°} \qquad \text{(A-6)}$$

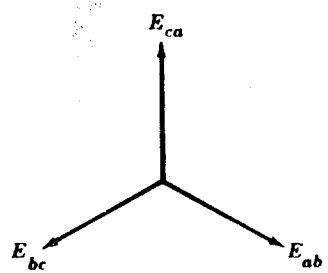


Fig. A-8. Diagrama fasorial de tensões para a ligação Δ

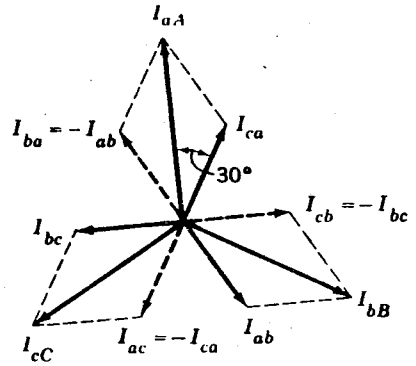


Fig. A-9. Diagrama fasorial de correntes para a ligação Δ.

Em outras palavras, as Eqs. A-4 a A-6 mostram que *para uma ligação Δ, a corrente de linha é $\sqrt{3}$ vezes a corrente de fase.* Evidentemente, as relações entre correntes de fase e de linha de uma ligação Δ são similares àquelas entre tensões de fase e de linha de uma ligação Y.

Para os sistemas ligados em Δ e em Y, pode ser demonstrado que a potência instantânea total de todas as três fases de um circuito trifásico equilibrado não pulsa com o tempo. Assim, com a origem no tempo tomada no ponto máximo positivo da onda de tensão da fase *a*, as tensões instantâneas das três fases são

$$e_a = \sqrt{2}\, E_{fs} \cos \omega t \qquad (A\text{-}7)$$

$$e_b = \sqrt{2}\, E_{fs} \cos (\omega t - 120°) \qquad (A\text{-}8)$$

$$e_c = \sqrt{2}\, E_{fs} \cos (\omega t - 240°) \qquad (A\text{-}9)$$

onde E_{fs} é o valor eficaz da tensão de fase. Quando as correntes de fase estão deslocadas das correspondentes tensões de fase do ângulo θ, as correntes de fase instantâneas são

$$i_a = \sqrt{2}\, I_{fs} \cos (\omega t + \theta) \qquad (A\text{-}10)$$

$$i_b = \sqrt{2}\, I_{fs} \cos (\omega t + \theta - 120°) \qquad (A\text{-}11)$$

$$i_c = \sqrt{2}\, I_{fs} \cos (\omega t + \theta - 240°) \qquad (A\text{-}12)$$

onde I_{fs} é o valor eficaz da corrente de fase.

A potência instantânea em cada fase, então, torna-se

$$p_a = e_a i_a = E_{fs} I_{fs} [\cos (2\omega t + \theta) + \cos \theta] \qquad (A\text{-}13)$$

$$p_b = e_b i_b = E_{fs} I_{fs} [\cos (2\omega t + \theta - 240°) + \cos \theta] \qquad (A\text{-}14)$$

$$p_c = e_c i_c = E_{fs} I_{fs} [\cos (2\omega t + \theta - 480°) + \cos \theta] \qquad (A\text{-}15)$$

A potência instantânea total para as três fases é

$$p = p_a + p_b + p_c = 3E_{fs} I_{fs} \cos \theta \qquad (A\text{-}16)$$

Note-se que a soma dos termos em co-seno que envolvem tempo nas Eqs. A-13 a A-15 (i.e., os primeiros termos nos colchetes) é zero. A potência instantânea total é conseqüentemente independente do tempo. Esta situação é apresentada graficamente na Fig. A-10. As potências instantâneas para as três fases são desenhadas juntamente com a potência instantânea total, que é a soma das três ondas individuais. *A potência instantânea total para um sistema trifásico equilibrado é constante, e é igual a três vezes a potência média por fase.*

Em geral, pode ser mostrado que a potência instantânea total para qualquer sistema polifásico equilibrado é constante. Esta é uma das vantagens relevantes dos sistemas polifásicos, e é de vantagem particular na operação de motores polifásicos, por exemplo, pois isto significa que a potência de saída no eixo é constante, e que não pode haver pulsações de conjugado, com a conseqüente tendência a vibração, que resultem de pulsações inerente ao sistema de alimentação.

Por considerações de circuito monofásico, a potência média por fase P_{fs} para um sistema ligado seja em Y ou Δ é

$$P_{fs} = E_{fs} I_{fs} \cos \theta = I_{fs}^2 R_{fs} \qquad (A\text{-}17)$$

onde E_{fs}, I_{fs}, e R_{fs}, são a tensão, corrente, e resistência, respectivamente, todas por fase. A potência trifásica total P é

$$P = 3P_{fs} \qquad (A\text{-}18)$$

Similarmente, para a potência reativa por fase Q_{fs} e a potência reativa trifásica total Q,

$$Q_{fs} = E_{fs} I_{fs} \operatorname{sen} \theta = I_{fs}^2 X_{fs} \qquad (A\text{-}19)$$

e

$$Q = 3Q_{fs} \qquad (A\text{-}20)$$

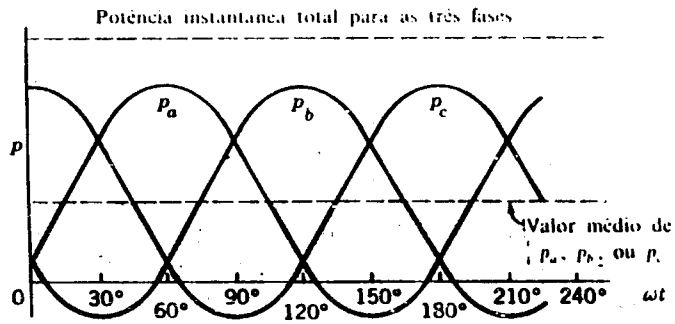


Fig. A-10. Potência instantânea em um sistema trifásico

A potência aparente por fase $(VA)_{f_s}$ e a potência aparente trifásica total VA são

$$(VA)_{f_s} = E_{f_s} I_{f_s} = I_{f_s}^2 Z_{f_s} \qquad \text{(A-21)}$$

e

$$VA = 3(VA)_{f_s} \qquad \text{(A-22)}$$

Nas Eqs. (A-17) e (A-19), θ é o ângulo entre a tensão de fase e a corrente de fase. Como no caso monofásico, ele é dado por

$$\theta = \tan^{-1} \frac{X_{f_s}}{R_{f_s}} = \cos^{-1} \frac{R_{f_s}}{Z_{f_s}} = \operatorname{sen}^{-1} \frac{X_{f_s}}{Z_{f_s}} \qquad \text{(A-23)}$$

O fator de potência de um sistema trifásico equilibrado é portanto igual ao de qualquer fase.

A-3
CIRCUITOS LIGADOS EM Y E EM Δ

Serão dados três exemplos específicos para ilustrar os detalhes de cálculo de circuitos ligados em Y e Δ. São incorporadas nas soluções, também, notas explicativas de natureza genérica.

EXEMPLO A-1

Na Fig. A-11 é mostrado um sistema de transmissão a 60 Hz, consistindo de uma linha de impedância $Z_l = 0{,}05 + j0{,}20$ ohm, e de uma carga de impedância equivalente $Z_C = 10{,}0 + j3{,}00$ ohms. A impedância do condutor de retorno deve ser considerada nula.

a. Calcular (1) a corrente de linha I; (2) a tensão na carga E_C; (3) a potência ativa, a potência reativa, e a potência aparente, absorvidas pela carga; e (4) as perdas de potência ativa e potência reativa na linha

Supondo agora que três sistemas idênticos ao anterior devem ser construídos para alimentar três cargas idênticas à anterior. Em lugar de desenhar os diagramas um sob o outro, eles devem ser desenhados do modo mostrado na Fig. A-12, que naturalmente é o mesmo sob o ponto de vista elétrico.

b. Calcular, para a Fig. A-12, (1) a corrente em cada linha; (2) a tensão para cada carga; (3) a potência ativa, a potência reativa e a potência aparente absorvidas por cada carga; (4) as perdas de potência ativa e potência reativa em cada um dos três sistemas de transmissão; (5) a potência ativa total, a potência reativa total, e a potência aparente total absorvidas pelas cargas; e (6) as perdas de potência ativa e potência reativa totais nos três sistemas de transmissão.

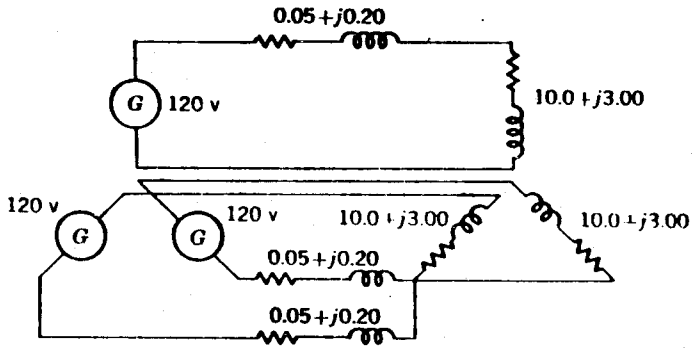


Fig. A-12 Circuito para o Exemplo A-1*b*

A seguir, considerar que os três condutores de retorno são combinados em um, e que a relação entre as fases das fontes de tensão é tal que resulta um sistema trifásico equilibrado de 4 fios, como na Fig. A-13.

c. Calcular, para a Fig. A-13, (1) a corrente de linha; (2) a tensão na carga, a tensão de linha e a tensão de fase; (3) a potência ativa, a potência reativa, e a potência aparente absorvidas por cada fase da carga; (4) as perdas de potência ativa e potência reativa em cada linha; (5) a potência ativa, a potência reativa, e a potência aparente trifásicas totais absorvidas pela carga; e (6) as perdas de potência ativa e potência reativa nas linhas.

d. Na Fig. A-13, qual é a corrente no condutor combinado de retorno, ou neutro?

e. Pode este condutor ser dispensado na Fig. A-13, se desejado?

Suponha-se agora que este condutor neutro seja omitido. Isto resulta no sistema trifásico a 3 fios da Fig. A-14.

f. Repetir a parte *c* para a Fig. A-14.

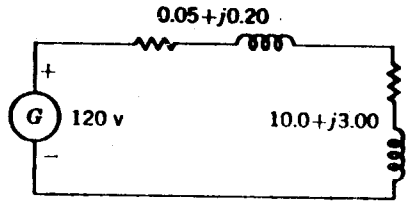


Fig. A-11 Circuito para o Exemplo A-1.

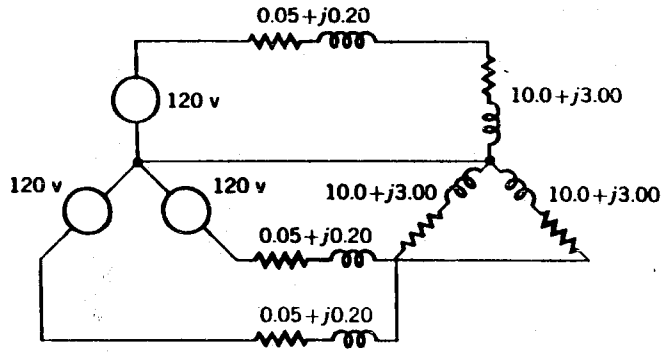


Fig. A-13. Circuito para o Exemplo A-1*c*, *d*, e *e*.

g. **Com base nos resultados deste exemplo, delinear brevemente o método de reduzir um problema de circuito trifásico equilibrado em Y ao problema monofásico equivalente, tomando cuidado em distinguir entre o uso de tensões de linha e tensões de fase.**

Solução

a.

(1) $$I = \frac{120}{\sqrt{(0{,}05 + 10{,}0)^2 + (0{,}20 + 3{,}00)^2}} = 11{,}4 \text{ ampères}$$

(2) $$E_C = E_C = IZ_C = 11{,}4\sqrt{(10{,}0)^2 + (3{,}00)^2} = 119 \text{ volts}$$

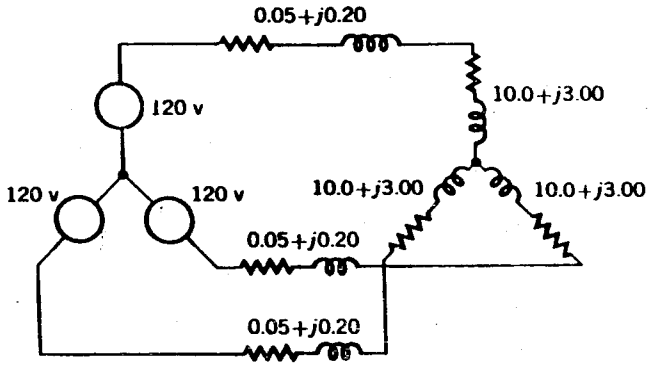


Fig. A-14. Circuito para o Exemplo A-1*f*.

(3) $$P_C = I^2R_C = (11{,}4)^2(10{,}0) = 1.300 \text{ watts}$$
$$Q_C = I^2X_C = (11{,}4)^2(3{,}00) = 390 \text{ VAr}$$
$$(\text{VA})_C = I^2Z_C = (11{,}4)^2\sqrt{(10{,}0)^2 + (3{,}00)^2} = 1.360 \text{ VA}$$

(4) $$P_l = I^2R_l = (11{,}4)^2(0{,}05) = 6{,}5 \text{ watts}$$
$$Q_l = I^2X_l = (11{,}4)^2(0{,}20) = 26 \text{ VAr}$$

b. As partes (1) a (4), obviamente, têm os mesmos valores de (*a*).

(5) Potência ativa total $= 3P_C = 3(1300) = 3900$ watts
Potência reativa total $= 3Q_C = 3(390) = 1170$ VAr
VA total $= 3(\text{VA})_C = 3(1360) = 4080$ V.A

(6) Perda total de potência ativa $= 3P_l = 3(6{,}5) = 19{,}5$ watts
Perda total de potência reativa $= 3Q_l = 3(26) = 78$ VAr

c. Os resultados obtidos em *b* não são afetados por esta mudança. A tensão em *b*(2) e *a*(2) é agora a tensão de fase. A tensão de linha é

$$\sqrt{3}\,119 = 206 \text{ volts}$$

d. Pela primeira lei de Kirchhoff, a corrente de neutro é a soma fasorial das três correntes de linha. Estas correntes de linha são iguais e deslocadas em fase em 120°. Como a soma fasorial de três fasores iguais deslocados de 120° é nula, a corrente de neutro é nula.

e. A corrente de neutro sendo nula, o condutor neutro pode ser dispensado, se for desejado.

f. Como a presença ou ausência do condutor neutro não afeta as condições, os valores são os mesmos do caso *c*.

g. Pode-se considerar um condutor neutro, independentemente de estar fisicamente presente. Como o condutor neutro em um circuito trifásico balanceado não conduz corrente, e portanto não há queda de tensão através dele, o condutor neutro deve ser considerado com impedância nula. Então, uma fase de Y, junto com o condutor neutro, pode ser removida para estudo. Mas como esta fase é separada no neutro, ***precisam ser usadas tensões de fase.*** **Este procedimento produz o circuito monofásico equivalente, no qual todas as quantidades correspondem àquelas de uma fase do circuito trifásico. As condições nas outras duas fases são as mesmas (exceto pelos deslocamentos de 120° na fase das correntes e tensões), e não há necessidade de investigá-las individualmente. As correntes de linha no sistema trifásico são as mesmas que no circuito monofásico, e a potência**

ativa, a potência reativa, e a potência aparente trifásicas totais, são três vezes as quantidades correspondentes no circuito monofásico. Se são desejadas as tensões de linha, elas precisam ser obtidas por multiplicação das tensões do circuito monofásico por $\sqrt{3}$.

EXEMPLO A-2

Três impedâncias de valor $\mathbf{Z}_{fs} = 4{,}00 + j3{,}00 = 5{,}00 / 36{,}9°$ ohms são ligadas em Y, como mostrado na Fig. A-15. Para tensões de linha balanceadas de 208 volts, calcular a corrente de linha, o fator de potência, e a potência ativa, a potência reativa, e a potência aparente totais.

Solução

A tensão de fase em qualquer fase, tal como *ao*, é

$$E_{fs} = \frac{208}{\sqrt{3}} = 120 \text{ volts}$$

Donde

$$I_l = I_{fs} = \frac{E_{fs}}{Z_{fs}} = \frac{120}{5{,}00} = 24{,}0 \text{ A}$$

Fator de potência $= \cos\theta = \cos 36{,}9° = 0{,}80$ indutivo

$P = 3P_{fs} = 3I_{fs}^2 R_{fs} = 3(24{,}0)^2(4{,}00) = 6.910$ watts

$Q = 3Q_{fs} = 3I_{fs}^2 X_{fs} = 3(24{,}0)^2(3{,}00) = 5.180$ VAr

$\text{VA} = 3(\text{VA})_{fs} = 3E_{fs}I_{fs} = 3(120)(24{,}0) = 8.640$ VA

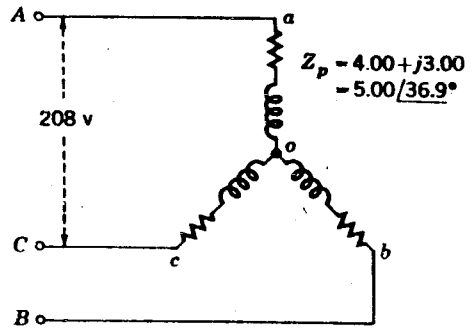


Fig. A-15. Circuito para o Exemplo A-2.

Deve ser notado que as fases *a* e *c* (Fig. A-15) não formam um circuito série simples. Conseqüentemente, a corrente não pode ser determinada dividindo 208 volts soma das impedâncias das fases *a* e *c* pela segunda lei de Kirchhoff, mas por uma equação fasorial levando em conta o deslocamento de fases de 120° entre as correntes da fase *a* e da fase *c*. Como um resultado, o método delineado no Exemplo A-1 leva à solução mais simples.

EXEMPLO A-3

Três impedâncias de valor $\mathbf{Z}_{fs} = 12{,}00 + j9{,}00 = 15{,}00 / 36{,}9°$ ohms são ligadas em Δ, como mostrado na Fig. A-16. Para tensões de linha equilibradas de 208 volts, determinar a corrente de linha, o fator de potência, e a potência ativa, potência reativa, e potência aparente totais.

Solução

A tensão em qualquer fase, tal como *ca*, é evidentemente igual à tensão de linha. Conseqüentemente,

$$E_{fs} = 208 \text{ volts}$$

e

$$I_{fs} = \frac{E_{fs}}{Z_{fs}} = \frac{208}{15{,}00} = 13{,}87 \text{ A}$$

Fator de potência $= \cos\theta = \cos 36{,}9° = 0{,}80$ indutivo

Da Eq. A-4,

$$I_l = \sqrt{3}\, I_{fs} = \sqrt{3}\,(13{,}87) = 24{,}0 \text{ ampères}$$

Também $P = 3P_{fs} = 3I_{fs}^2 R_{fs} = 3(13{,}87)^2(12{,}00) = 6.910$ watts

$Q = 3Q_{fs} = 3I_{fs}^2 X_{fs} = 3(13{,}87)^2(9{,}00) = 5.180$ VAr

e $\text{VA} = 3(\text{VA})_{fs} = 3E_{fs}I_{fs} = 3(208)(13{,}87) = 8.640$ VA

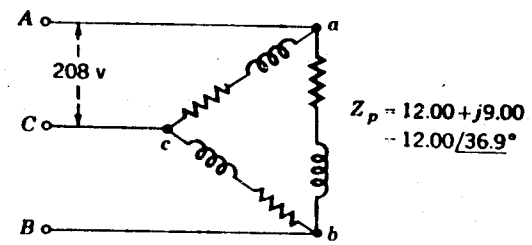


Fig. A-16. Circuito para o Exemplo A-3.

Deve ser notado que as fases *ab* e *bc* não formam um circuito série simples, nem o caminho *cba* forma uma combinação paralela simples com o caminho direto através da fase *ca*. Conseqüentemente, a corrente de linha não pode ser calculada por divisão de 208 volts pela impedância equivalente de $\mathbf{Z}_{ca}$ em paralelo com $\mathbf{Z}_{ab} + \mathbf{Z}_{bc}$. É possível escrever as equações das leis de Kirchhoff, para grandezas em mais de uma fase, mas estas grandezas devem ser fasoriais, levando em conta o deslocamento de 120° em fase entre correntes de fase e entre tensões de fase. Então, o método delineado acima leva à solução mais simples.

Por comparação dos resultados dos Exemplos A-2 e A-3 chega-se a uma conclusão valiosa e interessante. Note-se que a tensão de linha corrente de linha, fator de potência, potência ativa, potência reativa, e potência aparente totais, são precisamente iguais nos dois casos; em outras palavras, as condições vistas dos terminais *A*, *B*, e *C*, são idênticas, e não se pode distinguir entre os dois circuitos por suas quantidades terminais. Observe-se também que a impedância, resistência, e reatância por fase da ligação Y (Fig. A-15) são exatamente um terço dos valores correspondentes por fase da ligação Δ (Fig. A-16). Conseqüentemente, uma ligação Δ equilibrada pode ser substituída por uma ligação Y equilibrada desde que as constantes do circuito por fase obedeçam a relação

$$\mathbf{Z}_Y = 1/3\mathbf{Z}_\Delta \qquad \text{(A-24)}$$

Inversamente, uma ligação Y pode ser substituída por uma ligação Δ desde que a Eq. A-24 seja satisfeita. O conceito desta equivalência Y-Δ vem da transformação Y-Δ geral e não é o resultado acidental de um caso numérico específico.

Dois importantes corolários seguem desta equivalência. Primeiro, um esquema geral de cálculo para circuitos equilibrados pode ser baseado inteiramente sobre circuitos ligados em Y, ou inteiramente sobre circuitos ligados em Δ, dependendo da preferência. Como é freqüentemente mais conveniente manipular uma ligação Y, o primeiro esquema é o usualmente adotado. Segundo, nos problemas que ocorrem freqüentemente nos quais a ligação não é especificada, e não é importante para a solução, pode-se considerar seja uma ligação Y, seja uma ligação Δ. Novamente, a ligação Y é mais comumente escolhida. Na análise do desempenho do motor trifásico, por exemplo, as ligações reais dos enrolamentos não precisam ser conhecidas, a menos que a investigação deva incluir condições detalhadas nas próprias bobinas. A análise inteira pode ser baseada em uma ligação Y pressuposta.

A-4
ANÁLISE DE CIRCUITOS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS: DIAGRAMAS UNIFILARES

Combinando o princípio de equivalência Δ-Y com a técnica mostrada no Exemplo A-1, pode ser desenvolvido um método simples de reduzir um problema de circuito trifásico equilibrado ao problema monofásico correspondente. Todos os métodos de análise de circuitos monofásicos tornam-se, assim, disponíveis para a solução. Os resultados finais da análise monofásica são então traduzidos de volta a termos trifásicos para dar os resultados finais.

No desenvolvimento deste procedimento, precisam ser desenhados diagramas fasoriais para apenas uma fase da ligação Y, pois os diagramas para as outras duas fases são repetição desnecessária. Ainda mais, os diagramas de circuito podem ser simplificados desenhando apenas uma fase. Exemplos de tais *diagramas unifilares* são dados na Fig. A-17, mostrando dois geradores trifásicos com suas linhas ou cabos associados, alimentando uma carga tipo subestação comum. As ligações específicas dos aparelhos podem também ser indicadas, se for desejado. Assim, a Fig. A-17*b* mostra que G_1 é ligado em Y e G_2 é ligado em Δ. As impedâncias são dadas em ohms por fase.

Ao tratar com potência ativa, potência reativa, e potência aparente, é às vezes mais conveniente trabalhar com o circuito trifásico inteiro de uma vez, em lugar de concentrar o esforço em uma fase. Esta possibilidade se apresenta porque podem ser escritas expressões simples para potência ativa, potência reativa, e potência aparente trifásicas, em termos da tensão de linha e corrente de linha, independentemente do circuito ser ligado em Y ou Δ. Assim, das Eqs. A-17 e A-18, potência trifásica é

$$P = 3P_{fs} = 3E_{fs}I_{fs}\cos\theta \qquad \text{(A-25)}$$

Para uma ligação Y, $I_{fs} = I_{\text{linha}}$ e $E_{fs} = E_{\text{linha}}/\sqrt{3}$. Para uma ligação Δ, $I_{fs} = I_{\text{linha}}/\sqrt{3}$ e $E_{fs} = E_{\text{linha}}$. Em qualquer caso, a Eq. A-25 torna-se

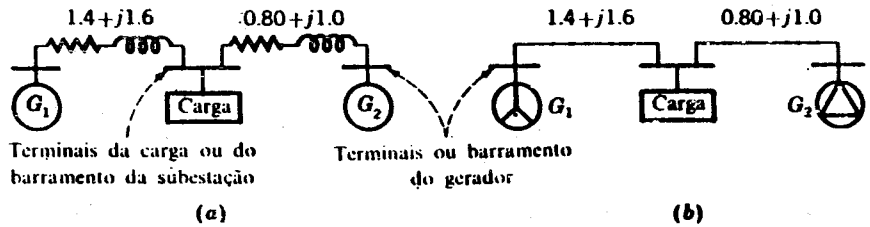


Fig. A-17. Exemplos de diagramas unifilares de circuito.

$$P = \sqrt{3}\, E_{\text{linha}} I_{\text{linha}} \cos\theta \qquad \text{(A-26)}$$

Similarmente, $$Q = \sqrt{3}\, E_{\text{linha}} I_{\text{linha}} \operatorname{sen}\theta \qquad \text{(A-27)}$$

e $$\text{VA} = \sqrt{3}\, E_{\text{linha}} I_{\text{linha}}, \qquad \text{(A-28)}$$

Deve-se ter em mente, entretanto, que o ângulo de fator de potência θ dado pela Eq. A-23, é o ângulo entre $\mathbf{E}_{fs}$ e $\mathbf{I}_{fs}$, e não aquele entre $\mathbf{E}_{\text{linha}}$ e $\mathbf{I}_{\text{linha}}$.

EXEMPLO A-4

A Fig. A-17 é o circuito equivalente de uma carga alimentada por duas estações de geração trifásicas através de linhas que têm as impedâncias por fase dadas no diagrama. A carga requer 30 kW a fator de potência 0,80 indutivo. O gerador G_1 opera a uma tensão terminal de 797 volts de linha e fornece 15 kW a fator de potência 0,80 indutivo.

Calcular a tensão da carga e a tensão terminal, e a potência ativa e potência reativa de saída de G_2.

Solução

Sejam I, P, e Q, respectivamente, corrente de linha e potência trifásica ativa e reativa. Os índices 1 e 2 indicam os respectivos ramos do sistema; o índice r indica uma quantidade medida no ponto de consumo da linha. Resulta, então:

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3}\, E_1 \cos\theta_1} = \frac{15.000}{\sqrt{3}\,(797)(0{,}80)} = 13{,}6 \text{ ampères}$$

$$P_{r1} = P_1 - 3I_1^2 R_1 = 15.000 - 3(13{,}6)^2(1{,}4) = 14.220 \text{ watts}$$

$$Q_{r1} = Q_1 - 3I_1^2 X_1 = 15.000 \tan(\cos^{-1} 0{,}80) - 3(13{,}6)^2(1{,}6)$$
$$= 10.350 \text{ VAr}$$

O fator 3 aparece antes de $I_1^2 R_1$ e $I_1^2 X_1$ nas últimas duas equações porque a corrente I_1 existe em todas as três linhas. A tensão na carga é

$$E_C = \frac{\text{VA}}{\sqrt{3}\,(\text{corrente})} = \frac{\sqrt{(14.220)^2 + (10.350)^2}}{\sqrt{3}\,(13{,}6)}$$
$$= 748 \text{ volts, tensão de linha}$$

Como a carga requer 30.000 watts e 30.000 tan ($\cos^{-1}$ 0,80), ou 22.500 VAr,

$$P_{r2} = 30.000 - 14.220 = 15.780 \text{ watts}$$

e $$Q_{r2} = 22.500 - 10.350 = 12.150 \text{ Var}$$

$$I_2 = \frac{\text{VA}}{\sqrt{3}\,(\text{tensão})} = \frac{\sqrt{(15.780)^2 + (12.150)^2}}{\sqrt{3}\,(748)} = 15{,}4 \text{ ampères}$$

$$P_2 = P_{r2} + 3I_2^2 R_2 = 15.780 + 3(15{,}4)^2(0{,}80) = 16.350 \text{ watts}$$

$$Q_2 = Q_{r2} + 3I_2^2 X_2 = 12.150 + 3(15{,}4)^2(1{,}0) = 12.870 \text{ VAr}$$

$$E_2 = \frac{\text{VA}}{\sqrt{3}\,(\text{corrente})} = \frac{\sqrt{(16.350)^2 + (12.870)^2}}{\sqrt{3}\,(15{,}4)}$$
$$= 780 \text{ volts, tensão de linha}$$

A-5 OUTROS SISTEMAS POLIFÁSICOS

Embora os sistemas trifásicos sejam decididamente os mais comuns de todos os sistemas polifásicos, outros números de fases são usados para objetivos especiais. O sistema tetrafásico a 5 fios (Fig. A-18) é às vezes usado para distribuição a baixa tensão. Ele tem a vantagem de que, para uma tensão de fase de 115 volts, são disponíveis tensões monofásicas de 115 (entre *a*, *b*, *c*, ou *d*, e *o* (Fig. A-18) e 230 volts (entre *a* e *c*, ou *b* e *d*), bem como um sistema de tensões polifásicas. Entretanto, essencialmente, as mesmas vantagens são possuídas por sistemas trifásicos a 4 fios tendo uma tensão de fase de 120 volts e uma tensão de linha de 208 volts.

Os sistemas tetrafásicos são obtidos a partir de sistemas trifásicos por meio de ligações especiais de transformadores. Metade do sistema tetrafásico – a parte *aob* (Fig. A-18), por exemplo – constitui um sistema difásico. Em retificadores de arco de mercúrio, são usadas ligações a 6, 12, 18 e 36 fases para a conversão de corrente alternada em contínua. Estes sistemas são também obtidos por transformação de sistemas trifásicos.

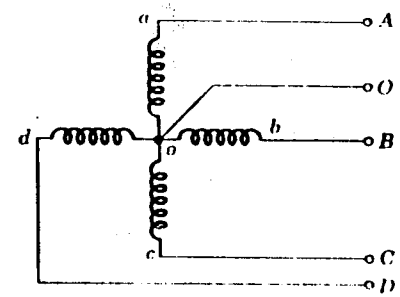


Fig. A-18 Sistema tetrafásico a cinco fios

Quando as cargas e tensões são equilibradas, os métodos de análise para sistemas trifásicos podem ser adaptados a qualquer outro sistema polifásico, considerando uma fase deste sistema polifásico. Naturalmente, as relações básicas de tensão, corrente e potência precisam ser modificadas para se adaptarem ao sistema polifásico particular.

APÊNDICE B.

Tensões e Campos Magnéticos em Enrolamentos de C. A. Distribuídos

Tanto a amplitude como a forma de onda das tensões geradas e das fmms de armadura nas máquinas são determinadas pelos arranjos dos enrolamentos e pela geometria geral da máquina. Estas configurações, por sua vez, são ditadas pelo uso econômico do espaço e dos materiais na máquina e por conveniência para o serviço planejado. Neste apêndice completaremos a discussão introdutória destas considerações no Cap. 3 com um tratamento analítico de tensões e fmms em c.a., no regime permanente equilibrado. A atenção será restrita às componentes fundamentais no tempo das tensões, e às componentes fundamentais no espaço das fmms.

B-1
TENSÕES GERADAS

De acordo com a Eq. 3-15, a tensão eficaz gerada por fase para um enrolamento concentrado de N_{fs} espiras por fase é

$$E = 4{,}44 f N_{fs} \Phi \qquad \text{(B-1)}$$

onde f é a freqüência e Φ é o fluxo fundamental por polo.

Um enrolamento mais complexo e prático terá os lados das bobinas para cada fase distribuídos em várias ranhuras por polo. A Eq. B-1 pode então ser usada para calcular a distribuição de tensões de bobinas individuais. Para determinar a tensão de um grupo de fase inteiro, as tensões das bobinas componentes devem ser somadas como fasores. Tal adição de tensões de freqüência fundamental é o objeto deste artigo.

a. Enrolamentos Distribuídos de Passo Encurtado

Um exemplo simples de um enrolamento distribuído está ilustrado na Fig. B-1 para uma máquina trifásica de 2 polos. Este caso retém todas as características de um caso mais geral com qualquer número inteiro de fases, polos, e ranhuras por polo por fase. Ao mesmo tempo, é mostrado um *enrolamento de duas camadas*. Os enrolamentos de duas camadas usualmente levam a conexões finais mais simples e a uma máquina que é de manufatura mais econômica, e são encontrados em todas as máquinas exceto alguns pequenos motores de tamanhos abaixo de 10 cv. Geralmente, um lado de uma bobina, como a_1, é colocado

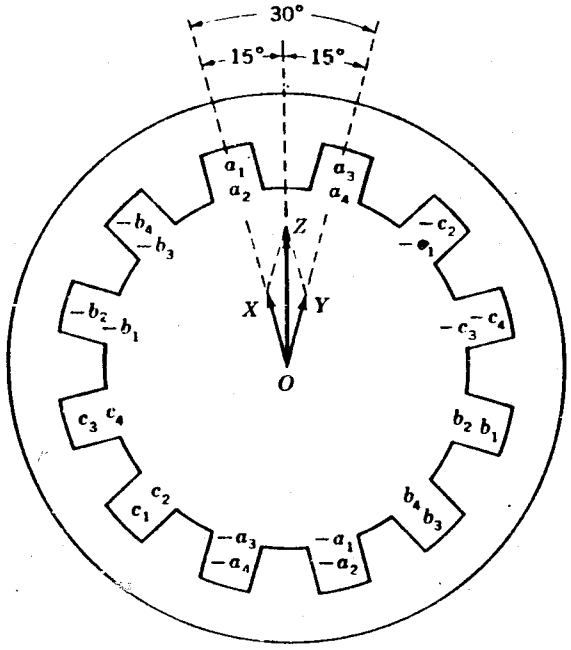


Fig. B-1. Enrolamento de armadura, trifásico, 2 polos, distribuído, de passo pleno, com diagrama fasorial de tensões.

no fundo de uma ranhura e o outro lado, $-a_1$, é colocado no topo de uma outra ranhura. Os lados de bobina tais como a_1 e a_3, ou a_2 e a_4, que estão em ranhuras adjacentes e associados à mesma fase, constituem um *cinto de fase*. Todos os cintos de fase são iguais quando é usado um número inteiro de ranhuras por polo por fase, e para a máquina normal, o ângulo periférico subentendido por um cinto de fase é 60 graus elétricos para uma máquina trifásica, e 90 graus elétricos para uma máquina difásica.

Todas as bobinas individuais na Fig. B-1 abarcam um passo polar inteiro, ou 180 graus elétricos; conseqüentemente, o enrolamento é um *enrolamento de passo pleno*. Suponha-se agora que todos os lados de bobina nos altos das ranhuras são deslocados de uma ranhura no sentido anti-horário, como na Fig. B-2. Qualquer bobina, tal como a_1, $-a_1$, então abarca somente 5/6 de um passo polar, ou (5/6)(180)= 150 graus elétricos, e o enrolamento é um *enrolamento a passo encurtado*. Um deslocamento semelhante, de 2 ranhuras, produz um enrolamento de passo 2/3, e assim por diante. Os grupos de fase estão agora misturados, pois algumas ranhuras contêm lados de bobinas das fases

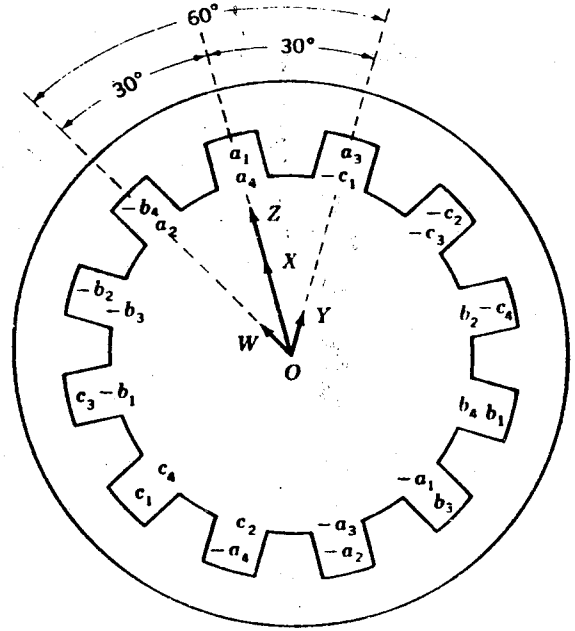


Fig. B-2. Enrolamento de armadura trifásico, 2 polos, distribuído, passo encurtado, com diagrama fasorial de tensões.

a e *b*, *a* e *c*, e *b* e *c*. Os grupos de fase individuais, tais como aquele formado por a_1, a_2, a_3, a_4, por um lado e $-a_1$, $-a_2$, $-a_3$, $-a_4$, por outro lado, estão ainda deslocados por 120 graus elétricos dos grupos de outras fases, de modo que são produzidas tensões trifásicas. Ao lado da característica secundária de encurtar as conexões finais, verifica-se que os enrolamentos de passo encurtado decrescem o conteúdo harmônico das ondas de tensão e de fmm.

As conexões finais dos lados de bobinas estão normalmente em uma região de densidade de fluxo desprezível, e então alterá-las não afeta significativamente os fluxos concatenados mútuos do enrolamento. A colocação dos lados das bobinas nas ranhuras é então o fator determinante das tensões geradas, e somente esta colocação precisa ser especificada nas Figs. B-1 e B-2. O único requisito é que todos os lados de bobinas de uma fase estejam incluídos na interconexão de tal maneira que as tensões individuais farão uma contribuição positiva ao total. A conseqüência prática é que as conexões finais podem ser feitas de acordo com os ditames da simplicidade de manufatura; a conseqüência teórica é que, quando resultam vantagens de cálculo, os lados de bobina de uma fase podem ser combinados em um modo arbitrário para formar bobinas equivalentes.

Um sacrifício é feito ao usar os enrolamentos distribuídos de passo encurtado das Figs. B-1 e B-2, comparado com um enrolamento concentrado de passo pleno: para o mesmo número de espiras por fase, a tensão gerada é mais baixa. Entretanto, as harmônicas são, em geral, diminuídas por um fator apreciavelmente maior, e o número total de espiras que pode ser acomodado sobre uma geometria fixa do ferro é aumentado. O efeito de distribuir o enrolamento na Fig. B-1 é que as tensões das bobinas a_1 e a_2 podem ser representadas pelo fasor OX na Fig. B-1, e o das bobinas a_3 e a_4 pelo fasor OY. O deslocamento de fase no tempo entre estas duas tensões é o mesmo que o ângulo elétrico entre ranhuras adjacentes, de modo que OX e OY coincidem com as linhas centrais de ranhuras adjacentes. O fasor resultante OZ para a fase *a* é obviamente menor do que a soma aritmética de OX e OY.

Além disso, o efeito de passo encurtado na Fig. B-2 é que uma bobina se concatena com uma porção menor do fluxo polar total do que se fosse uma bobina de passo pleno. O efeito pode ser superposto ao de distribuir o enrolamento, considerando os lados de bobina a_2 e $-a_1$ como uma bobina equivalente com a tensão fasorial OW (Fig. B-2), os lados de bobina a_1, a_4, $-a_2$, e $-a_3$ como bobinas equivalentes com a tensão fasorial OX (duas vezes o comprimento de OW), e os lados de bobina a_3 e $-a_4$ como uma bobina equivalente com tensão fasorial OY. O fasor resultante OZ para a fase *a* é obviamente menor do que a soma aritmética de OW, OX, e OY, e é menor também do que OZ na Fig. B-1.

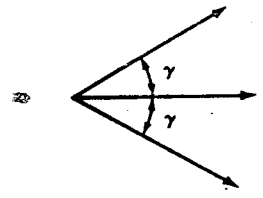
A combinação destes dois efeitos pode ser incluída em um *fator de enrolamento* k_w, para ser usado como um fator de redução na Eq. B-1. Assim, a tensão gerada por fase é

$$E = 4{,}44 k_w f N_{fs} \Phi \qquad \text{(B-2)}$$

onde N_{fs} é o total de espiras em série por fase e k_w introduz o afastamento deste caso do caso concentrado de passo pleno. Para uma máquina trifásica, a Eq. B-2 fornece a tensão de linha para um enrolamento ligado em Δ e a tensão de fase para um enrolamento ligado em Y. Como em qualquer ligação equilibrada Y, a tensão de linha do último enrolamento é $\sqrt{3}$ vezes a tensão de fase.

b. Fatores de Distribuição e de Passo

Considerando separadamente os efeitos de distribuir e de encurtar o passo do enrolamento, podem ser obtidos fatores de redução em forma generalizada, conveniente para a análise quantitativa. O efeito de distribuir o enrolamento em *n* ranhuras por cinto de fase é produzir *n* fasores de tensão deslocados em fase pelo ângulo elétrico γ entre ranhuras, γ sendo igual a 180 graus elétricos divididos pelo número de ranhuras por polo. Um tal grupo de fasores é mostrado na Fig. B-3*a*, e em uma forma mais conveniente para soma, novamente na Fig. B-3*b*. Cada fasor *AB*, *BC*, e *CD*, é a corda de um círculo com centro em *O* e subentende o ângulo γ ao centro. A soma fasorial *AD* subentende o ângulo $n\gamma$ que, como notado previamente, é 60 graus elétricos para a máquina normal, trifásica, uniformemente distribuída, e 90 graus elétricos para a correspondente máquina difásica. Dos triângulos *OAa* e *OAd*, respectivamente,



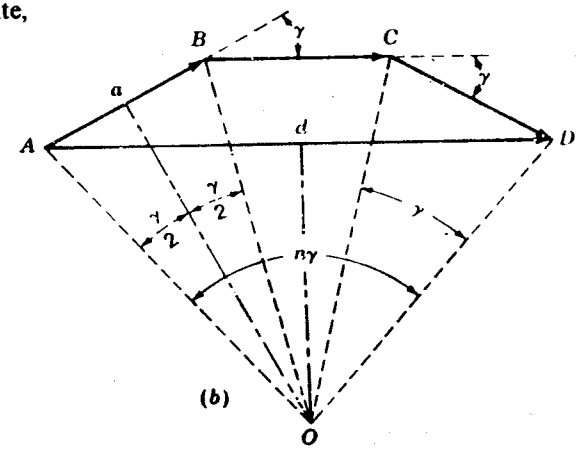


Fig. B-3. (*a*) Fasores das tensões nas bobinas e (*b*) fasor soma

$$OA = \frac{Aa}{\text{sen } (\gamma/2)} = \frac{AB}{2 \text{ sen } (\gamma/2)} \qquad \text{(B-3)}$$

$$OA = \frac{Ad}{\text{sen } (n\gamma/2)} = \frac{AD}{2 \text{ sen } (n\gamma/2)} \qquad \text{(B-4)}$$

Igualando estes dois valores de OA obtemos

$$AD = AB \frac{\text{sen } (n\gamma/2)}{\text{sen } (\gamma/2)} \qquad \text{(B-5)}$$

Mas a soma aritmética dos fasores é $n(AB)$. Conseqüentemente, o fator de redução vindo da distribuição do enrolamento é

$$k_d = \frac{AD}{n(AB)} = \frac{\text{sen } (n\gamma/2)}{n \text{ sen } (\gamma/2)} \qquad \text{(B-6)}$$

O fator k_d é chamado o *fator de distribuição* do enrolamento.

O efeito de encurtar o passo sobre a tensão de bobina pode ser obtido determinando primeiramente os fluxos concatenados com a bobina de passo encurtado. Assim, na Fig. B-4, o lado de bobina $-a$ está a somente ρ graus elétricos do lado a em vez de 180°. Os fluxos concatenados com a bobina são

$$\lambda = NB_{\text{pico}} lr \frac{2}{P} \int_{\alpha}^{\rho+\alpha} \text{sen } \theta \, d\theta \qquad \text{(B-7)}$$

$$\lambda = NB_{\text{pico}} lr \frac{2}{P} [\cos \alpha - \cos (\alpha + \rho)] \qquad \text{(B-8)}$$

onde l é o comprimento axial do lado da bobina, r é o raio da bobina

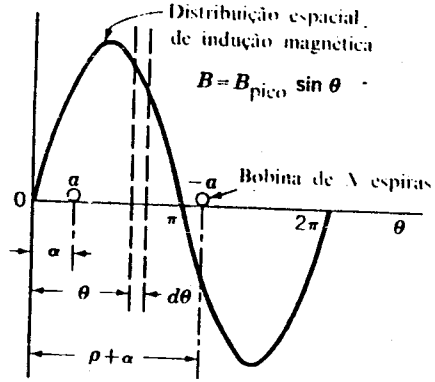


Fig. B-4. Bobina a passo encurtado em campo senoidal

e P é o número de polos. Com α substituído por ωt para indicar rotação a ω radianos elétricos por segundo, a Eq. B-8 torna-se

$$\lambda = NB_{\text{pico}} lr \frac{2}{P} [\cos \omega t - \cos (\omega t + \rho)] \qquad \text{(B-9)}$$

A soma de ondas de co-seno necessária nos parêntesis da Eq. B-9 pode ser desenvolvida por uma diagrama fasorial como indicado na Fig. B-5, do qual segue que

$$\cos \omega t - \cos (\omega t + \rho) = 2 \cos \frac{\pi - \rho}{2} \cos \left(\omega t - \frac{\pi - \rho}{2} \right) \qquad \text{(B-10)}$$

com o resultado que pode também ser obtido diretamente dos termos na Eq. B-9 pelas transformações trigonométricas apropriadas. O fluxo concatenado é, então,

$$\lambda = NB_{\text{pico}} lr \frac{4}{P} \cos \frac{\pi - \rho}{2} \cos \left(\omega t - \frac{\pi - \rho}{2} \right) \qquad \text{(B-11)}$$

e a tensão instantânea é

$$e = \omega NB_{\text{pico}} lr \frac{4}{P} \cos \frac{\pi - \rho}{2} \text{ sen} \left(\omega t - \frac{\pi - \rho}{2} \right) \qquad \text{(B-12)}$$

O ângulo de fase $(\pi - \rho)/2$ na Eq. B-12 indica apenas que a tensão instantânea não é mais nula quando α na Fig. B-4 é nulo. O fator $\cos (\pi - \rho)/2$ é um fator de redução da amplitude, entretanto, de modo que a tensão eficaz da Eq. B-1 é modificada para

$$E = 4{,}44 k_p f N_{fs} \Phi \qquad \text{(B-13)}$$

onde o *fator de passo* k_p é

$$k_p = \cos \frac{\pi - \rho}{2} \qquad \text{(B-14)}$$

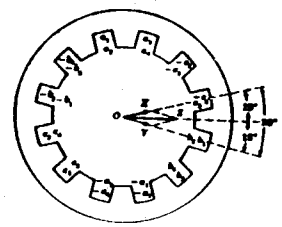


Fig. B-6. Enrolamento de armadura trifásico, 2 polos, distribuído, passo pleno, com diagrama fasorial de fmms

Quando se utilizam os fatores de distribuição e de passo, a tensão eficaz é dada por

$$E = 4{,}44 k_d k_p f N_{fs} \Phi \qquad \text{(B-15)}$$

que é uma forma alternativa da Eq. B-2.

B-2
ONDAS DE FMM DE ARMADURA

A distribuição de um enrolamento em várias ranhuras por polo por fase e o uso de bobinas de passo encurtado influenciam não somente a fem gerada no enrolamento mas também o campo magnético produzido por ele. Serão examinadas neste artigo as componentes fundamentais espaciais de distribuições de fmm.

a. Enrolamentos Concentrados de Passo Pleno

Vimos no Item 3-3 que um enrolamento concentrado de N espiras em uma máquina de P polos produz uma onda de diferença de potencial magnético retangular, ao longo da circunferência do entreferro. Com excitação por uma corrente senoidal eficaz I, o valor máximo no tempo da componente espacial fundamental da onda é, de acordo com a Eq. 3-21,

$$\frac{4}{\pi}\frac{N}{P}(\sqrt{2}\,I) \quad \text{ampères-espiras por polo} \qquad \text{(B-16)}$$

Para um enrolamento concentrado polifásico, a amplitude para uma fase torna-se

$$\frac{4}{\pi}\frac{N_{fs}}{P}(\sqrt{2}\,I) \quad \text{ampères-espiras por polo} \qquad \text{(B-17)}$$

onde N_{fs} é o número de espiras série por fase. E esta última amplitude que é designada pelos símbolos $F_{a(max)}$, $F_{b(max)}$, ou $F_{c(max)}$, nas Eqs. 3-30 a 3-32, e pelo símbolo comum F_{max} no caso trifásico equilibrado considerado nas Eqs. 3-33 a 3-36.

Cada fase de um enrolamento polifásico concentrado cria uma onda estacionária pulsante no espaço como descrito acima. Esta situação forma a base da análise que leva à Eq. 3-36. A Eq. 3-36 pode conseqüentemente ser reescrita

$$F_\theta = \frac{3}{2}\frac{4}{\pi}\frac{N_{fs}}{P}(\sqrt{2}\,I)\cos(\theta - \omega t) \qquad \text{(B-18)}$$

A amplitude da onda de fmm resultante em uma máquina trifásica, em ampères-espiras por polo, é então

$$F_A = \frac{3}{2}\frac{4}{\pi}\frac{N_{fs}}{P}(\sqrt{2}\,I) = 0{,}90\frac{3N_{fs}}{P}I \qquad \text{(B-19)}$$

Similarmente, pode ser mostrado que para uma máquina q-fásica, a amplitude é

$$F_A = \frac{q}{2}\frac{4}{\pi}\frac{N_{fs}}{P}(\sqrt{2}\,I) = 0{,}90\frac{qN_{fs}}{P}I \qquad \text{(B-20)}$$

Nas Eqs. B-19 e B-20, I é a corrente eficaz por fase. As equações incluem somente a componente fundamental da distribuição real, e se aplicam a enrolamentos de passo pleno com excitação equilibrada.

b. Enrolamentos Distribuídos de Passo Encurtado

Quando as bobinas de cada fase de um enrolamento são distribuídas entre várias ranhuras por polo, a fmm espacial fundamental resultante pode ser obtida por superposição das simples considerações anteriores, para um enrolamento concentrado. O efeito de distribuição pode ser visto da Fig. B-6, que é uma reprodução do enrolamento trifásico, de 2 polos, passo pleno, com duas ranhuras por polo por fase dado na Fig. B-1. As bobinas a_1 e a_2, b_1 e b_2, e c_1 e c_2, por si mesmas, cons-

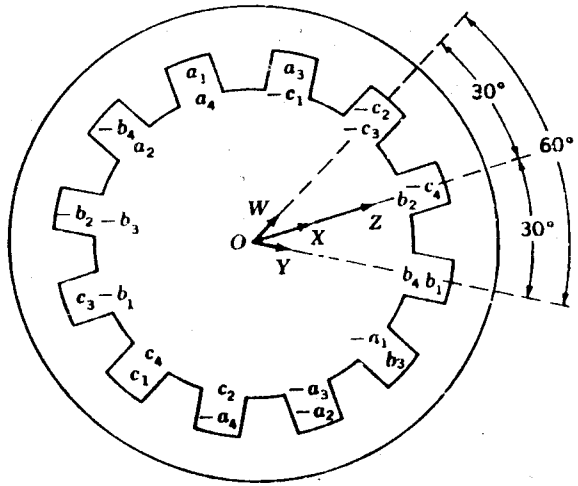


Fig. B-7. Enrolamento de armadura, 3 fases, 2 polos, passo fracionário, com diagrama fasorial das forças magnetomotrizes.

tituem o equivalente de um enrolamento concentrado trifásico, de 2 polos, porque elas formam três conjuntos de bobinas excitadas por correntes polifásicas e mecanicamente deslocadas 120° uma da outra. Elas portanto produzem uma fmm fundamental girante no espaço; a amplitude desta contribuição é dada pela Eq. B-19 quando N_{fs} é tomado como a soma das espiras em série nas bobinas a_1 e a_2 somente. Semelhantemente, as bobinas a_3 e a_4, b_3 e b_4, c_3 e c_4, produzem uma outra onda de fmm idêntica, mas deslocada em fase no espaço pelo ângulo de ranhuras γ, da onda anterior. A onda de fmm fundamental resultante para o enrolamento pode ser obtida pela soma destas duas contribuições senoidais.

A contribuição das bobinas $a_1a_2b_1b_2c_1c_2$ pode ser representada pelo fasor OX na Fig. B-6. Tal representação fasorial é apropriada porque as formas de onda envolvidas são senoidais, e diagramas fasoriais são simplesmente meios convenientes para adição de ondas senoidais. Estas são senoidais espaciais, embora não sejam senoidais no tempo. O fasor OX está desenhado na posição espacial do pico de fmm, para um instante de tempo em que a corrente na fase a é máxima. O comprimento de OX é proporcional ao número de espiras nas bobinas associadas. Similarmente, a contribuição das bobinas $a_3a_4b_3b_4c_3c_4$ pode ser representada pelo fasor OY. Conseqüentemente, o fasor OZ representa a onda de fmm resultante. Exatamente como no diagrama de tensões correspondente, vê-se que a fmm resultante é menor do que seria se o mesmo número de espiras por fase estivesse concentrado em uma ranhura por polo.

De modo semelhante, os fasores de fmm podem ser desenhados para enrolamentos a passo encurtado como ilustrado na Fig. B-7, que é uma reprodução do enrolamento trifásico, de 2 polos, de passo 5/6, com 2 ranhuras por polo por fase dado na Fig. B-2. O fasor OW representa a contribuição das bobinas equivalentes formadas pelos condutores a_2 e $-a_1$, b_2 e $-b_1$, e c_2 e $-c_1$; OX para a_1a_4 e $-a_3-a_2$, b_1b_4 e $-b_3-b_2$, e c_1c_4 e $-c_3-c_2$; e OY para a_3 e $-a_4$, b_3 e $-b_4$, e c_3 e $-c_4$. O fasor resultante OZ é, naturalmente, menor do que a soma algébrica das contribuições individuais, e é também menor do que OZ na Fig. B-6.

Por comparação com as Figs. B-1 e B-2, pode-se notar que estes diagramas fasoriais são idênticos àqueles das tensões geradas. Segue portanto que os fatores de passo e de distribuição previamente desenvolvidos podem ser aplicados diretamente à determinação da fmm resultante. Assim, para um enrolamento polifásico distribuído de passo encurtado, a amplitude da componente espacial fundamental de fmm pode ser obtida pelo uso de $k_dk_pN_{fs}$ em lugar de simplesmente N_{fs} nas Eqs. B-19 e B-20. Estas equações então tornam-se

$$F_A = \frac{3}{2}\,\frac{4}{\pi}\,\frac{k_dk_pN_{fs}}{P}(\sqrt{2}\,I) = 0{,}90\,\frac{3k_dk_pN_{fs}}{P}\,I \qquad \text{(B-21)}$$

para uma máquina trifásica e

$$F_A = \frac{q}{2}\,\frac{4}{\pi}\,\frac{k_dk_pN_{fs}}{P}(\sqrt{2}\,I) = 0{,}90\,\frac{qk_dk_pN_{fs}}{P}\,I \qquad \text{(B-22)}$$

para uma máquina p-fásica, onde F_A está em ampères-espiras por polo.

APÊNDICE C.

Tabela de Constantes e Fatores de Conversão para Unidades do Sistema MKS Racionalizado

Constantes

Permeabilidade do vácuo	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Wb/(A.m)
Permissividade do vácuo	$\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}$ C²/(N.m²)
Aceleração da gravidade	$g = 9{,}807$ m/s²

Fatores de Conversão

Comprimento	1 m = 3,281 pé = 39,37 pol.
Massa	1 kg = 0,0685 slug = 2,205 lb (massa)
Força	1 newton = 0,225 lbf = 7,23 poundals
Conjugado	1 N.m = 0,738 lb.pé
Energia	1 joule (W.s) = 0,738 pé.lb
Potência	1 watt = $1{,}341 \times 10^{-3}$ hp = $1{,}360 \times 10^{-3}$ cv
Momento de inércia	1 kg.m² = 0,738 slug.pé² = 23,7 lb.pé²
Fluxo magnético	1 weber = 10^8 maxwells (linhas)
Indução magnética	1 Wb/m² = 10 000 gauss = 64,5 kilolinhas/pol²
Intensidade de campo magnético	1 A/m = 0,0254 A/pol = 0,0126 oersted

ÍNDICE ANALÍTICO

Alternante(*veja* Máquina síncrona)
Alto escorregamento, motor de, 369
Amortecedor, enrolamento, 191
Amortecimento:
  índice de, 450
  razão de, 450, 508
  relativo, 450, 508
Amortecimento, potência de, 506
Ampère, lei de, 2
Amplidinamo, 460-463
Ângulo de carga, características de, 309-313, 320-325
Ângulo:
  de condução, 402
  de disparo, 394
  de extinção, 399
Ângulo elétrico, 135
Anéis coletores, 134
Aplicação especial, motor de, 219
Aplicação geral, motor de, 218
Aquecimento de máquinas, 217-221
Arco no comutador, formação de, 239
Áreas iguais, método de, 509-513
Área tensão-tempo, 397
Armadura, 131
  constante de tempo da, 488-490, 596
  enrolamentos de,
    de máquinas de c.a., 152-153, 606-616
    de máquinas de c.c., 153-158, 191-194
  fmm de,
    de máquina de c.a., 152-153, 613-616
    de máquina de c.c., 153-158, 232-236
  reação de,
    em máquinas de c.c., 232-236, 248
    em máquinas síncronas, 284-285, 313
  reatância de dispersão da, 291-316
Audiofreqüência, transformadores de, 41-45
Autocomutação, 420
Autotransformadores, 60-63

Balanceados, sistemas trifásicos, 590-591
Barramento infinito, 185, 288, 310
Barras profundas, rotor de, 364
Base, velocidade, 263, 384
Blocos, diagrama de, 116-119
Bobina a passo pleno, 147

Campo, eixo do, 195
Campo, enrolamentos de, 132
Campo fixo, 574
Campo, linha da resistência de, 249, 466
Campo magnético:
  energia no, 10
  girante, 159-164
Campos cruzados, teoria de, 528
Campos girantes, teoria de, 528, 545-553
Capacitor de comutação, 421
Capacitor, motor de, 535
Característica:
  de ângulo de carga, 309-313, 320-325
  de circuito aberto, 206, 293
  de curto-circuito, 293-302
  de saturação, 206

Ciclo de serviço, operação em, 219
Cinto de fase, 607
Circuito aberto, característica de, 206, 293
Circuito aberto, constantes de tempo em, 488-490, 494-495, 501
Circuito aberto, perdas no ferro em, 293
Circuito aberto, teste de, 46-47, 293
Circuito polifásico, 588, 605
Circuitos acoplados magneticamente, 21-25
Circuitos magnéticos, 2-21
  circuitos elétricos análogos de, 6, 67-68
Circuitos trifásicos, 588-605
  ligação Δ, 590, 592-595, 599-601
  ligação Y, 590-604
  potência em, 594-595
Cobre, perdas no, 214
Coeficiente de dispersão, 464
Coeficiente de sincronização, 507
Co-energia:
  em campo elétrico, 100
  em campo magnético, 90-98

Compensador, enrolamento, 241
Compensador de partida, 367
Componente de seqüência zero, 481
Componentes simétricos, 553-560
Composição cumulativa, 202
Composição diferencial, 202
Composta, curva, 302
Composto:
  gerador de c.c., 199
  motor de c.c., 202
Comutação:
  capacitor de, 421
  em inversores, 423, 425
  em máquinas de c.c., 191-194, 236-239
  pólos de, 239-239
  de tiristores, 408
Comutador, 144
  formação de arco no, 239
  funcionamento do, 191-194
Condensador síncrono, 212
Condução, ângulo de, 402
Conjugado:
  assíncrono, 189
  de máquina de c.c., 196, 241, 438
  máximo de motor de indução, 352
  máximo em sincronismo, 187
  relações básicas, 165-175
  de relutância, 106, 322
Conjugado constante, motor a, 261, 384
Conjugado, limite de, 384
Conservação de energia, 81-82
Conservativo, sistema, 86
Constantes de tempo:
  de máquina síncrona, 488-495
  de motor de indução, 491-503
Constante de tempo da armadura, 488-490

Constantes de tempo de eixo direto, 489-495, 501-504
Constantes de tempo de eixo em quadratura, 489
Constantes de tempo em circuito aberto, 488-490, 494-495, 501
Constantes de tempo em curto-circuito,

Constantes de tempo subransitórias, 488-495
Constantes de tempo transitórias, 488-495 500-503
Constantes, tabela de, 617
Controle, campo de, 573
Controle, fase de, 561
Controle de motores a estado sólido, 383-432
Controle, motores difásicos de, 560-568
Controle, transformador de, 577
Conversão, tabela de fatores de, 617
Corrente de fase, 591, 592
Corrente de magnetização de transformadores, 27
Curto-circuito:
  de máquinas de indução, 500-504
  de máquinas síncronas, 481-487
Curvas de capacidade reativa, 303
Curva de magnetização, 206
  de máquinas de c.c., 197
Curvas normalizadas:
  máquinas síncronas de pólos salientes, 322-326
  motores de indução, 355-360
Curvas V, 303

Delta aberto, ligação, 51
Delta ligação, 590, 592-595, 599-601
  – Y, equivalência, 600
Densidade de fluxo magnético, 2
Desempenho nominal de máquinas, 217-221
Diagrama de blocos, 116-119
Diagrama de fluxo, 116
Diagrama unifilar, 601
Difásico, sistema, 604
Dinâmicas de sistemas magnéticos, equações, 107-112
Disparo, ângulo de, 394
Distribuição, fator de, 612
Distribuídos, enrolamentos, 607-609
Diodo, 392-393
  de realimentação, 423
  livre, 414-416

Eixo do campo, 195
Eixo direto, 195, 315
  componentes de, 312-320, 481
  constantes de tempo de, 488-495, 501-504
Eixo em quadratura, 195, 315
  componentes de, 312-320
  constantes de tempo de, 489
Energia, conservação, 81-82
Enrolamento amortecedor, 190
Enrolamentos de armadura:
  de máquinas de c.a., 152-153, 606-616
  de máquinas de c.c., 153-158, 191-194
Enrolamento de campo, 132

Enrolamento compensador, 240
  em amplidinamo, 463
Enrolamento distribuído, 607-609
Enrolamento de duas camadas, 607
Enrolamento estabilizador, 253
Enrolamento, fator de, 609
Enrolamento a passo encurtado, 607-609, 614-616
Enrolamento a passo pleno, 608
Enrolamento terciário, 63
Entreferro:
  linha de, 198-208
  tensão de, 289
Equivalência Y-Δ, 601
Equações diferenciais, soluções normalizadas de, 451
Equações dinâmicas de sistemas magnéticos, 107-112
Escorregamento, 188
  freqüência de, 188
Escovas, 134
  perdas elétricas nas, 214
Especificação:
  contínua, 219
  em regime de tempo limitado, 219
Espraimento nos entreferros, 6
Estabilidade de máquinas síncronas, 509-513
Estabilizador, enrolamento, 253
Estado, função de, 90
Estado sólido, controle de motores a, 383-433
Estado, variáveis de, 90-98
  de máquinas de c.c., 440
Estator, 131
Excitação, fontes de, 209-213
Excitação, sistemas de, 212
Excitatriz, 185
Extinção, ângulo de, 399

Faraday, lei de, 8
Fase, 587
Fase auxiliar, motor de, 534
Fase, corrente de, 591, 592
Fase fixa, 561
Fases, ordem de, 590
Fases, seqüência de, 590
Fase, tensão de, 591
Fator de distribuição, 611
Fator de enrolamento, 609
Fator de passo, 612
Fator de potência:
  em máquina de c.a., 210
  em sistema trifásico, 596
Fator de serviço, 219
Ferro, perdas no, 10, 16-17, 215
Fluxo concatenado, 9
  constante, princípio de, 481-482
Fluxos dispersos
  em máquinas rotativas, 171, 172
  em transformadores, 33-36
Fluxo magnético, 4
Força magnetomotriz, 5
  de enrolamentos distribuídos, 151-158
Fmm de armadura
  de máquinas de c.a., 152-153, 609-613
  de máquinas de c.c., 153-158, 232-236
Frenagem por inversão de fases, 352
Freqüência:
  natural amortecida e não amortecida, 450-508
  de escorregamento, 188
  de tensão gerada, 136
Função de estado, 90
Função de transferência, 116-117
  de máquina de c.c., 439-453

Gaiola, rotor em, 187
Gaiola dupla, rotor em, 365-367
Gerador (*veja* Gerador de c.c.; Máquina síncrona)
Geradores síncronos interligados, 326-329
Gerador de c.c.:
  análise de regime permanente, 249-252
  auto-excitado, 198
  composto, 199
  derivação, 199
  diagrama de blocos: análise linear, 439-445
    saturação incluída, 464-465
  escorvamento, 465-467
  excitado em separado, 198
    dinâmica de, 439-441
  série, 199
  de três campos, 264
  (*Veja também* Máquinas de c.c.)
Girante, campo magnético, 159-164

Hidrogênio, refrigeração a, 221, 222
Histerese, motores de, 540-542
Histerese, perdas por, 10, 16-17

Ideal, máquina de c.c., 436-438
Ideal, transformador, 29-33

Impedância síncrona, 292, 315
Índice de amortecimento, 450
Indução magnética, 2
Indutância, 9
Intensidade de campo magnético, 2
Interpolos, 238-239
Inversão de fases, frenagem por, 352
Inversor, 418-428
Inversores paralelos, 418-422
Isolação:
  classes de, 218-220
  vida de, 217

Lei de Ampère, 2
Lei de Faraday, 8
Lei de Lenz, 25
Ligação Δ, 590, 591-595, 599-602
Ligação derivação curta, 244
Ligação derivação longa, 244
Ligações de transformadores trifásicos, 50-55
Ligação Y, 590-602
Linearização de equações não-lineares 114-115
Linha, corrente de, 591, 592
Linha de entreferro, 198-208
Linha de resistência de campo, 249, 467
Linha, tensão de, 592

Máquina de c.c.:
  aplicações, 265-267
  característica de magnetização, 197, 245
  conjugado, 196, 241, 438
  diagrama de blocos, 439-453
  direções de referência, 437-438
  elementar, 141-145
  enrolamentos de armadura, 153-158, 191-194, 262-265
  equações dinâmicas, 438-439
  fmm da armadura, 153-158, 232-236
  funções de transferência, 438-453
  fundamentos analíticos, 241-248
  ideal, 436-438
  introdução a, 194-202
  ligações do circuito de campo, 198
  tensão gerada, 149-151, 196, 241
  variáveis de estado, 439
  (*Veja também* Geradores de c.c.; Motores de c.c.)
Máquina de indução:
  elementar, 145-146
  introdução a, 187-191
  (*Veja também* Motor de indução)
Máquina síncrona:
  análise dinâmica, 504-513
  análise de regime permanente, 284-302, 307-326
  análise transitória, 478-500
  capacidade reativa, 303
  característica de ângulo de carga, 304-313, 320-326
  característica de circuito aberto, 293-294
  característica de curto-circuito, 295-302
  característica de funcionamento em regime permanente, 302-304
  circuito equivalente: regime permanente, 290-292, 315-320
  transitório, 491-495
  componentes de eixo direto, 313-320, 48
  componentes de eixo em quadratura, 313-320, 481
  curto-circuito de, 481-485
  curva de conjugado-ângulo, 186
  diagramas fasoriais, 290-292, 313-317
  elementar, 131-141
  estabilidade de, 509-513
  fmm da reação de armadura, 285, 313
  hunting, 186
  introdução a, 184-187
  ondas de fluxo, 284-290, 313-315
  ondas de fmm, 284-290, 313-315
  pólos salientes, curvas normalizadas, 322-326
  reatâncias subtransitória, 485-495
  síncrona, 292, 315, 49
  transitória, 485-495
  relação de curto-circuito, 297-299
  teoria para pólos salientes, 307-326
  teoria para rotor cilíndrico, 284-302
Materiais magnéticos:
  aço de grão orientado, 18
  características sob excitação de c.a., 16
  curva normal de magnetização, 13
  perdas no ferro, 16-17
  propriedades de, 12-21
Meia onda, retificador a diodo, 392, 398, 400-404
Meia onda, retificador a tiristor, 394-397, 405-418
Meia potência, pontos de, 44
Metadinamo, 460-464
Monofásico, partida de motor, 534-542

Monofásico, sistema 587
Motor de aplicação especial, 219
Motor de aplicação geral, 218
Motor de c.c.:
  alimentado a diodos, 401-405
  alimentado por pulsadores, 416-418
  alimentado a tiristores, 405-418
  análise em regime permanente, 252-259
  composto, 202
  constantes de tempo de, 446-447
  constante de tempo da carga, 447
  constante de tempo inercial, 446
  derivação, 202
  excitado em separado, dinâmica de, 445-453
  partida, 254-259
  série, 202
  com sistemas a estado sólido, 401-418
  velocidade, controle (veja Velocidade, controle)
  (*Veja também* Máquina de c.c.)
Motor de fase auxiliar, 534
Motor de indução:
  difásico, 549-565
  componentes simétricos, 549-560
  controle, motores de, 560-568
    funcionamento desbalanceado de, 549-560
    tacômetros, 573-575
    teoria geral, 549-560
  monofásico: base do funcionamento, 528-533
    capacitor de dois valores, 537
    capacitor de partida, 535-539
    capacitor permanente, 535
    circuitos equivalentes, 545-547
    desempenho em funcionamento normal, 533-542
    fase auxiliar, 534
    fluxo, ondas de, 528-533
    fmm, ondas de, 528-533
    partida, métodos de, 533-542
    polos sombreados, 539
    teoria de campos cruzados, 528
    teoria de campos girantes, 528, 545-553
  polifásico: análise dinâmica, 513-516
    análise em regime permanente,
    análise transitória, 500-504
    aplicações, 367-369
    características de conjugado-escorregamento, 351-360
    circuitos equivalentes, 343-345, 349-350, 501
    circuito equivalente de Thévenin 349-350
    classes de motores, 367-369
    conjugado máximo, 352
    constantes de tempo, 501-504
    controle de velocidade, 369-375
    curto-circuito de, 500-504
    curvas normalizadas, 355-360
    efeitos da resistência do rotor, 360-364
    fluxo, ondas de, 338-339
    fmm, ondas de, 338-339
    fmm de rotores em gaiola, 339
    reações do rotor, 338-339
    reatâncias, 343-345
    reatância transitória, 501-504
    referência de quantidades do rotor, 339
    rotor enrolado, motores de, 360-364
    Thévenin, circuito equivalente de, 349-350
Motor monofásico, partida, 534-542
Motor de passos, 568-572
Motor de pólos mutáveis, 370
Motor de relutância, 539-540
Motor de rotor enrolado, 360-364
Motor série
  de c.a., 542-545
  de c.c., 201
Motor síncrono
  controle de velocidade, 386, 428-43 431
  curvas V, 303
  elementar, 140
  fator de potência, 303
  partida, 190
  tipo de histerese, 540-542
  tipo de relutância, 539-540
  (*Veja também* Máquina síncrona)
Motor universal, 389, 543
Mutáveis, motor de pólos, 370

Operação de geradores síncronos em paralelo, 325-330

Partida, compensador de, 367
Partida de motores monofásicos, 534-542
Passo encurtado, enrolamento a, 606-609, 614-616
Passo, fator de, 612
Passo pleno, bobina a, 146
Passo pleno, enrolamento a, 608

Pequena potência mecânica, motores de, 527-580
Perdas, 213-217
  por correntes de Foucault, 10, 16-17
  por correntes parasitas, 10, 16-17
  de curto-circuito, 299
  elétricas nas escovas, 214
  no ferro em circuito aberto, 215, 293
  por histerese, 10, 16-17
  mecânicas, 214
  rotacionais em vazio, 215, 293
  suplementares, 216
Período subtransitório, 492
Período transitório, 483
Permeabilidade, 3
Permeância, 4
Permeância de entreferro no eixo direto, 198
Pólos de comutação, 238-239
Pólos salientes, 136
Porta, sinal de, 394
Potência de amortecimento, 506
Potência aparente em sistema trifásico, 595
Potência mecânica constante, motor a, 260, 384
Potência mecânica eficaz, 220
Potência reativa em sistema trifásico, 595
Potência síncrona, 506
Potência em sistema trifásico, 592-595
Por unidade, sistema, 55-60
Pulsador, 385, 416-418
Pulsos, transformador de, 45-46

Quadratura, eixo em, 195, 315

Razão de amortecimento, 450-504
Reação de armadura:
  em máquinas de c.c., 232-236, 248-249
  em máquinas síncronas, 284-285, 313
Realimentação, diodo de, 423
Reatância de dispersão da armadura, 291, 316
Reatância de magnetização:
  de máquinas síncronas, 291, 415
  de motores de indução, 425
Reatância síncrona, 292, 296-297, 316, 490
Reatância síncrona saturada, 297
Reatância subtransitória, 487-495
Reatância transitória:
  em máquinas de indução, 500-504
  em máquinas síncronas, 487-495
Reativa, curvas de capacidade, 303
Referência, campos de, 573
Referência, fase de, 561
Refrigeração, 221-223
Refrigeração a hidrogênio, 221-222
Regulação de velocidade, 384-385
Relação de curto-circuito, 297-299
Relutância, 5
Relutância, conjugado de, 106, 322
Relutância, motor de, 539-540
Rendimento, 49, 213
Resistência de campo crítica, 250
Resistência de campo linha da, 249, 466
Resistência efetiva da armadura, 300-301
Resposta em freqüência:
  de sistemas em malha fechada, 458-460
  de transformadores, 41-45
Retificadores, circuitos, 392-399
Rotor, 131
Rotor de barras profundas, 364
Rotor caneca, 562
Rotor cilíndrico, 136
Rotor enrolado, 187
Rotor em gaiola, 187
  fmm de, 339
Rotor em gaiola dupla, 365-367

Saída, transformador de, 42
Salientes, pólos, 136
SCR (retificador controlado de silício), 385
Selsyn, 575
Seqüência de fases, 590
Seqüência negativa, 554
Seqüência positiva, 554
Seqüência zero, componente de, 481
Serviço, fator de, 219
Síncro, 575-579
Sincrodispositivos, 575-579
Sincronização, coeficiente de, 508
Sincroscópio, 328
Sobreexcitação, 303
Soluções normalizadas de equações diferenciais, 451
Subexcitação, 303
Subtransitórias, constantes de tempo, 487-495
Subtransitório, período, 482
Subtransitória, reatância, 487-495

Tacômetro de c.a., 573-575
Temperatura, limites de, 219
Tempo de corte, 421
Tensão gerada:

  em máquina de c.a., 146-149, 606-612
  em máquina de c.c., 149-151, 196, 241
Tensão de entreferro, 289
Tensão de fase, 591
Thévenin, teorema de, 349-350
Teoria de campos girantes, 528, 545-553
Teste de circuito aberto, 46-48, 293
Teste de curto-circuito:
  para máquinas síncronas, 299-301
  para transformadores, 46-48
Tetrafásico, sistema, 604
Tiristor, 386, 392-397
Transdutores, 80
Transformadores, 21-72
  de audiofreqüência, 41-45
  circuitos equivalentes, 32-48
  em circuitos trifásicos, 50-55
  componente de carga da corrente de primário, 34
  controle por síncro, 577
  corrente de excitação, 25-29, 34
    componente de magnetização, 27, 34
    componente de perdas no ferro, 27, 34
    onda senoidal equivalente, 27
  de distribuição, 24
  enrolamento primário, 22
  enrolamento secundário, 22
  enrolamento terciário, 63
  fatores de referência, 31
  fluxos componentes em, 32-36
  fluxo disperso, 23, 33, 35
  fluxo mútuo, 33
  ideal, 29-33
  impedância equivalente, 38
  de múltiplos enrolamentos, 63
  núcleo de ferro, 22
  núcleo envolvente, 23
  núcleo envolvido, 23
  polaridade, 31
  de pulsos, 45-46
  regulação de tensão, 49
  relação de transformação, 22
  rendimento, 49
  resposta em freqüência, 40-45
  tensão induzida, 25
  testes, 46-47
  teste de circuito aberto, 46-47
  teste de curto-circuito, 46-47
  de três circuitos, 63-67
Transitório, período, 483
Trifásicos balanceados, sistemas, 590-591
Trifásico, sistema, 587
Trifásico, transformador, 50
Turbogerador, 137

Variáveis de estado, 90-98
  de máquinas de c.c., 439
V, curvas, 303
Velocidade base, 263, 386
Velocidade, controle:
  de motor de c.c., 259-264, 405-418
    com sistemas a estado sólido, 405-418
    sistema Ward-Leonard, 262-264
    com realimentação, 453-458
  por reostado de campo derivação, 260
    por resistência de armadura, 260
    por resistor de derivação da armadura, 261
    por tensão de armadura, 261-264, 385, 405-418
    por tiristores, 405-418
  de motor de indução, 369-375, 387-389, 428-431
  de motor série em c.a., 540-545
  de motor síncrono, 386, 428-431
  sistemas de freqüência ajustável, 371, 386, 428-431
Velocidade, regulação, 384
Vida de isolação, 217

Ward-Leonard, sistema 262-264